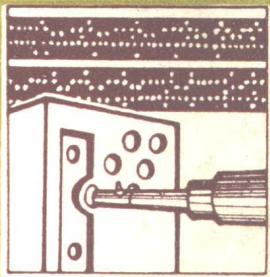
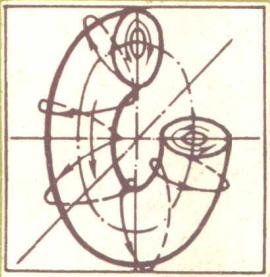


高等学校试用教材

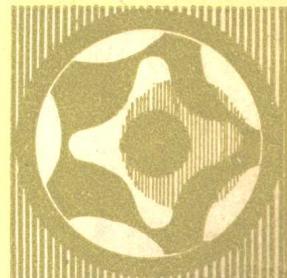


实验应力分析

清华大学张如一

西安交通大学陆耀桢

主编



机械工业出版社

高等學校試用教材

實驗應力分析

清华大学張如一 主編
西安交通大学陸耀桢



機械工業出版社

实验应力分析

清华大学 张如一 主编
西安交通大学 陆耀桢

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）
(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

成都印刷一厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本 787×1092 1/16 · 印张 22 3/4 · 字数 555千字
1981年9月北京第一版 · 1983年5月成都第三次印刷
印数 11,201—15,600 · 定价 2.35元

*
统一书号：15033·5069

前　　言

本书是根据 1978 年 4 月在天津召开的高等学校一机部对口专业座谈会的精神和同年 10 月杭州教材会议制定的教材大纲编写而成的。拟作为高等院校力学、机械、汽车、航空等专业的本科学生及研究生在实验应力分析课程中的教材，亦可作为工程技术人员与科技人员在有关工作中的参考书。

全书共分五篇，其中第一篇为基础部分，内容有弹性力学基本方程，误差分析与数据处理及结构相似性。第二篇到第五篇中介绍了电阻应变测量技术、光弹性实验方法、脆性涂层法、云纹方法、全息干涉及散斑干涉计量等六种实验应力分析主要方法。在主要章节后附有习题及教学实验，并列出了参考资料供进一步研究用。

本书在编写过程中考虑了以下几个方面：

一、为满足教学要求，本书注重基本原理和实验方法的阐述，同时对实验设备的使用及操作工艺作一定的介绍。

二、为保持本书内容的先进性，除了介绍目前广泛应用行之有效的实验方法外，尽可能介绍国内外新技术，对正在发展中的实验技术作了相应的介绍。

三、编者设想读者在阅读本书之前，已初步掌握了材料力学、弹性力学、电工学及光学等基础知识，在学习过程中如需要可参考有关教材。

四、本书第一、二、四篇可作为本科学生学习内容，其它部分可作为毕业实践或研究生教材用。关于实验指示书各校可根据具体条件及书中的原则和建议进行编写。

由于编者水平有限和缺少经验，书中一定有很多缺点，甚至错误，诚恳地希望读者批评指正。

本书由清华大学工程力学系张如一、沈观林、潘真微和西安交通大学工程力学系陆耀桢、宗立文、陈华丽共同编写完成，由张如一、陆耀桢担任主编。浙江大学力学系为主审单位，审稿人员有曹鸿生、杨槐堂、孙柄楠。清华大学编写绪论、第一、三、五篇及第四篇的后三章。西安交通大学编写第二篇及第四篇的前五章。

本书在编写过程中得到许多单位及个人的支持，一机部郑州机械科学研究所傅梦蘧，合肥工业大学孙以德、王炯华及华南工学院顾学甫等同志参加了审稿会，对本书提出了不少有益的意见，机械工业出版社编辑孙祥根审校了全书，并在内容上和编排上提出了宝贵的建议，特此表示感谢。

1980 年 6 月

符 号 表

<i>a</i>	光振幅, 长度, 加速度	<i>R</i>	电阻, 半径
<i>A</i>	面积	<i>R(r)</i>	自相关函数
<i>B</i>	应变片栅宽	<i>S</i>	标准差
<i>C</i>	电容, 应力光学系数	<i>S²</i>	方差
<i>d</i>	直径	<i>t</i>	时间
<i>D</i>	直径	<i>T</i>	温度, 周期, 透射率
<i>e</i>	相对误差, 自然对数底	<i>u</i>	位移, 光波向量, 电压
<i>E</i>	弹性模量, 电势, 曝光量	<i>U</i>	电压
<i>f</i>	频率, 条纹值, 焦距	<i>v</i>	位移
<i>F</i>	电磁力	<i>V</i>	速度
<i>g</i>	重力加速度	<i>w</i>	位移
<i>G</i>	剪切模量	<i>W</i>	抗弯截面模量, 重量
<i>G(f)</i>	功率谱密度函数	<i>W_T</i>	抗扭截面模量
<i>h</i>	高度, 精密度指数	<i>y</i>	挠度
<i>H</i>	横向效应系数, 磁场强度, 高度	<i>Z</i>	阻抗
<i>i</i>	电流	<i>a_T</i>	电阻温度系数
<i>I</i>	电流, 光强, 截面惯性矩	<i>β</i>	线膨胀系数, 阻尼比
<i>J</i>	转动惯量	<i>γ</i>	剪应变, 比重
<i>k</i>	扭转刚度系数, 分组数, 波数	<i>δ</i>	绝对误差, 相位差
<i>K</i>	应变片灵敏系数, 安全系数	<i>Δ</i>	光程差
<i>L</i>	应变片栅长, 电感	<i>ε</i>	线应变
<i>m</i>	质量, 宽度, 系数	<i>ζ</i>	单位长度电阻
<i>M</i>	弯矩	<i>η</i>	频率比
<i>M_T</i>	扭矩	<i>θ</i>	角度
<i>n</i>	次数, 方向余弦, 折射率	<i>λ</i>	波长
<i>N</i>	材料条纹级数, 疲劳寿命极限, 采样总数	<i>μ</i>	泊松比
<i>p</i>	面载荷, 全应力	<i>ρ</i>	电阻率
<i>p()</i>	概率密度函数	<i>σ</i>	正应力
<i>P</i>	作用力	<i>τ</i>	剪应力
<i>P()</i>	累积概率分布函数	<i>φ</i>	相位角, 角度
<i>q</i>	线载荷, 畸变系数	<i>Φ</i>	磁通
<i>Q</i>	剪力	<i>W²</i>	均方值
<i>r</i>	电阻, 半径	<i>ω</i>	圆频率

