

电力网络灵敏度分析 与潮流计算

王尔智 赵玉环 编著



机械工业出版社

目 录

第一章 电力系统潮流计算	1
§ 1-1 电力系统方程式	2
§ 1-2 导纳矩阵	4
§ 1-3 潮流方程的求解方法	7
§ 1-4 例题	21
§ 1-5 非标准变比变压器	31
第二章 一般网络的灵敏度分析	36
§ 2-1 增量网络法	37
§ 2-2 伴随网络法	52
§ 2-3 典型元件的灵敏度	58
§ 2-4 线性动态网络在时域中灵敏度的计算	72
§ 2-5 非线性系统灵敏度的计算	78
第三章 电力网络灵敏度计算导论	86
§ 3-1 控制变量与状态变量	86
§ 3-2 电力网络灵敏度计算方法简介	88
§ 3-3 灵敏度计算在电力系统中的应用	90
第四章 特勒根伴随网络法	93
§ 4-1 电路元件的扰动方程	93
§ 4-2 具有复数变比的电力变压器的模型	95
§ 4-3 复共轭表示法	97
§ 4-4 特勒根定理的增广形式	98
§ 4-5 伴随公式的一般形式	99
§ 4-6 电力系统元件变量与伴随参数	104
§ 4-7 伴随方程式	113
第五章 简化的伴随系统	121
§ 5-1 实增广特勒根和式及简化的伴随模型	121
§ 5-2 简化的伴随方程式	126
§ 5-3 计算实例	132
第六章 电力网络的复分析	149
§ 6-1 利用特勒根定理求解电力网潮流	149
§ 6-2 电力系统方程式的直接复数解	152
§ 6-3 共轭消元法	155
§ 6-4 用共轭消元法求解潮流方程的程序包 - XLFI	163

第七章 广义的电力网络灵敏度分析方法	172
§ 7-1 基本公式	172
§ 7-2 直角坐标和极坐标下的扰动方程	174
§ 7-3 伴随方程式	180
§ 7-4 灵敏度计算	184
§ 7-5 复模型函数的灵敏度	209
第八章 计算电力网络灵敏度的拉格朗日法	217
§ 8-1 复拉格朗日法的概念	217
§ 8-2 复拉格朗日法在电力系统分析中的应用	219
§ 8-3 拉格朗日法与特勒根法的比较	221
附录 I 有关矩阵表达式的导出	224
附录 II XLFI 源程序	230
参考文献	243

第一章 电力系统潮流计算

电力系统是由发电机、输电线、变压器、开关和负荷等组成的复杂系统。发电机供给有功功率和无功功率，而负荷消耗有功功率和无功功率。发电机和负荷间连接有输配电系统，目的是为了把发电机的功率送往用户。因此，发电机发出的有功功率和无功功率如何通过输电线和配电线送往负荷，此时送电系统内的各点电压和电流如何分布等，都是电力系统运行需要知道的，在增加新设备时更是如此。

电力系统的潮流计算是研究电力系统各类问题中的最基本的计算。通过潮流计算，给出对所研究的电力系统的功率分配及各节点上的电压。而功率分配及各节点上电压的信息，对电力系统各部分电流分布的计算以及在分析为适应负荷需求的增加而调整系统的规划所带来的影响上都是完全必要的。在电力网络的灵敏度分析中，也必须提供电力网络的潮流解。在上述问题的分析中，有的需要在额定状态下计算潮流，有的则需要在事故状态下去计算。

电力网络通常都是三相系统，但由于在正常运行状态下，三相系统是对称的，只对其一相进行计算就可以了，其它两相的潮流，可由所计算的一相的结果，直接导来。与系统每一节点相联系的有四个量，即有功功率、无功功率、电压有效值及电压的幅角，在一个节点上这四个量中两个量是给定的。在潮流计算中，选择一个节点，称作松弛节点是完全必要的，在此节点上复电压的模和幅角是给定的。系统的其它节点设计成电压控制节点和负荷节点，在电压控制节点上，给定的是有功功率和复电压的模，而在负荷节点上，有功功率和无功功率是已知的。

电力网络的联接是用对每一节点指定一个编号数字来描述的，这些编号数字也表明了传输线和变压器的端点。此外它还用于辨别节点类型，静态电容的位置，分路电抗器以及那些用于表达非正常变比的变压器的元件。

在开发有效的潮流计算软件中，首先要考虑两个基本问题，一是如何构成描述求解问题的数学模型，二是如何选择求解问题的数值计算方法。当然，同时还要考虑这两个因素之间的联系。电力网络虽然属于线性网络，但由于已知量的给定方式与一般的线性电路有所不同，因此，对潮流问题所构成的方程组对待求变量来说，是一个非线性方程组。不过，构成潮流方程的最基本依据，仍然是基尔霍夫电压定律、电流定律以及功率的平衡关系。

由于电力网络的规模一般来说都比较大，未知量的数量相当可观，因此，对潮流方程的实际求解，只是在电子计算机的出现和应用以后，才变为真正的现实。早期对潮流方程的求解是针对以导纳形式出现的回路方程组进行的，但这种方法并未得到广泛应用，因为它需要进行繁冗的数据准备工作。此外，在这种方法中，要求大量的矩阵求逆工作，这是相当消耗机时的。此后便出现了求解以节点导纳来描述的节点电压方程组的方法。这种方法得到了广泛地应用。因为这种方法具有数据准备简单、容易构成节点导纳矩阵以及当网络改变时，节点导纳矩阵易于修正等优点。在潮流分析上，有时也取电压和电流这两者为独立变量，用这种变量所列写的潮流方程形成了由导纳、阻抗电流比、电压比为元素的混合矩阵。但是，在大规模电力系统的研究方面，大多数还是应用节点导纳矩阵的方法。