目 录

绪论 1

第一篇 实验应力分析基础

第1章 弹性理论的基本方程 6	§ 2-6 可疑数据的舍弃 81
§ 1-1 应力 6	§ 2-7 实验数据表示方法 83
§ 1-2 应变 12	习题 86
§ 1-3 应力与应变关系 20	参考资料 86
§ 1-4 用圆柱坐标表示的弹性力学基本方程 22	
参考资料 23	
第2章 误差分析和实验数据处理 24	第3章 结构相似性 37
§ 2-1 基本概念 24	§ 3-1 量纲分析的基本概念 37
§ 2-2 有效数字与计算法则 25	§ 3-2 相似理论 39
§ 2-3 系统误差的消除 26	§ 3-3 用方程式分析结构相似 42
§ 2-4 偶然误差的理论 26	§ 3-4 用量纲分析法分析结构相似(π 定理) 43
§ 2-5 间接测量中的误差分析 29	§ 3-5 弹性结构中的相似性 45
	习题 50
	参考资料 50

第二篇 电阻应变测量技术基础

第4章 电阻应变片 52	§ 6-2 电阻应变仪的工作原理 89
§ 4-1 金属丝的灵敏系数 52	§ 6-3 电阻应变仪的技术指标 93
§ 4-2 应变片的灵敏系数 54	习题 101
§ 4-3 应变片的横向效应系数 55	第7章 记录器 102
§ 4-4 横向效应的影响 56	§ 7-1 概述 102
§ 4-5 应变片的构造和类型 60	§ 7-2 振子的工作原理 104
§ 4-6 应变片的工作特性 65	§ 7-3 振子的动态特性 105
§ 4-7 应变片的粘贴 66	§ 7-4 振子的技术指标和正确选用 108
§ 4-8 应变片的防护 69	§ 7-5 磁带记录器简介 112
习题 70	
第5章 应变片的测量电路 72	第8章 静态应变测量 117
§ 5-1 直流电桥的输出电压 72	§ 8-1 测量的一般步骤 117
§ 5-2 温度效应的补偿 76	§ 8-2 贴片方位和应变应力换算 118
§ 5-3 应变片在构件上的布置和在电 桥中的接法 77	§ 8-3 静态应变仪的校正 121
§ 5-4 交流电桥的输出电压 80	§ 8-4 应变片栅长的选择 121
§ 5-5 电位计式电路 82	§ 8-5 横向效应的修正 123
习题 84	§ 8-6 粘贴方位不准造成的误差 124
第6章 电阻应变仪 85	§ 8-7 环境湿度和温度的影响 125
§ 6-1 电阻应变仪的种类和调幅波的 产生 85	§ 8-8 测量导线电阻的影响及其修正 128
	§ 8-9 多点测量和接触电阻 128
	第9章 动态应变测量 131
	§ 9-1 动态应变及其频谱 131

§ 9-2	应变片的动态响应	133
§ 9-3	动态测量的仪器系统	134
§ 9-4	动态应变记录波形图	135
§ 9-5	仪器系统振幅特性和频率特性 的检测	135
§ 9-6	随机数据的基本特性	138
§ 9-7	疲劳试验与疲劳强度校核	145
§ 9-8	应变测量系统的误差	147
第 10 章	实验	150

实验 1	应变片的粘贴	150
实验 2	应变片在电桥中的接法	150
实验 3	应变片灵敏系数的测定	151
实验 4	横向效应系数的测定	151
实验 5	静态应变的多点测量	151
实验 6	动态应变的观察	152
实验 7	振子振幅频率特性的测定	152
实验 8	动态应变的记录	152
参考资料		152

第三篇 特殊条件下电阻应变测量

第 11 章	运动构件应变测量	153
§ 11-1	运动构件应变测量概述	153
§ 11-2	运动构件应变测量中的温度补 偿	154
§ 11-3	运动构件上应变片和引线的保 护	155
§ 11-4	旋转构件的应变信号传递装置 ——集流器(引电器)	156
§ 11-5	运动构件应变的遥测	164
实验	旋转轴的动应变测量	170
第 12 章	高(低)温条件下应变测量	171
§ 12-1	高(低)温条件下应变测量的特 点	171
§ 12-2	高(低)温电阻应变片构造和类 型	172
§ 12-3	高(低)温应变片用的丝材和粘 结剂	174
§ 12-4	高温应变片各项工作特性及其 测定方法	176
§ 12-5	高温应变测量的若干技术问题	180
§ 12-6	应用举例	184
实验	高温应变片的热输出曲线测定	185

第 13 章	高压液下的应变测量	186
§ 13-1	高压液下应变片和引线的防护	186
§ 13-2	高压液下引线密封装置	189
§ 13-3	高压液下应变片的压力效应	190
实验	测定应变片的压力效应	192
第 14 章	模型试验中的电阻应变测量	193
§ 14-1	模型电阻应变测量的特点	193
§ 14-2	塑料的蠕变影响	194
§ 14-3	温度和湿度对塑料应变测量的 影响	196
§ 14-4	应变片的局部加强效应	197
§ 14-5	塑料模型的实验方法	197
实验	塑料性能实验	199
第 15 章	应变片式传感器	200
§ 15-1	应变片式传感器的基本原理	200
§ 15-2	测力传感器	205
§ 15-3	压力(压强)传感器	210
§ 15-4	位移传感器	212
§ 15-5	扭矩传感器	213
§ 15-6	特殊用途的应变片式传感元件	213
参考资料		216

第四篇 光弹性实验方法

第 16 章	光弹性实验方法的基本原理	217
§ 16-1	光学基本知识	217
§ 16-2	光弹性实验装置	220
§ 16-3	平面应力——光学定律	222
§ 16-4	平面偏振布置中的光弹性效应	223
§ 16-5	圆偏振布置中的光弹性效应	225
实验	光弹性仪的构造及光学效应	229

习题		228
第 17 章	等差线和等倾线	229
§ 17-1	白光入射时的等差线(等色线)	229
§ 17-2	等差线条纹级数的确定	229
§ 17-3	非整数条纹级数的确定	231
§ 17-4	等倾线绘制和主应力判别	235
§ 17-5	等倾线的特征	237

§ 17-6 主应力迹线与最大剪应力迹线	239	第 20 章 材料和模型	266
习题	240	§ 20-1 对光弹性材料的要求和材料的性能	266
第 18 章 平面光弹性应计算	241	§ 20-2 环氧树脂光弹性模型的制作	268
§ 18-1 边界应力和应力集中系数	241	§ 20-3 聚碳酸酯光弹性材料	272
§ 18-2 内部应力分离方法	243	实验 环氧树脂光弹性模型的制作	272
§ 18-3 用剪应力差法计算截面上的应力	244	第 21 章 贴片光弹性法	273
§ 18-4 材料条纹值的测定	249	§ 21-1 反射式偏光系统	273
§ 18-5 模型应力换算为原型应力的公式	251	§ 21-2 基本原理	274
实验 1 光弹性材料条纹值和应力集中系数的测定	251	§ 21-3 应变分离方法	276
实验 2 平面光弹性实验	252	§ 21-4 贴片材料与粘贴技术	278
习题	252	§ 21-5 加强效应与厚度效应	279
第 19 章 三维光弹性的冻结切片法	253	实验 贴片光弹性法实验	280
§ 19-1 冻结切片法概述	253	第 22 章 散射光弹性法	281
§ 19-2 次主应力	254	§ 22-1 光的散射	281
§ 19-3 三维光弹性效应	254	§ 22-2 基本原理	282
§ 19-4 模型切片的正射法	255	§ 22-3 实验装置	284
§ 19-5 模型切片的斜射法	257	§ 22-4 散射光弹性法的应用	285
§ 19-6 三维模型自由表面的应力测量	260	实验 散射光法实验	288
§ 19-7 工程实例——汽轮机转子的光弹性实验	262	第 23 章 光弹性法的特殊应用	289
实验 三维光弹性实验	264	§ 23-1 动光弹性法	289
		§ 23-2 热光弹性法	291
		§ 23-3 塑性与弹塑性应力分析	292
		参考资料	294

第五篇 实验应力分析的其他方法

第 24 章 脆性涂层法	295	参考资料	323
§ 24-1 脆性涂层法基本原理	295	第 26 章 全息干涉法	324
§ 24-2 脆性涂料的配制及其性能	296	§ 26-1 全息照相	324
§ 24-3 脆性涂层法试验技术	300	§ 26-2 全息干涉位移测量	327
实验 测定脆性涂层的初裂应变值	302	§ 26-3 全息干涉振动测量	333
参考资料	303	§ 26-4 全息光弹性法	336
第 25 章 应变分析中的云纹方法	304	实验 全息干涉法实验	345
§ 25-1 概述	304	参考资料	346
§ 25-2 云纹法应变测量的基本原理	305	第 27 章 散斑干涉法	347
§ 25-3 影象云纹法(离面位移测量)	318	§ 27-1 散斑	347
§ 25-4 反射云纹法(斜率测量)	320	§ 27-2 散斑干涉计量原理	347
§ 25-5 栅板的制造	322	§ 27-3 散斑干涉法的应用	351
实验 用云纹方法测量圆环应变	323	实验 散斑法实验	356
		参考资料	356

绪 论

实验应力分析是用实验方法测定构件中应力和变形的一门学科，它和应力分析理论一样是解决工程强度问题的一个重要手段，对改进机器的工作性能、减轻机器的重量及保证安全生产起重大作用。

应用实验应力分析方法可解决下列问题：

- 一) 在设计过程中，可测定模型中的应力或变形，根据测定的结果来选择构件最合理的尺寸和结构形式。
- 二) 采用实验应力分析方法可测定现有设备中各构件的真实应力状态，找出最大应力的位置及数值，从而评定设备的安全可靠性，并为提高设备的出力和承载能力给出依据。
- 三) 可对破坏或失效的构件进行分析，提出改进措施，防止再次出现破坏或失效现象。
- 四) 测定构件在工作过程中所受载荷大小及方向，或测定影响载荷情况的各种运动参数(例如位移、加速度等)。
- 五) 对应力分析理论计算方法进行校核，并可从实验中探索规律，为理论工作提供前提条件。

实验应力分析与应力分析理论是解决工程强度问题的两种不同的途径，今天这两种方法均已相当完善，可以用来解决一些强度问题，但是它们之间有着密切的关系，必须看成为两个相互促进、相互补充而又各自保持自己特点的两种方法。理论必须以实验为基础，一个新的理论计算方法的提出必须以实验为前提，其计算所得的结果要经过实验验证，同样实验必须以理论为指导，在制定实验计划和分析实验数据时必须采用理论方法。