§ 1-1 电力系统方程式

对于给定的电气网络，它可以用节点方程式或者回路方程式来描述。在节点方程式中，表示网络状态的变量是各节点上的电位。在回路方程式中，则是各回路中的电流。

一般，若给出网络的支路数 b 、节点数 n ，则独立回路方程式数 m 为

$$m = b - n + 1$$

独立节点方程式数 m' 为

$$m' = n - 1$$

因此，回路方程式数比节点方程式数只多

$$d = m - m' = b - 2n + 2$$

在一般电力系统中，各节点（母线）和大地间有发电机、负荷、线路电容等对地支路，还有节点和节点之间也有输电线和变压器支路等。一般

$$b > 2n$$

用节点方程式来描述网络要比用回路方程式数目要少。而且，由于电力网络规模一般来说比较大，各节点之间的联接纵横交错，列写回路方程相当困难。用节点方程式来描述网络，却容易直观建立方程式。此外，输电线的联接状态等变化时，也容易变更网络方程式。基于上述理由，电力网络的基础网络方程式，一般都用节点方程式表示。

一、节点方程式

如图 1-1 所示，把电力系统的发电机端子和负荷端子（同步调相机等的端子也作为发电机端子来处理）抽出来，剩下的输电线及其它输电系统概括为网络 N 来表示。对发电机节点和负荷节点给予任意顺序的编号：1, 2, ..., k , ..., n 。在输电系统 N 内不包含电源，并且各节点和大地间联接的线路对地电容、电力电容器等都作为负荷来处理。令端子 1, 2, ..., n 的对地电位分别为 $\dot{V}_1, \dot{V}_2, \dots, \dot{V}_n$ ，各端子流向输电系统 N 的电流相应为 $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dots, \dot{I}_n$ ，则此网络方程组可表示为

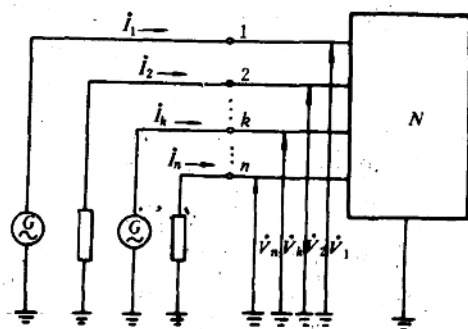


图 1-1 电力系统示意图

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= Y_{11} \dot{V}_1 + Y_{12} \dot{V}_2 + \dots + Y_{1k} \dot{V}_k + \dots + Y_{1n} \dot{V}_n \\ \dot{I}_2 &= Y_{21} \dot{V}_1 + Y_{22} \dot{V}_2 + \dots + Y_{2k} \dot{V}_k + \dots + Y_{2n} \dot{V}_n \\ &\dots \dots \dots \\ \dot{I}_k &= Y_{k1} \dot{V}_1 + Y_{k2} \dot{V}_2 + \dots + Y_{kk} \dot{V}_k + \dots + Y_{kn} \dot{V}_n \\ &\dots \dots \dots \\ \dot{I}_n &= Y_{n1} \dot{V}_1 + Y_{n2} \dot{V}_2 + \dots + Y_{nk} \dot{V}_k + \dots + Y_{nn} \dot{V}_n \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

式(1-1)可以简写成

$$i_k = \sum_{m=1}^n Y_{km} \dot{V}_m, \quad k=1, 2, \dots, n \quad (1-2)$$

或者写成矩阵形式

$$\dot{\mathbf{I}} = \mathbf{Y} \dot{\mathbf{V}} \quad (1-3)$$

式中

$$\dot{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \vdots \\ \dot{I}_k \\ \vdots \\ \dot{I}_n \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \vdots \\ \dot{V}_k \\ \vdots \\ \dot{V}_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1k} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2k} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{k1} & Y_{k2} & \cdots & Y_{kk} & \cdots & Y_{kn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nk} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \quad (1-4)$$

式(1-4)中的 $\mathbf{Y}$ 称为导纳矩阵,因输电系统 N 是由无源元件构成的,因此,导纳矩阵是对称的。于是有

$$Y_{ij} = Y_{ji} \quad (1-5)$$

复电压向量 $\dot{\mathbf{V}}$ 和复电流向量 $\dot{\mathbf{I}}$ 的关系用式(1-1)~(1-5)表示时,称为节点导纳方程式。有时节点电压向量 $\dot{\mathbf{V}}$ 通过电流向量 $\dot{\mathbf{I}}$ 表示出来,此时式(1-3)转化为

$$\dot{\mathbf{V}} = \mathbf{Z} \dot{\mathbf{I}} \quad (1-6)$$

式中

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Y}^{-1} \quad (1-7)$$

式(1-6)称为节点阻抗方程式。当然,阻抗矩阵 $\mathbf{Z}$ 也是对称的。在实际的潮流计算中,阻抗矩阵 $\mathbf{Z}$ 的构成要比导纳矩阵困难得多。因此,我们今后只讨论由导纳矩阵构成的节点方程式。