理论方法虽然给出了应力分析的基本方程式，但是在解决实际问题时，采用解析方法常常遇到数学和计算方面的困难，只能对有限的一些简单问题给出精确解，对几何形状或受载复杂的构件往往需要进行一些假设及理想化，因此所得结果为近似的，此时必须采用实验方法来验证。一些二维问题还可有效地近似解出，对于某些三维问题和应力集中问题，仅仅依靠理论解析方法来求解是十分困难的，有时甚至得不到计算结果。而实验应力分析方法不受结构形状等各种限制，这些问题采用实验方法往往可得到满意的结果。近年来由于计算机的发展，应用有限单元等数值计算方法，使应力分析工作得到很大的发展，几乎对所有问题均可给出解答，但是应用数值计算方法，必须在正确建立数学模型的前提下，才能给出正确的结果，而且同样要用实验方法来验证。对于一些载荷和边界条件未知的问题，用数值方法求解时，必须采用实验方法提供必要的参数。

应该指出有许多问题虽然可以采用数值计算方法求解，但是采用实验方法有时比数值计算方法要方便和经济得多。例如一些几何形状或载荷不对称的三维问题，如采用有限单元方法，需编排复杂的程序，使用大容量的计算机，耗费大量的人力和费用，而采用实验方法可以较快得到可靠的结果，所花的费用要少得多。另外理论计算时必须知道边界条件才能进行计算，而实验方法即使边界条件没有完全确定的情况下，也可从实物中测得数据。对一些只需要知道局部应力和变形的问题中，采用实验方法要方便得多，如果只要变形数值，甚至不知道材料

性能的条件下，也可测定。

因此实验应力分析方法在应力分析中有其独特的作用，它不仅对理论分析作出贡献，而且能有效的解决许多理论工作不能解决的工程实际问题，因此不可能被理论所取代，在机械、化工、土建、航空……等工业中得到广泛应用，对科学技术的发展起一定的作用。

在这里我们也应该看到实验应力分析方法也有它的局限性，一点应力是作为一种极限过程求得的，应变实际上是位移导数的函数，因此实验不论在模型上或实物上所得的结果均包含理想化和近似的因素。同时由于测试技术的限制，在某些特殊环境条件下，现在还不能进行实验，测量精度亦有赖于进一步提高。总之，实验应力分析本身还有许多工作要做，一些新的实验方法及新的技术有待于人们去开拓。

早期实验应力分析常常与理论研究工作结合在一起，采用一些简单的机械量测工具进行实验，四百多年前，达·芬奇作过拉伸试验；1632年伽利略作过弯曲试验；1678年虎克作了“弹簧”的实验研究，从而建立了虎克定律；在前人实验研究的基础上，1705年雅可夫·柏努利建立了梁杆的弯曲方程式；1744年欧拉创立了杆的纵向弯曲理论；1773年库仑作了扭转试验，分析了圆轴的扭转，并建立了关于剪切的基本概念；十九世纪初杨氏采用实验方法测定了拉伸（或压缩）与剪切的弹性模量，确立了弹性模量的基本概念。这样，十九世纪初，已奠定了材料力学的基础，并为三维物体的力学理论创造了前提。

由于纳维叶、泊松、科希、圣维南……等人的努力，到十九世纪的后半期，弹性理论已发展到成熟阶段，但这一段时间内实验应力分析工作却进展很少，这主要是由于科学技术及仪器设备的发展落后造成的。二十世纪起，由于工业的发展，要求人们去测量构件上微小基长范围内的变形，确定构件的应变与应力，进一步验证理论计算的正确性及解决工程实际问题。因此简单的机械量测工具已不能满足测量的要求，必需寻找新的测量方法。同时，由于电学、光学……等技术的发展，给实验应力分析创造了条件，从那时起到现在，实验应力分析得到了迅速的发展，今天它已成为解决工程强度问题的一门独立学科。它除了以弹性理论、数据处理、相似理论等为基础理论外，还应用各种科学技术来发展自己。现在实验应力分析方法已有十几种，主要的有：电阻应变测量、光测弹性力学、脆性涂层法、云纹方法、激光全息干涉法、激光散斑干涉法、机械应变计、声全息、声弹性、比拟法、X光衍射法……等。下面简要地介绍上面所列在实验应力分析中应用较广和有发展前途的前六种方法的发展历史与特点。

电阻应变测量：早在 1856 年 W. Thomson 在铺设海底电缆工作时，发现了电缆的电阻值随海水的深度不同而变化，从而进一步对铜丝和铁丝进行拉伸试验，得到了三个结论：1. 铜丝和铁丝的应变与其电阻变化成函数关系；2. 铜丝与铁丝对应变与电阻变化之间关系有不同的灵敏度；3. 由于应变而产生的微小电阻变化可用惠斯顿电桥进行测量。这些结论正是现在电阻应变测量的理论基础，它指出应变可以转换成电阻的变化及用电学方法测量应变的可能性。但是直到 1936~1938 年才由 E. Simmons 与 A. Ruge 等人制出了纸基丝绕式电阻应变片，并由美国 Baldwin Lima Hamilton 公司专利生产，取他们的名字字首命名为 SR-4。1952 年英国 P. Jackson 制出了第一批箔式电阻应变片，1954 年 C. Rmith 发现锗与硅半导体中压阻效应，1957 年出现了第一批半导体应变片，由 W. Mason 等人应用半导体应变片制作传感器测量位移、力与扭矩……等物理量。至今各种不同规格的电阻应变片已有二万多种。电阻应变测量方法可用来测量实物与模型的表面应变，它具有很高的灵敏度和精度。由于它在测量时输出是电信号，因此易于实现测量数字化和自动化，并可进行无线电遥测。采用电阻

应变测量方法可在高温、高压液下、高速旋转及强磁场……等特殊条件下进行测量。同时，电阻应变片的基长可制作得很短，并具有很高的频率响应能力，因此在应变变化梯度较大构件上测量时仍能获得一定的准确度，在高频的动应变测量中具有独特的优点。因此电阻应变测量技术已成为实验应力分析中应用最广的一种方法。最初出现的机械式、光学式、电容及电感式等应变计，在构件应变测量中已逐渐被电阻应变片所代替。电阻应变测量技术的主要缺点是：一片电阻应变片只能测量构件表面一个点的某一个方向的应变，不能进行全域性的测量，而且只能测得被测点上电阻应变片基长内的平均应变值，在应变梯度大的部位，难以测得该处的最高峰值。在温度变化大，强磁场等情况下，需采用一定措施，才能保证测量精度。

光测弹性力学：1816年前后，布鲁斯特等人发现将玻璃板置于偏振光场中在载荷作用下出现彩色条纹，而这些条纹的分布与板的几何形状及所受的载荷有关。经过研究，发现上述现象的产生，是由于玻璃板在载荷作用下任一点的各方向应力不同，使得玻璃板任一点各方向的折射率不同，在偏振光场中由于双折射现象而产生条纹。显然，这些条纹与各点的应力状态有直接联系。1841年纽曼和1853年马克斯威尔等人，在实验基础上建立了应力——光学定律，证明了主折射率与主应力成线性关系，从而得到了应力与光学量之间的定量关系，为光测弹性力学奠定了理论基础，但由于当时缺乏敏感性较高的材料，因此光测弹性力学还没有达到实用阶段。直到1906年赛璐珞被用作光弹性材料之后，推动了光测弹性力学的发展，英国柯克和菲龙做了一系列研究工作，在1931年出版了“光测弹性力学”一书，该书系统的总结了前人的工作，成为光测弹性力学开始发展的标志。后来经过许多人的工作，以及酚醛树脂和环氧树脂等光学敏感性材料的出现，今天光测弹性力学已成为实验应力分析中一个有效和成熟的方法。光测弹性力学利用偏振光通过透明受力模型获得干涉条纹图，可以很方便的直接确定模型各点的主应力差和主应力方向，如要得到主应力数值，则需借助于弹性理论或者其它实验方法。光测弹性力学方法可得到整个模型的应力条纹图，从而可直接观察模型的全部应力分布情况，特别是能直接看到应力集中部位，可迅速、准确地确定应力集中系数。利用这种方法进行应力分析，不仅能准确地解决二维问题，而且可以有效地解决三维问题，不仅能测定边界应力，而且能测定模型内部应力。但是光测弹性力学现在主要用于解决室温和静态应力问题，对于热应力，动应力，塑性等问题虽已进行了不少研究，但还存在一些问题有待于解决。采用“冻结”切片法来测定模型的三维应力状态时，由于塑料在冻结高温时的泊松比接近于0.5，与实物泊松比有所差别，因此带有一定的误差。采用直接加载激光散射光法可解决这一问题，但在加载夹具与模型接触处应力条纹不易观察，而这些部位往往是我们所要研究的地方。采用光弹性贴片法可直接测定实物表面的应变，但如果实物为钢材料制成，在弹性变形范围内这种方法的灵敏度较差，它适用于弹塑性范围内的应变测量。

脆性涂层法：最早将脆性涂层用于应变测量是1932年德国Dietrich和Lehr两人提出的。1934年法国Portevin和Cymboliste进行了脆性涂层材料的研究，用天然树脂和各种溶剂制成脆性涂层。1937年G-Ellis系统地研究了脆性涂层材料的成份和性能，1941年美国Magnaflux公司生产脆性涂层的商品名叫Stresscoat，在美国获得广泛的应用。脆性涂层的使用方法很简单，将脆性涂料涂于构件表面，当构件表面应变达到一定值时，涂层发生开裂，根据开裂裂纹的情况便可确定应力大小与方向，此法容易获得主应力迹线，并具有一定的精度，但要确定主应力值则有较大误差。它可以在实物上进行测量，全域性的显示，但受温度和湿度的影响较大，一般只能作定性的测量。由于它的价格低廉及使用方便，因此可与电阻应变测量方

法配合使用，由它来确定构件最大应力部位，然后用电阻应变测定最大应力值。脆性涂层亦可对动应变进行测量，采用陶瓷材料制成脆性涂料可用于300°C高温应变测量，但比室温与静态应变测量时的测量精度要差一些。

云纹方法：云纹方法法文名字称为“moire”，即丝绸云纹之意，用两块半透明丝绸重迭在一起会产生美丽的条纹，因此而得名。1948年Weller和Speperd首先将云纹方法用于应变测量，两块由透明与不透明平行线条相间组成的“栅”重迭在一起，当其中一块“栅”随着构件发生变形时，由于线条之间几何干涉产生云纹条纹，根据这些云纹条纹便可确定构件的位移。由于云纹方法是几何干涉方法，因此可以测量较大的变形，同时不受温度的影响，可在较高温度范围内进行测量，它的缺点是在小变形时灵敏度低，但是在测量大变形时要比其它方法优越，因此可用在弹塑性变形和裂纹开裂场合下进行测量。云纹方法不仅可以用来测量面内位移，采用影象法与反射法还可以测量离面位移和斜率，这对测量板、壳等构件的挠度及斜率是一种很有用的方法。云纹方法直接获得的信息是位移，若要得到应变需进行微分，因此精度要差一些。云纹方法亦可对动位移进行测量，但此时和其它光学方法一样，所得条纹的清晰度比静态位移测量要差一些。总之，云纹方法是近年发展起来的比较有前途的一种方法。