二、节点负荷方程式

除节点方程式外,计算潮流时还要涉及到节点负荷方程式,它是用来描述节点上的功率与节点上电压和电流关系的方程式。在任一节点 k 上,有功功率和无功功率为

$$P_k - jQ_k = \dot{V}_k^* \dot{I}_k \quad (1-8)$$

因此,节点电流为

$$\dot{I}_k = \frac{P_k - jQ_k}{\dot{V}_k^*} \quad (1-9)$$

由式(1-9)表示的节点电流 $\dot{I}_k$,选定当电流流向节点时为正。

三、传输线上潮流方程

在经过对潮流方程的求解,得出各节点上的电压后,传输线上的潮流便可计算出来。在联接节点 k 和 m 的传输线上,位于节点 k 处的传输线电流为

$$\dot{I}_{km} = (\dot{V}_k - \dot{V}_m)Y_{km} + \dot{V}_k \frac{Y'_{km}}{2} \quad (1-10)$$

式中 Y_{km} 为节点 k 与 m 间传输线的复导纳, Y'_{km} 为由 k 、 m 间传输线电容形成的该段线路的总的导纳。 $\dot{V}_k \frac{Y'_{km}}{2}$ 为在节点 k 处传输线电容中的漏电流。

k 与 m 节点间的功率潮流为

$$P_{km} - jQ_{km} = \dot{V}_k^* \dot{I}_{km}$$

或者

$$P_{km} - jQ_{km} = \dot{V}_k^* (\dot{V}_k - \dot{V}_m) Y_{km} + \dot{V}_k^* \dot{V}_k \frac{Y'_{km}}{2} \quad (1-11)$$

在节点 k 处的功率潮流是从节点 k 流向节点 m 。同理, 在节点 m 处, 功率潮流为

$$P_{mk} - jQ_{mk} = \dot{V}_m^* (\dot{V}_m - \dot{V}_k) Y_{km} + \dot{V}_m^* \dot{V}_m \frac{Y'_{km}}{2} \quad (1-12)$$

在 k 、 m 节点间的传输线中的功率损失为由式 (1-11) 和 (1-12) 所决定的功率潮流的代数和。

§ 1-2 导纳矩阵

在节点分析中, 导纳的计算是关键的一环, 正确的导纳计算是潮流计算的基础。由式 (1-4) 可知, 节点导纳矩阵的诸元素由各节点上的自导纳及各节点间的互导纳构成。

1. 自导纳

节点 k 上的自导纳 Y_{kk} 是当 k 以外的所有节点都接地, 由节点 k 向整个网络来看而得到的导纳。即在式 (1-1) 中令 $\dot{V}_1 = 0, \dot{V}_2 = 0, \dots, \dot{V}_{k-1} = 0, \dot{V}_{k+1} = 0, \dots, \dot{V}_n = 0$, 而在节点 k 上加上单位电压 ($\dot{V}_k = 1$) 时, 由节点 k 流向网络的电流就等于节点 k 上的自导纳。

$$Y_{kk} = \left(\frac{\dot{I}_k}{\dot{V}_k} \right), \quad \dot{V}_i = 0 \quad i \neq k \quad (1-13)$$

更具体说来, Y_{kk} 就等于与节点 k 联接的所有支路导纳之和。例如对图 1-2 所示系统, 节点 1 的自导纳为

$$\begin{aligned} Y_{11} &= \frac{1}{-j30.0} + \frac{1}{0.08 + j0.40} + \frac{1}{0.12 + j0.50} \\ &= 0.9346 - j4.2616 \end{aligned}$$

2. 互导纳

互导纳 $Y_{kn} (k \neq n)$ 可由式 (1-1) 得到

$$Y_{kn} = \left(\frac{\dot{I}_k}{\dot{V}_n} \right), \quad \dot{V}_i = 0 \quad i \neq n \quad (1-14)$$

即把节点 n 以外的节点全接地，而在节点 n 加以单位电压时，由节点 k 流向大地的电流再冠以负号即为互导纳 Y_{kn} 。更具体地说， Y_{kn} 是节点 n 和 k 之间所联接的所有的支路导纳之和再冠以负号。在图 1-2 中，节点 1、2 间的互导纳为

$$Y_{12} = \frac{1}{0.08 + j0.4} = -0.4808 + j2.4038$$

根据以上的定义，对图 1-2 所示系统，依次计算出各节点上的自导纳和节点间的互导纳之后，得到该系统的节点导纳矩阵为

$$Y = \begin{bmatrix} 0.9346 - j4.2616 & -0.4808 + j2.4038 & -0.4539 + j1.8911 & 0 \\ -0.4808 + j2.4038 & 1.0690 - j4.7274 & -0.5882 + j2.3529 & 0 \\ -0.4539 + j1.8911 & -0.5882 + j2.3529 & 1.0421 - j7.5429 & j3.3333 \\ 0 & 0 & j3.3333 & -j3.3333 \end{bmatrix}$$

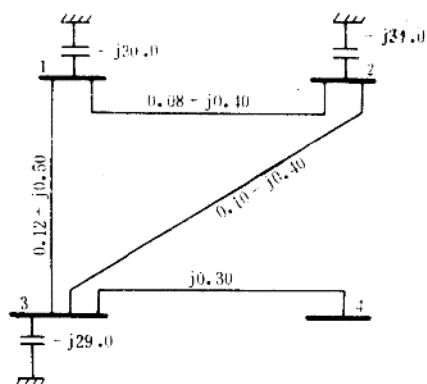


图 1-2 求节点导纳矩阵的四节点系统

3. 系统变更时的修正

系统变更时，即系统的联接状态和参数变化时，可以很简单地变更导纳矩阵。下面举出几种系统变更的主要情况。

(1) 从原有的节点上引出新的支路（输电线或变压器），在这一支路的另一端设新的节点，如图 1-3a 所示。

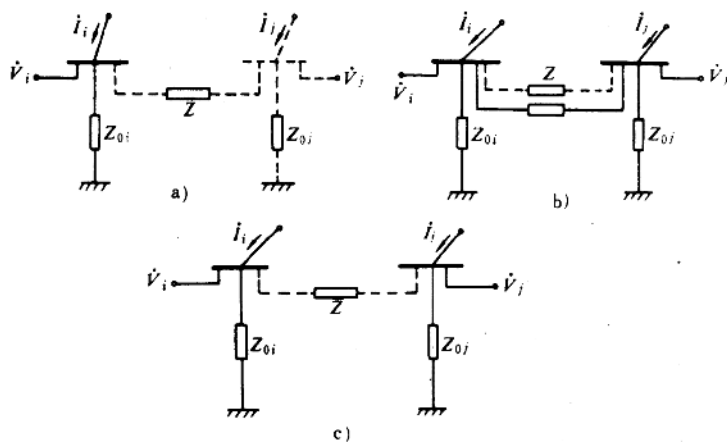


图 1-3 系统变更的情况

(2) 在原有的支路上并联新的支路，如图 1-3b 所示。

(3) 在没有支路联接的两个原有节点间附加新的支路，如图 1-3c 所示。

对第一种情况，式 (1-3)、(1-4) 中向量 $\dot{I}$ 和 $\dot{V}$ 以及导纳矩阵 Y 的阶次分别增加一。如图 1-3a 所示，设新的节点编号为 j ，此节点电压为 $\dot{V}_j$ ，节点电流为 $\dot{I}_j$ ，新增加的方程式为

$$\dot{I}_j = Y_{ij} \dot{V}_i + Y_{jj} \dot{V}_j \quad (1-15)$$

式中

$$Y_{ij} = -\frac{1}{Z}, \quad Y_{jj} = \frac{1}{Z_0} + \frac{1}{Z}$$

Z_0 是节点 j 对地阻抗, Z 是节点 ij 间支路阻抗, 除 i 以外的原有节点和新节点间互导纳为零, 没有变化。只节点 i 的方程由

$$\dot{I}_i = Y_{i1} \dot{V}_1 + Y_{i2} \dot{V}_2 + \cdots + Y_{ii} \dot{V}_i + \cdots + Y_{in} \dot{V}_n \quad (1-16)$$

变成

$$\begin{aligned} \dot{I}_i = Y_{i1} \dot{V}_1 + Y_{i2} \dot{V}_2 + \cdots + \left(Y_{ii} + \frac{1}{Z} \right) \dot{V}_i + \cdots \\ + Y_{in} \dot{V}_n + Y_{ij} \dot{V}_j \end{aligned} \quad (1-17)$$

节点 i 的自导纳由 Y_{ii} 变为 $\left(Y_{ii} + \frac{1}{Z} \right)$, 还要新增加

互导纳 $Y_{ij} = -\frac{1}{Z}$ 。

例如对图 1-4a 所示系统, 在原系统上增加图 1-4b 的支路, 变成图 1-2 的系统, 求新系统的导纳矩阵。

对图 1-4a 的系统, 不难求出它的导纳矩阵为

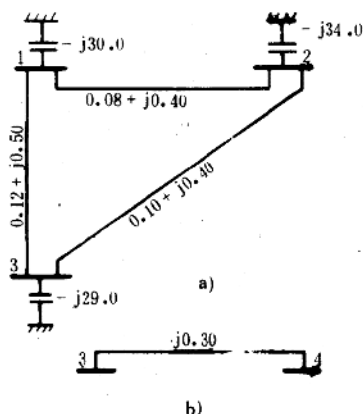


图 1-4 原系统增加新支路示例

$$Y_a = \begin{bmatrix} 0.9346 - j 4.2616 & -0.4808 + j 2.4038 & -0.4539 + j 1.8911 \\ -0.4808 + j 2.4038 & 1.0690 - j 4.7274 & -0.5882 + j 2.3529 \\ -0.4539 + j 1.8911 & -0.5882 + j 2.3529 & 1.0421 - j 4.2096 \end{bmatrix}$$

在节点 3 上增加新的支路时, 增加新的 Y_{34} 、 Y_{44} , 其值为

$$Y_{34} = -\frac{1}{j 0.30} = j 3.3333$$

$$Y_{44} = \frac{1}{j 0.30} = -j 3.3333$$

此外 Y_{33} 也要增加 $1/Z$, 成为

$$Y_{33} = 1.0421 - j 4.2096 + \frac{1}{Z} = 1.0421 - j 7.5429$$

这样, 得到的新系统的导纳矩阵为

$$Y = \begin{bmatrix} 0.9346 - j 4.2616 & -0.4808 + j 2.4038 & -0.4539 + j 1.8911 & 0 \\ -0.4808 + j 2.4038 & 1.0690 - j 4.7274 & -0.5882 + j 2.3529 & 0 \\ -0.4539 + j 1.8911 & -0.5882 + j 2.3529 & 1.0421 - j 7.5429 & j 3.3333 \\ 0 & 0 & j 3.3333 & -j 3.3333 \end{bmatrix}$$