近年来由于激光技术的引进，使得实验应力分析在光测方面有较大的进展，主要有下面两种新方法。

全息干涉法：早在1947年英国盖伯在提高电子显微镜分辨率研究课题中，提出了光学成像的一种新方法，为全息照相奠定了理论基础，但是由于当时条件的限制，在实践上没有得到成功。激光的出现，使人们得到一种具有很高的时间和空间相干性的光源，为全息照相的发展创造了条件，1962年利思用激光光源拍摄了第一张可供实用的激光全息图，1964年又提出了漫射全息图的概念。用全息干涉术法对变形物体进行位移测量是最近十几年提出来的。全息干涉法测量位移有许多优点，它是一种非接触式测量方法，对构件表面的光洁度没有要求，因此构件表面不需作专门的加工，同时它是全域显示方法，可得构件全部位移场。可在实物上进行测量，并具有很高灵敏度和精度，灵敏度为波长量级，采用脉冲激光光源可测量瞬态位移。但是全息干涉法主要用来测量离面位移，若要确定面内位移及应变时，必需根据离面位移在面内投影分量求得，特别是在解决三维问题的应力分析时，需测量三个方向的位移分量，其方法复杂及精确度差。看来全息干涉法是用来测量物体瞬态位移及振型和薄膜等离面位移的一种较好的非接触式测量方法。全息干涉法在测量时要求被测物体不受外界振动等干扰，一般需在实验室中进行测量。1968年美国Fournay和Hovanesian等人将全息摄影术与光弹性实验结合，可在同一幅光弹图片上拍摄出等差线（得主应力差）及等和线（得主应力和），这样可以很方便地求得主应力，避免了光弹性的复杂计算。

激光散斑干涉法：散斑干涉法是最近几年出现的一种新的实验应力分析方法，最早是在1968年由Burch和Tokaski在疲劳检验尝试测量位移时提出。1969~1971年间Ennos和Eliasson等人利用散斑干涉测量振型，同时Archbodd等人利用散斑测量位移，对结构变形进行研究，1973年前后，利用散斑相关、杨氏条纹逐点观测法测量裂纹尖端开裂位移。近年来富里叶光学理论在散斑分析中的应用，可对散斑图进行全场分析与观测，散斑干涉法在实验应力分析中得到迅速的发展。散斑干涉法用来测量构件面内位移较好，但也可以测量斜率或离面位移，它也是一种非接触式测量方法，可在实物上进行测量，被测量构件表面不需进行特别加工，并且可以逐点测量或全场显示，还具有灵敏度高及设备简单等优点，亦能用于动态及高温

应变测量，但散斑干涉法形成的条纹不够清晰，它是一个较有前途正在研究发展的实验应力分析新方法。

由上面几种实验分析方法介绍中，可见实验应力分析虽然只要求测定与应力分析有关的应力、应变及位移物理量，但作为一个实验应力分析工作者，除了必需具备应力分析理论、误差分析、数据处理及相似理论等基础知识外，还必需掌握有关电学、光学及化学等技术知识，并且时刻注意科学技术发展的新动向，提高实验应力分析技术水平，为我国实现四个现代化作出贡献。



北林图 A0003831C

289855

第一篇 实验应力分析基础

第1章 弹性理论的基本方程

§ 1-1 应 力

一、表面力、体积力和应力

物体在力的作用下处于平衡状态，此时该物体所受的力在一般情况下有以下三种：即表面力、体积力和内力。

表面力是外加在物体表面上的力，它通过与另一物体（可能是固体或流体）的接触作用在物体的表面上。

体积力是物体的自重或者由于加速度引起的惯性力，它是分布在物体全部体积内。

内力是物体内一部分对另一部分的相互作用力。如有一物体在外力作用下处于平衡状态（如图 1-1a 所示），设想一任意截面 s 将物体截为 A 与 B 两部分，如果去掉 A 部分，为了维持 B 部分的平衡，在截面 s 上必须要有力的作用（如图 1-1b 所示），在截面 s 上取一小单元面积 Δs （如图 1-1c 所示），设 Δs 上的作用力为 ΔP ，那么在 Δs 面积上平均应力等于 $\frac{\Delta P}{\Delta s}$ ，如果 Δs 取得足够小，则 $\frac{\Delta P}{\Delta s}$ 可看成一点上的应力，用下式表达：

$$p = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta s} = \frac{dP}{ds} \quad (1-1)$$

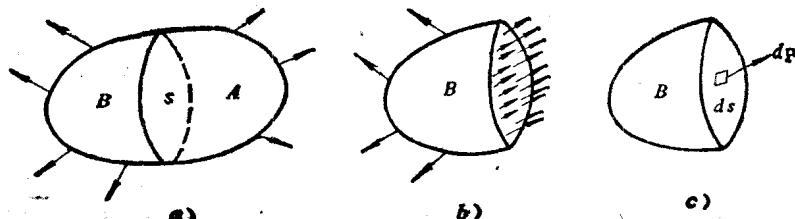


图 1-1

p 称为全应力，它是一个向量，在一般情况下与 s 截面法线方向不重合，若如图 1-2a 设坐标，令 x 轴与截面外法线方向 N 相平行， p 在 x, y, z 三坐标轴上投影可得三个分力。在 x 轴上的分力垂直于截面 s ，称为正应力以 σ_x 表示；在 y 轴上的分力与截面 s 相切，称为剪应力以 τ_{xy} 表示；在 z 轴上的分力与截面 s 相切，称为剪应力以 τ_{xz} 表示。因此任意截面上一点全应力可用一个正应力和二个剪应力来代替。若如图 1-2b 所示，截面法线方向与 y 轴平行，同样 p 全应力可分解为 x, y, z 轴上三个分力，此时正应力以 σ_y 表示，剪应力以 τ_{yx}, τ_{yz} 表示。若如图 1-2c 所示，截面法线方向与 z 轴平行， p 在 x, y, z 轴上三个分力，正应力以 σ_z 表示，剪应力以 τ_{xz}, τ_{yz} 表示。