结果与前面一致。

对第二种情况, 在原有节点 i 和 j 间增加阻抗为 Z 的新支路时, 向量 $\dot{I}$ 、 $\dot{V}$ 和导纳矩阵 Y 的阶次不变, 节点 i 、 j 的自导纳 Y_{ii} 、 Y_{jj} 和互导纳 Y_{ij} 分别变化为

$$Y_{ii} \rightarrow Y_{ii} + \frac{1}{Z}$$

$$Y_{ji} \rightarrow Y_{ji} + \frac{1}{Z}$$

$$Y_{ij} \rightarrow Y_{ij} - \frac{1}{Z}$$

在上式中把前面的互导纳 Y_{ij} 置零时, 就可以用于第三种情况。

§ 1-3 潮流方程的求解方法

从电的角度来看, 电力系统是电网络的一种。因此, 在理论上应用通常的交流理论分析应该是做得到的。但是, 在一般的电网络理论中, 通常是给出电压源 (或电流源), 计算网络中电流 (或电压) 的分布。作为基础方程式, 对求解的未知量来说, 是一个线性代数方程组。然而, 在电力系统中, 给出发电机或负荷母线上的电压或电流的情况是很少的。一般是 (1) 给出发电机母线上发电机发出的有功功率和无功功率, 给出负荷母线上负荷消耗的有功功率和无功功率, 求各节点上的电压及系统中各部分的电流以及线路及电器中流过的有功、无功潮流; (2) 给出发电机母线上发电机发出的有功功率和母线上复电压有效值, 给出负荷母线上负荷消耗的有功功率和无功功率, 求发电机母线上的无功功率和母线电压的相角 δ , 各母线节点上的电压, 系统中各部分电流以及线路和电器中的有功和无功潮流。我们首先考虑第一种情况。

一、高斯迭代法

由系统的节点方程

$$\dot{\mathbf{I}} = \mathbf{Y} \dot{\mathbf{V}}$$

不难得出任意节点 k 上的电压

$$\dot{V}_k = \frac{1}{Y_{kk}} \left(\dot{I}_k - \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n Y_{km} \dot{V}_m \right) \quad k=1, 2, \dots, n \quad k \neq s \quad (1-18)$$

式中 s 为松弛节点的宗标, 在此节点上的电压是给定的并在计算过程中保持不变。式 (1-18) 中的节点电流 $\dot{I}_k$ 为

$$\dot{I}_k = \frac{P_k - jQ_k}{\dot{V}_k^*}, \quad k=1, 2, \dots, n \quad k \neq s \quad (1-19)$$

式 (1-18) 和 (1-19) 构成高斯迭代法的两个方程式。计算步骤是首先给定除松弛节点外各节点电压初始值 $\dot{V}_k^{(0)}$, 由式 (1-19) 计算各节点初始电流 $\dot{I}_k^{(0)}$ 。将 $\dot{V}_k^{(0)}$ 及 $\dot{V}_s$ 以及 $\dot{I}_k^{(0)}$ 代入式 (1-18) 中便得出经过第一次迭代后的各节点电压 $\dot{V}_k^{(1)}$, 再将 $\dot{V}_k^{(1)}$ 代入到 (1-19) 中, 得到第一次迭代后的节点电流 $\dot{I}_k^{(1)}$ 。这一迭代过程连续地进行下去, 直至所有节点上电压的改变可忽略不计为止。求出各节点电压后, 各线路上的潮流便可相应地计算出来。

方程式 (1-18) 和 (1-19) 可以合并写成一个方程式, 即

$$\dot{V}_k = \frac{1}{Y_{kk}} \left(\frac{P_k - jQ_k}{\dot{V}_k^*} - \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n Y_{km} \dot{V}_m \right) \quad k=1,2,\dots,n \quad k \neq s \quad (1-20)$$

这一方程仅仅包含了节点电压变量。以这种方式构成的潮流问题，得到一组非线性方程组，并可用迭代法求出潮流解。

对式(1-20)在赋初值迭代计算前进行一些数学处理，可以明显地减少求解的时间，令

$$\frac{1}{Y_{kk}} = L_k \quad (1-21)$$

则式(1-20)可写成

$$\dot{V}_k = \frac{(P_k - jQ_k)L_k}{\dot{V}_k^*} - \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n Y_{km} L_k \dot{V}_m, \quad k=1,2,\dots,n \quad k \neq s \quad (1-22)$$

再令

$$(P_k - jQ_k)L_k = KL_k \quad (1-23)$$

$$Y_{km} L_k = Y L_{km} \quad (1-24)$$

不难看出， KL_k 及 YL_{km} 为与给定值及线路参数有关的常量，在迭代过程中保持不变，在赋初值迭代前可先计算出来。这样，方程式 (1-22) 便可写成

$$\dot{V}_k = \frac{KL_k}{\dot{V}_k^*} - \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^n Y L_{km} \dot{V}_m \quad k=1,2,\dots,n \quad k \neq s \quad (1-25)$$

例如对图 1-5 所示系统，其节点导纳矩阵为

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & 0 & 0 \\ Y_{21} & Y_{22} & 0 & 0 & Y_{25} & Y_{26} \\ Y_{31} & 0 & Y_{33} & 0 & Y_{35} & 0 \\ Y_{41} & 0 & 0 & Y_{44} & 0 & Y_{46} \\ 0 & Y_{52} & Y_{53} & 0 & Y_{55} & 0 \\ 0 & Y_{62} & 0 & Y_{64} & 0 & Y_{66} \end{bmatrix}$$

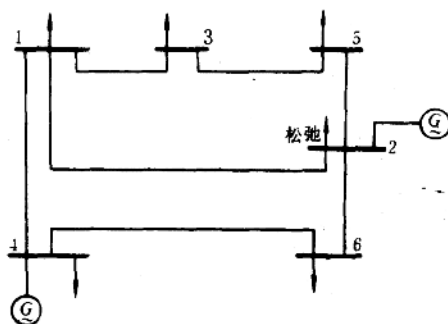


图 1-5 六节点系统

根据式 (1-25)，对此问题的高斯迭代法的求解公式为

$$\begin{aligned}\dot{V}_1^{j+1} &= \frac{KL_1}{(\dot{V}_1^j)^*} - YL_{12}\dot{V}_2 - YL_{13}\dot{V}_3^j - YL_{14}\dot{V}_4^j \\ \dot{V}_2 &= \text{给定值} \\ \dot{V}_3^{j+1} &= \frac{KL_3}{(\dot{V}_3^j)^*} - YL_{31}\dot{V}_1^j - YL_{35}\dot{V}_5^j \\ \dot{V}_4^{j+1} &= \frac{KL_4}{(\dot{V}_4^j)^*} - YL_{41}\dot{V}_1^j - YL_{46}\dot{V}_6^j \\ \dot{V}_5^{j+1} &= \frac{KL_5}{(\dot{V}_5^j)^*} - YL_{52}\dot{V}_2 - YL_{53}\dot{V}_3^j \\ \dot{V}_6^{j+1} &= \frac{KL_6}{(\dot{V}_6^j)^*} - YL_{62}\dot{V}_2 - YL_{64}\dot{V}_4^j\end{aligned}$$

式中宗标 j 表示迭代次数。图 1-6 为高斯迭代法的程序框图。

二、高斯-塞德尔迭代法

节点电压方程式(1-25)同样可以用高斯-塞德尔迭代法来求解。用这种方法时，新计算得到的电压 $\dot{V}_k^{j+1}$ 立即代替电压 $\dot{V}_k^j$ 用在接下去的求解方程中。对于图 1-5 所示系统，用高斯-塞德称迭代法的求解公式为

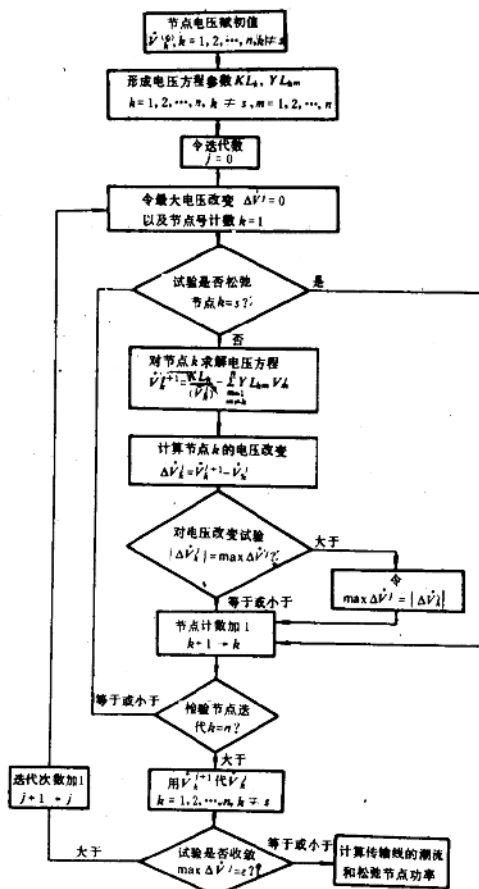


图 1-6 高斯迭代法程序框图

$$\begin{aligned}\dot{V}_1^{j+1} &= \frac{KL_1}{(\dot{V}_1^j)^*} - YL_{12} \dot{V}_2 - YL_{13} \dot{V}_3 - YL_{14} \dot{V}_4 \\ \dot{V}_2 &= \text{给定值} \\ \dot{V}_3^{j+1} &= \frac{KL_3}{(\dot{V}_3^j)^*} - YL_{31} \dot{V}_1^{j+1} - YL_{35} \dot{V}_5 \\ \dot{V}_4^{j+1} &= \frac{KL_4}{(\dot{V}_4^j)^*} - YL_{41} \dot{V}_1^{j+1} - YL_{46} \dot{V}_6 \\ \dot{V}_5^{j+1} &= \frac{KL_5}{(\dot{V}_5^j)^*} - YL_{52} \dot{V}_2 - YL_{53} \dot{V}_3^{j+1} \\ \dot{V}_6^{j+1} &= \frac{KL_6}{(\dot{V}_6^j)^*} - YL_{62} \dot{V}_2 - YL_{64} \dot{V}_4^{j+1}\end{aligned}$$

用高斯-塞德尔迭代法计算潮流的程序框图，如图 1-7 所示。

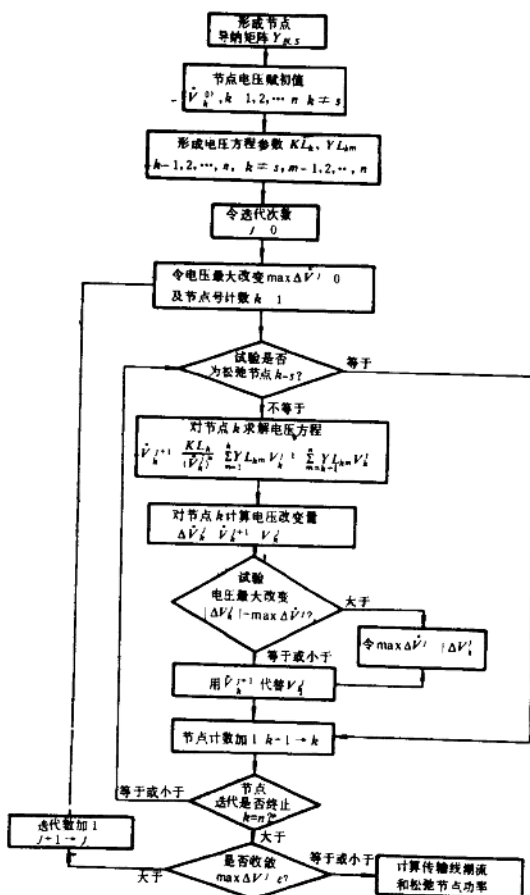


图 1-7 高斯-塞德尔迭代法程序框图

三、松弛法

采用松弛法可以将节点电流方程式用于求解潮流问题。由节点方程式 (1-3)，节点 k 的电流为

$$\dot{I}_k = Y_{k1} \dot{V}_1 + Y_{k2} \dot{V}_2 + \cdots + Y_{kk} \dot{V}_k + \cdots + Y_{kn} \dot{V}_n$$