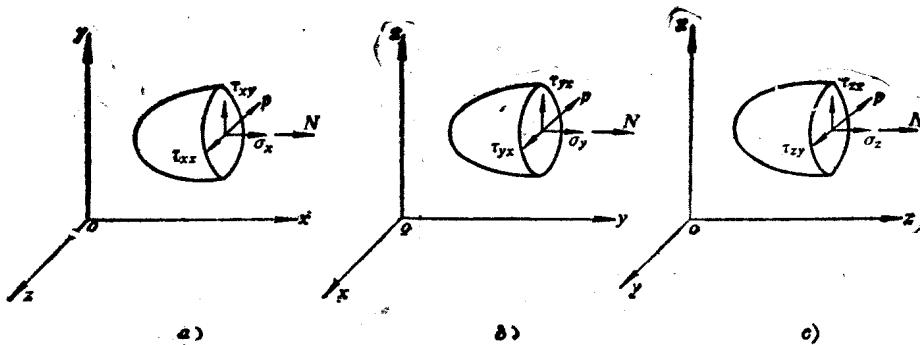


图 1-2

正应力和剪应力的正负是这样规定的，如果截面外法线方向与坐标轴的一个轴的正方向相同，此时如正应力和剪应力的方向与坐标轴正方向相同，则各应力均为正，相反则为负。如果截面外法线方向与坐标轴的一个轴的负方向相同，此时如正应力和剪应力与坐标轴负方向相同，则各应力均为正，相反则为负。可以看出，正的正应力因与外法线方向相同起拉伸作用，负的正应力与外法线方向相反起压缩作用。

二、平衡微分方程

在一个处于平衡状态的物体内任一位置上，取一个微小矩形六面体，如图 1-3 所示设坐标，六面体的边长分别为 dx 、 dy 、 dz ，它的两对角点可看成物体内二点，设 M 点坐标为 $M(x, y, z)$ ，那么 H 点坐标为 $H(x+dx, y+dy, z+dz)$ 。因为被研究的物体是一均匀连续体，所以应力为坐标的连续函数，即 $\sigma_x = F_1(x, y, z)$ ， $\tau_{xy} = F_2(x, y, z)$ ……等。如果矩形六面体取得很小时，通过 M 点的三个截面上应力与通过 H 点的三个截面上应力，表示在图 1-3 上。设单位体积力为 f ，可用其在 x 、 y 、 z 轴上三个分力 f_x 、 f_y 、 f_z 来代替，作用在矩形六面体的中心（图 1-3 中未画出）。

矩形六面体是从平衡物体内截取而得，因此它必须满足空间力系的平衡条件，从 $\sum x=0$ ， $\sum y=0$ ， $\sum z=0$ 三个平衡条件中可得下列三个平衡微分方程：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + f_y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z &= 0 \end{aligned} \quad (1-2)$$

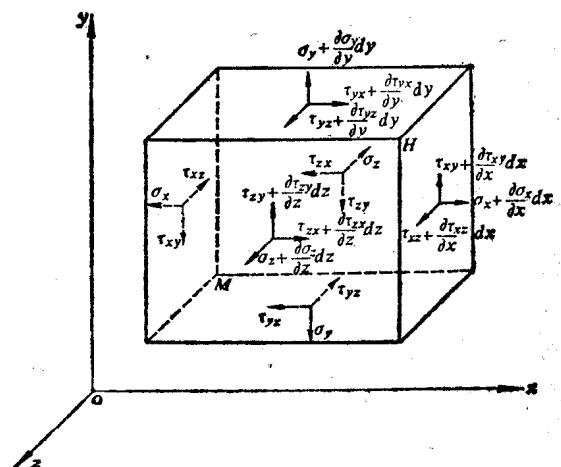


图 1-3

如果物体处于平衡状态，物体内各点应力应满足上面所列的三个平衡微分方程。

从 $\sum M_x = 0$ ， $\sum M_y = 0$ ， $\sum M_z = 0$ 三个平衡条件中可得：

$$\begin{aligned}\tau_{yz} &= \tau_{xy} \\ \tau_{zx} &= \tau_{xz} \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx}\end{aligned}\quad (1-3)$$

上面三式即是剪应力互等定理。

三、一点应力状态及主应力

在一平衡物体内任意位置上截取一矩形六面单元体，当此单元体各边长趋近于零时，它便可被看成一点，如前所述单元体上有9个应力分量，表示在图1-4上，根据剪应力互等定理，其中六个剪应力只有三个是独立的，因此只要有六个应力分量（即 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ ）就能确定一点的应力状态。