在迭代过程中此方程又可写作

$$Y_{k1} \dot{V}_1 + Y_{k2} \dot{V}_2 + \cdots + Y_{kk} \dot{V}_k + \cdots + Y_{kn} \dot{V}_n - \dot{I}_k = R_k$$

式中 R_k 为由假设的电压解而引起的在节点 k 上用以表示电流误差的残值。对于图 1-5 所示系统，用松弛法求解时相应的公式为

$$\left. \begin{aligned} Y_{11} \dot{V}_1^j + Y_{12} \dot{V}_2^j + Y_{13} \dot{V}_3^j + Y_{14} \dot{V}_4^j - \dot{I}_1^j &= R_1^j \\ Y_{31} \dot{V}_1^j + Y_{33} \dot{V}_3^j + Y_{35} \dot{V}_5^j - \dot{I}_3^j &= R_3^j \\ Y_{41} \dot{V}_1^j + Y_{44} \dot{V}_4^j + Y_{46} \dot{V}_6^j - \dot{I}_4^j &= R_4^j \\ Y_{52} \dot{V}_2^j + Y_{53} \dot{V}_3^j + Y_{55} \dot{V}_5^j - \dot{I}_5^j &= R_5^j \\ Y_{62} \dot{V}_2^j + Y_{64} \dot{V}_4^j + Y_{66} \dot{V}_6^j - \dot{I}_6^j &= R_6^j \end{aligned} \right\} \quad (1-26)$$

这些方程中未包括松弛节点方程，因为这里 $\dot{V}_2$ 是给定的并保持不变。

给定节点电压初始值 $\dot{V}_1^{(0)}$, $\dot{V}_3^{(0)}$, $\dot{V}_4^{(0)}$, $\dot{V}_5^{(0)}$, $\dot{V}_6^{(0)}$ (松弛电压 $\dot{V}_2$ 已知)，由式 (1-9) 计算节点电流，然后由式 (1-26) 计算各节点电流残值 R_k 。根据节点电流残值去求节点电压的校正值，但为了加速过程的收敛，通常取各节点电流残值中的最大者去计算节点电压校正值。设在节点 k 上电流残值最大，则电压校正值取为

$$\Delta \dot{V}_k^j = -\frac{R_k^j}{Y_{kk}}$$

从而，节点 k 上新的电压估值及电流估值分别为

$$\begin{aligned} \dot{V}_k^{j+1} &= \dot{V}_k^j + \Delta \dot{V}_k^j \\ \dot{I}_k^{j+1} &= \frac{P_k - jQ_k}{\left(\dot{V}_k^{j+1}\right)^*} \end{aligned}$$

由于电流改变的结果而引起在节点 k 上新的电流残值为

$$R_k^{j+1} = \dot{I}_k^j - \dot{I}_k^{j+1}$$

利用新的电压估值 $\dot{V}_k^{j+1}$ ，除节点 k 及松弛节点外，其它节点的电流残值为

$$R_m^{j+1} = R_m^j + Y_{km} \Delta \dot{V}_k^j \quad m=1, 2, \cdots, n \quad m \neq k, m \neq s$$

重复上述过程，每一次均以最大的电流残值去求电压校正值，直至所有的电流残值均小于或等于预先给定的误差为止。用松弛法求解潮流问题的程序框图如图 1-8 所示。

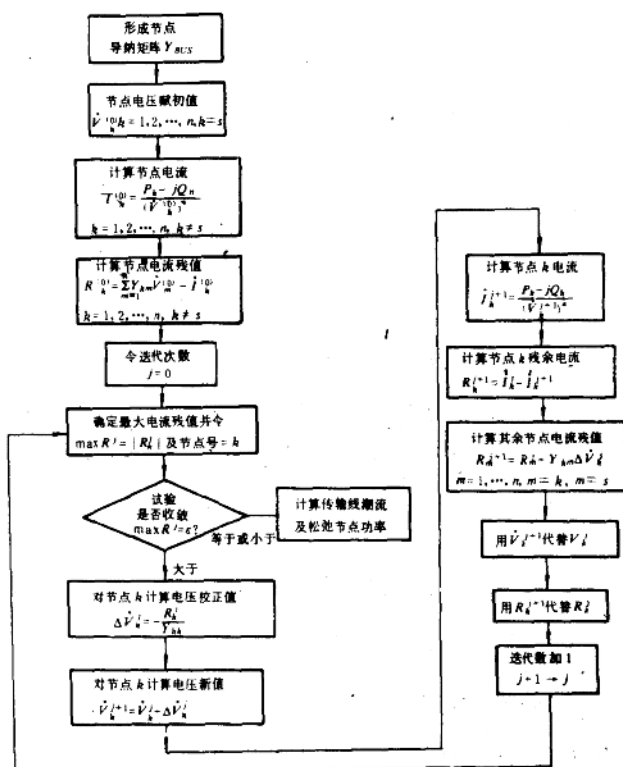


图 1-8 用松弛法求潮流解的程序框图

四、牛顿-拉伏逊法

在实际的电力系统潮流问题中，在发电机母线上通常给定的是发电机的有功功率和复电压有效值，在负荷母线上给定的是负荷消耗的有功功率和无功功率。前者称为 P-V 指定节点，后者称为 P-Q 指定节点。

在电力系统潮流问题的诸多求解方法中，最为广泛使用的方法是牛顿-拉伏逊法。此方法又特别适用于 P-V 与 P-Q 指定节点的潮流问题。目前已有许多应用牛顿-拉伏逊法求解潮流问题的通用程序可资利用。

1、牛顿-拉伏逊法概要

为了下面的讨论方便，首先对牛顿-拉伏逊法作一简要说明。

已知一个变量 x 的非线性方程式

$$f(x) = 0$$

解此方程式时，由适当的初值 $x^{(0)}$ 出发，根据

$$x^{j+1} = x^j - \frac{f(x^j)}{f'(x^j)} \quad j=0, 1, 2, \dots \quad (1-27)$$

反复进行计算，当 x^j 满足适当的收敛判据时就是式 (1-27) 的根。这样的方法就是所谓牛顿-拉伏逊法。式 (1-27) 的意义就是取第 j 次近似解在曲线 $y=f(x)$ 上的点 $[x^j, f(x^j)]$ 处的

切线与 x 轴的交点作下一次 x^{j+1} 值, 如图 1-9a 所示。在这一方法中, 为了能收敛于真解, 初值 $x^{(0)}$ 的选取及函数 $f(x)$ 必须满足适当条件, 图 1-9b 所示的情况就不能收敛或收敛到别的根上去。

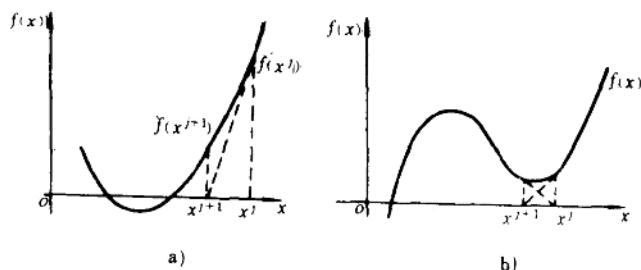


图 1-9 牛顿-拉伐逊法示意图

这一方法还可以作下面的解释。设第 j 次迭代得到的解与真值之差, 即 x^j 误差为 ε 时, 则

$$f(x^j + \varepsilon) = 0 \quad (1-28)$$

把 $f(x^j + \varepsilon)$ 在 x^j 附近对 ε 用泰勒级数展开

$$f(x^j + \varepsilon) = f(x^j) + \varepsilon f'(x^j) + \frac{\varepsilon^2}{2!} f''(x^j) + \dots = 0 \quad (1-29)$$

上式略去 ε^2 以下的项后

$$f(x^j) + \varepsilon f'(x^j) \approx 0$$

x^j 的误差可以近似由上式计算出来

$$\varepsilon \approx -\frac{f(x^j)}{f'(x^j)} \quad (1-30)$$

比较式 (1-27) 和式 (1-30), 可以看出, 牛顿-拉伐逊法的修正量和 x^j 的误差的一次项相等。

用同样的方法考虑, 给出对 n 个变量的 n 个方程式

$$\left. \begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ &\dots \dots \dots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-31)$$

对其近似解 $x_1', x_2', \dots, x_n'$ 的修正量 $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$, 可以由解下面的方程式来决定

$$\begin{bmatrix} f_1(x'_1, x'_2, \dots, x'_n) = 0 \\ f_2(x'_1, x'_2, \dots, x'_n) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x'_1, x'_2, \dots, x'_n) = 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix} \quad (1-32)$$

式(1-32)中右边矩阵的元素 $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ 等都是对 $x'_1, x'_2, \dots, x'_n$ 的值。这矩阵称为雅可比矩阵。

按上述得到的修正量 $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ 后, 得到如下关系

$$x''_1 = x'_1 + \Delta x_1, x''_2 = x'_2 + \Delta x_2, \dots, x''_n = x'_n + \Delta x_n$$

这比 $x'_1, x'_2, \dots, x'_n$ 进一步接近于真值。这一步骤在收敛到希望的值以前重复进行。一直反复计算到满足

$$\max \left\{ |x_1^{j+1} - x_1^j|, |x_2^{j+1} - x_2^j|, \dots, |x_n^{j+1} - x_n^j| \right\} < \varepsilon$$

时为止。 ε 为预先给定的允许计算误差, 为一小的正数。

2、修正方程式

将上述内容应用于潮流计算, 首先应求出所要求解的非线性方程组。节点 k 的功率潮流为

$$P_k - jQ_k = \dot{V}_k^* \dot{I}_k$$

将式(1-2)代入到上式, 得到

$$P_k - jQ_k = \dot{V}_k^* \sum_{m=1}^n Y_{km} \dot{V}_m \quad k=1, 2, \dots, n \quad (1-33)$$

式(1-33)便是要求解的非线性方程组。不过由于等式右侧各量均为复变量, 为了求解, 需将它变成实变量方程式。为此, 将 $\dot{V}_k, Y_{km}$ 写成

$$\dot{V}_k = e_k + jf_k \quad (1-34)$$

$$Y_{km} = G_{km} - jB_{km} \quad (1-35)$$

于是

$$P_k - jQ_k = (e_k - jf_k) \sum_{m=1}^n (G_{km} - jB_{km})(e_m + jf_m)$$

将上式右侧展开, 经整理后得到

$$\begin{aligned} P_k &= \sum_{m=1}^n \{ e_k (e_m G_{km} + f_m B_{km}) + f_k (f_m G_{km} - e_m B_{km}) \} \\ Q_k &= \sum_{m=1}^n \{ f_k (e_m G_{km} + f_m B_{km}) - e_k (f_m G_{km} - e_m B_{km}) \} \end{aligned} \quad (1-36)$$