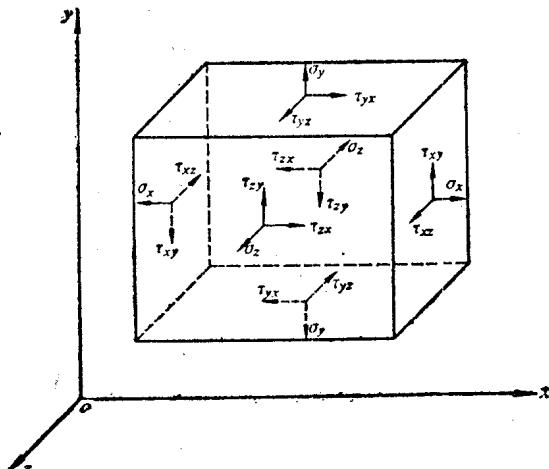


图 1-4

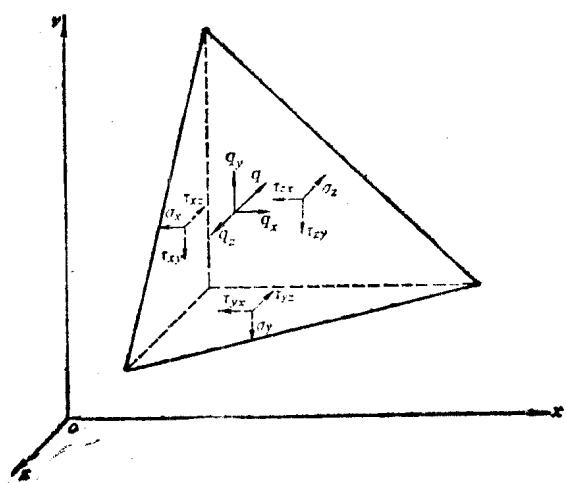


图 1-5

假定此六个应力分量为已知，求单元体内任一斜截面abc上的应力（即一点任一方向上的应力），斜截面截出的四面体表示在图1-5上，设斜截面的法线为N，法线与x、y、z坐标轴的夹角余弦分别为 $\cos(N, x) = l, \cos(N, y) = m, \cos(N, z) = n$ ，并设斜截面上的全应力为p，p在x、y、z坐标轴上投影为 p_x, p_y, p_z ，由平衡条件 $\sum x=0, \sum y=0, \sum z=0$ 得：

$$\begin{aligned}p_x &= \sigma_x l + \tau_{yz} m + \tau_{zx} n \\ p_y &= \tau_{xy} l + \sigma_y m + \tau_{xy} n \\ p_z &= \tau_{xz} l + \tau_{yz} m + \sigma_z n\end{aligned}\quad (1-4)$$

斜截面上的正应力 σ_N 为：

$$\sigma_N = \sigma_x l^2 + \sigma_y m^2 + \sigma_z n^2 + 2\tau_{xy} lm + 2\tau_{yz} mn + 2\tau_{zx} nl \quad (1-5)$$

斜截面上的全应力p为：

$$p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2} \quad (1-6)$$

斜截面上的剪应力 τ_N 为：

$$\tau_N = \sqrt{p^2 - \sigma_N^2} \quad (1-7)$$

由以上诸式可见，已知一单元体的六个应力分量便可求出一点任意方向上的应力。

在剪应力等于零截面上的正应力称为主应力，该截面称为主平面，在主平面上 $\tau_N=0$ ，代入(1-7)式可得 $p=\sigma_N$ ，即主平面上正应力（即主应力）等于全应力，因此主应力 σ_N 在x、y、z轴上投影为：

$$p_x = \sigma_N l, \quad p_y = \sigma_N m, \quad p_z = \sigma_N n \quad (1-8)$$

代入(1-4)式可得:

$$\begin{aligned} (\sigma_x - \sigma_N)l + \tau_{yz}m + \tau_{zx}n &= 0 \\ \tau_{xy}l + (\sigma_y - \sigma_N)m + \tau_{xz}n &= 0 \\ \tau_{xz}l + \tau_{yz}m + (\sigma_z - \sigma_N)n &= 0 \end{aligned} \quad (1-9)$$

其中 l, m, n 是截面法线与 x, y, z 轴的夹角余弦, 因此:

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1 \quad (1-10)$$

从上式中可看出 l, m, n 不能同时为零, 因此(1-9)式中系数行列式必须为零, 将行列式展开得:

$$\begin{aligned} \sigma_N^3 - (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\sigma_N^2 + (\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2)\sigma_N \\ - (\sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2) = 0 \end{aligned} \quad (1-11)$$

解上列方程式可得三个实根 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, 此三个实根即为主应力值, 按数值大小排成 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, 可以证明, 一点上任意方向的正应力都不会大于主应力中最大的一个, 或小于主应力中最小的一个。如果 $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$, 则一点的各方向正应力都相同, 即为各向同性点。

将所求得主应力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 分别代入(1-9)式, 并利用(1-10)式, 便可得到三组主平面的主方向, 即 $l_1, m_1, n_1; l_2, m_2, n_2; l_3, m_3, n_3$ 。可以证明此三个主平面互相垂直。

四、应力状态不变量

不论如何选择 x, y, z 轴的位置, 得出的主应力值应当是相同的, 因此(1-11)方程式中系数必须是常数, 即:

$$\begin{aligned} J_1 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \\ J_2 &= \sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 \\ J_3 &= \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2 \end{aligned} \quad (1-12)$$

J_1, J_2, J_3 依次称为第一、第二、第三应力不变量。从第一不变量中可看出任一点正应力分量之和为常数。

五、剪应力极值

将 x, y, z 坐标轴分别与主应力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 方向重合, 根据(1-4)式可得:

$$p_x = \sigma_1 l, \quad p_y = \sigma_2 m, \quad p_z = \sigma_3 n \quad (1-13)$$

代入(1-5), (1-6), (1-7)诸式可得:

$$\tau_N^2 = \sigma_1^2 l^2 + \sigma_2^2 m^2 + \sigma_3^2 n^2 - (\sigma_1 l^2 + \sigma_2 m^2 + \sigma_3 n^2)^2 \quad (1-14)$$

把 l, m, n 看作变量, 对上式 τ_N^2 求极值, 并利用 $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ 关系式, 可求得一点剪应力极值。

在 $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ 时, 剪应力极值为:

在 $l = 0, m = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, n = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ 时:

$$\tau_{NI} = \pm \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}$$

在 $m = 0, n = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, l = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ 时:

$$\tau_{NII} = \pm \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} \quad (1-15)$$

在 $n = 0, l = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, m = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ 时: