

# 非线性光学

李荫远 杨顺华 编

科学出版社

74/269

# 非 线 性 光 学

李荫远 杨顺华 编

科 学 出 版 社

## 内 容 简 介

本书介绍激光应用技术中的若干物理问题，包括非线性光学和电光效应，声光效应以及利用这些效应发展出来的倍频、混频、调幅、Q调制、光偏转和锁模超短脉冲等应用。第一章讲述晶体光学，作为准备知识。另外，对于非线性电介张量的测定方法作了一个比较全面的总结。

本书可供激光技术工作人员及大专院校有关专业师生参考。

## 非 线 性 光 学

李荫远 杨顺华 编

\*

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街 137 号

中 国 科 学 院 印 刷 厂 印 刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

\*

1974年12月第一版 开本：850×1168 1/32

1974年12月第一次印刷 印张：6 1/16

印数：0001—8,650 字数：158,000

统一书号：13031·261

本社书号：421·13—3

定 价： 0.75 元

## 前 言

本书介绍激光应用技术中的若干物理问题。第一章讲述晶体光学,作为全书的预备知识。以下各章分别论述非线性光学、电光效应、声光效应等以及利用这些效应发展出来的倍频、调幅、Q调制、光偏转、锁模超短脉冲等,其中一些应用尚在试验阶段,还未能推广使用。此外,对于晶体倍频效应的特性参量的测定方法也作了一个比较全面的总结。为了简明起见,本书定名为《非线性光学》。

本书中提到一些应用上的设计,目的在于说明其所根据的原理。这些实例中,有些在技术上并不成熟,或不十分成熟,希望读者在实践中加以注意。

由于编者水平有限,错误缺漏之处在所难免,希望读者批评指正。

编 者

1973年5月

# 目 录

前 言 .....	i
第一章 晶体光学 .....	1
§ 1.1 基本关系 .....	1
§ 1.2 各向异性介质中的场方程 .....	11
§ 1.3 各向异性介质中电磁波的传播 .....	18
§ 1.4 几何表示 .....	25
第二章 非线性光学 .....	38
§ 2.1 参量过程 .....	39
§ 2.1.1 概述 .....	39
§ 2.1.2 倍频效应和参量振荡 .....	44
§ 2.1.3 位相匹配 .....	51
§ 2.1.4 非线性电介张量和特性晶体 .....	66
§ 2.2 受激散射效应 .....	76
§ 2.2.1 受激喇曼散射 .....	76
§ 2.2.2 受激布里渊散射 .....	82
§ 2.2.3 瑞利非弹性散射的受激效应 .....	84
§ 2.2.4 极化声子的喇曼散射和受激效应 .....	85
§ 2.2.5 多光子散射 .....	89
§ 2.3 其 他 .....	90
§ 2.3.1 多光子吸收和光致电击穿 .....	90
§ 2.3.2 介质中的光自陷和光致损坏 .....	91
第三章 电光效应 .....	97
§ 3.1 晶体的线性电光系数 .....	99
§ 3.2 电光调制原理 .....	106
§ 3.2.1 一般原理 .....	106
§ 3.2.2 自然双折射和光线离散的补偿 .....	109

§ 3.3	位相滞后问题	110
§ 3.4	电光偏转	112
§ 3.4.1	数字偏转和电光开关	113
§ 3.4.2	连续偏转	115
§ 3.5	在锁模技术上的应用	117
第四章	声光效应及其应用	125
§ 4.1	概 述	125
§ 4.2	声光相互作用	129
§ 4.3	声光光调制器原理	142
§ 4.4	声光光偏转器原理	150
§ 4.5	锁模技术及Q突变技术上的应用	156
附 录	非线性电介张量的测定方法	171

# 第一章 晶体光学

本章简要地叙述晶体的光学性质,作为以后各章的预备知识,因为篇幅所限,对晶体光学的内容不可能叙述得十分完备,只能力求精简严谨地给读者提供一些必要的复习和参考材料。

## § 1.1 基本关系

根据古典场论的传统观点,光是在真空或连续介质中传播的电磁波。电磁光学的基础是普遍的麦克斯韦方程组和表征物质特性的物质方程。麦克斯韦方程组是:

$$\nabla \times \mathbf{H} - c^{-1} \dot{\mathbf{D}} = 4\pi(c^{-1})\mathbf{j}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + c^{-1} \dot{\mathbf{B}} = 0, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi\rho, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (4)$$

弱场中各向同性介质的特性由如下的物质方程表征:

$$\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}, \quad (5)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}, \quad (6)$$

$$\mathbf{H} = \mu\mathbf{B}. \quad (7)$$

这个线性比例关系就是所谓线性近似,引导至线性光学。一般处理的透明介质是非铁磁性的绝缘体,对于它们而言:  $\mu \simeq 1$ ,  $\sigma = 0$ ; 因此,

$$\mathbf{j} = 0, \quad \mathbf{H} = \mathbf{B}. \quad (8)$$

考虑没有自由电荷的情况,此时麦克斯韦方程组简化为:

$$\nabla \times \mathbf{H} - c^{-1} \dot{\mathbf{D}} = 0, \quad (9)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + c^{-1} \dot{\mathbf{H}} = 0, \quad (10)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \quad (11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0, \quad (12)$$

并有(6):

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}.$$

对于均匀介质而言,介电常数  $\varepsilon$  是一个不随座标而变的标量. 于是,由两个旋度方程(9)、(10)以及关系式(6),可得

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \frac{\varepsilon}{c^2} \ddot{\mathbf{H}} = 0, \quad (13)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{\varepsilon}{c^2} \ddot{\mathbf{E}} = 0. \quad (14)$$

它们是标准的齐次波动方程. 这一对方程表明自由辐射场是以电磁波的形式存在,以速度  $v$  传播,此处  $v$  满足:

$$\frac{1}{v^2} = \frac{\varepsilon}{c^2}. \quad (15)$$

如以标量函数  $V(\mathbf{r}, t)$  标志  $\mathbf{E}$  或  $\mathbf{H}$  的任一分量,则(13)、(14)均可用下式替代:

$$\nabla^2 V - v^2 \ddot{V} = 0, \quad (16)$$

它的一种特殊形式的解是单色平面波解,形式如下:

$$V(\mathbf{r}, t) = A \cos \left[ \omega \left( t - \frac{\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\kappa}}{v} \right) + \delta \right], \quad (17)$$

其中余弦函数的宗量  $\left[ \omega \left( t - \frac{\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\kappa}}{v} \right) + \delta \right]$  称为波的位相. 等位相面是一个平面,它的方程是:

$$\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\kappa} = \zeta_0, \quad (18)$$

其中  $\zeta_0$  是常数,而  $\boldsymbol{\kappa}$  是垂直于此平面的单位矢量,叫做波法线矢量,  $v$  称为相速. 参看图 1.1.

下面这些关系式是大家熟悉的:

$$\omega = 2\pi\nu, \quad (19)$$

$$v\lambda = v, \quad (20)$$

$$n = c/v = \sqrt{\varepsilon}, \quad (21)$$

$$k = 2\pi/\lambda = n\omega/c. \quad (22)$$

$\mathbf{k} = k\boldsymbol{\kappa}$  称为波矢,  $n$  是折射系数, 这样,(17)便可表为:



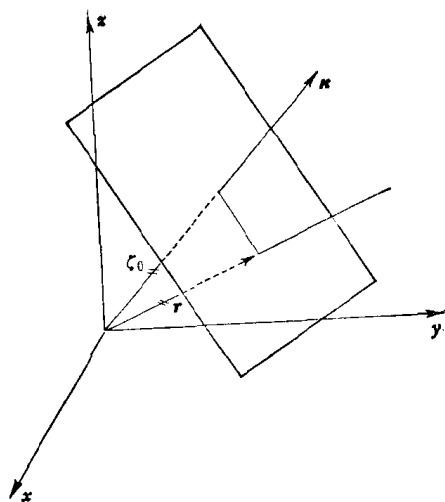


图 1.1 波阵面  $\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\kappa} = \zeta_0$

$$V(\mathbf{r}, t) = A \cos[(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + \delta], \quad (23)_1$$

或以复数的实部表之:

$$V(\mathbf{r}, t) = \text{Re}\{A \exp[-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]\}. \quad (23)_2$$

波动方程(16)的通解, 即一个任意形式的波  $V(\mathbf{r}, t)$ , 可以表示为诸傅里叶分量之和, 也就是可以用无数个平面波表示:

$$V(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} d^3k A(\mathbf{k}, \omega) \exp[-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})], \quad (24)$$

$$A(\mathbf{k}, \omega) = (4\pi^2)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int_{-\infty}^{+\infty} d^3r V(\mathbf{r}, t) \exp[i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})], \quad (25)$$

$A(\mathbf{k}, \omega)$  称为  $V(\mathbf{r}, t)$  的谱表示.

满足方程(13)、(14)的电磁波当然是矢量波, 由旋度方程(9)、(10)出发, 很容易证明它是横波. 例如, 将平面波解(17)代入(9)、(10), 可以证明:

$$\left. \begin{aligned} n\mathbf{E} &= -\boldsymbol{\kappa} \times \mathbf{H}, \\ \mathbf{H} &= n\boldsymbol{\kappa} \times \mathbf{E}. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

(26)式表明  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$ ,  $\boldsymbol{\kappa}$  这三个矢量之间的方向关系应如图 1.2 所示: 场量  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{H}$  在垂直于  $\boldsymbol{\kappa}$  (即波法线方向或传播方向) 的平面内振动, 这就是所谓的横波性.

电磁波的能量密度矢量(或称坡印亭矢量)  $\mathbf{S}$  的表示式是

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{S} &= \frac{c}{4\pi} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = v w \boldsymbol{\kappa}, \\ w &= \frac{\varepsilon E^2}{4\pi} = \frac{\mu H^2}{4\pi}. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

(27)式表示在各向同性介质中能流的方向就是  $\boldsymbol{\kappa}$  的方向。能流方向在物理上理解为光的射线方向, 此方向的单位矢量以记号  $\boldsymbol{\rho}$  标志。在各向同性介质的情况下, 射线方向  $\boldsymbol{\rho}$  与波法线方向  $\boldsymbol{\kappa}$  平行; 在各向异性介质中,  $\boldsymbol{\rho}$  与  $\boldsymbol{\kappa}$  一般不平行; 这一点在下节中讨论。

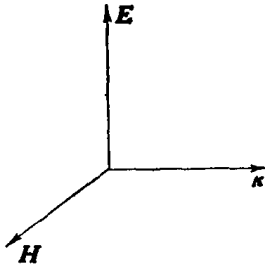


图 1.2

场量  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{H}$  在垂直于  $\boldsymbol{\kappa}$  的平面内最一般的振动方式就是所谓椭圆偏振态。如取  $\boldsymbol{\kappa}$  方向作为  $z$  轴, 并以记号  $\tau$

代表宗量  $(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ , 则椭圆偏振的振动方式可写为:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= a_1 \cos(\tau + \delta_1), \\ E_y &= a_2 \cos(\tau + \delta_2), \\ E_z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

由(28)式消去  $\tau$ , 可得空间一个典型点上的矢量  $\mathbf{E}$  在时间过程中所描出的轨迹方程:

$$\left(\frac{E_x}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{a_2}\right)^2 - 2 \frac{E_x}{a_1} \frac{E_y}{a_2} \cos \delta = \sin^2 \delta, \quad (29)$$

其中

$$\delta \equiv \delta_2 - \delta_1.$$

(29)式是一个椭圆的方程(参看图 1.3)。可以证明:

$$a^2 + b^2 = a_1^2 + a_2^2, \quad (30)$$

$$\tan 2\psi = (\tan 2\alpha) \cos \delta, \quad (31)$$

$$\tan 2\chi = (\sin 2\alpha) \sin \delta, \quad (32)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} \chi &= \arctan(\pm b/a), \quad -\pi/4 \leq \chi \leq \pi/4, \\ \alpha &= \arctan(a_2/a_1). \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

当  $-\pi/4 \leq \chi < 0$ , 则为左旋偏振态; 当  $0 < \chi \leq \pi/4$ , 则为右旋

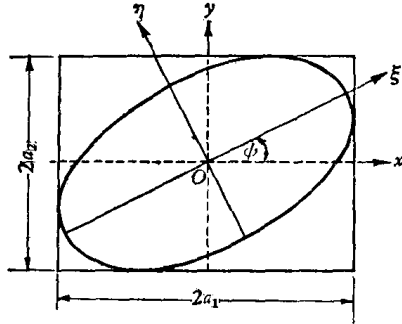


图 1.3 椭圆偏振态

偏振态。当

$$\left. \begin{aligned} \delta &= m\pi, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ \frac{E_y}{E_x} &= (-1)^m \frac{a_2}{a_1}, \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

椭圆退化为一条直线,称为线偏振态。而当

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= a_2 = a, \\ \delta &= \frac{m\pi}{2}, \quad m = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots, \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

(29)式成为

$$E_x^2 + E_y^2 = a^2, \quad (36)$$

这就是圆偏振态。

线偏振光在介质中传播时振动平面(即矢量  $\mathbf{E}$  与  $\mathbf{\kappa}$  所定平面)发生旋转的现象称为旋光性。

电磁波在两种不同介质的分界面上会发生反射和折射,在各向同性介质的情况下遵守反射定律和折射定律:

$$\theta^{(r)} = \pi - \theta^{(i)}, \quad (37)$$

$$n_1 \sin \theta^{(i)} = n_2 \sin \theta^{(t)}, \quad (38)$$

$n_1$  和  $n_2$  分别标志介质 1 和 2 的折射系数。为了计算  $(i)$ ,  $(r)$ ,  $(t)$  三个波的振幅及能流密度之间的关系,需要应用边界条件:

$$\left. \begin{aligned} E_{\parallel}^{(i)} + E_{\parallel}^{(r)} &= E_{\parallel}^{(t)}, \\ H_{\parallel}^{(i)} + H_{\parallel}^{(r)} &= H_{\parallel}^{(t)}, \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

记号  $\parallel$  表示场量平行于界面的分量(切向分量)。由此,如果引用

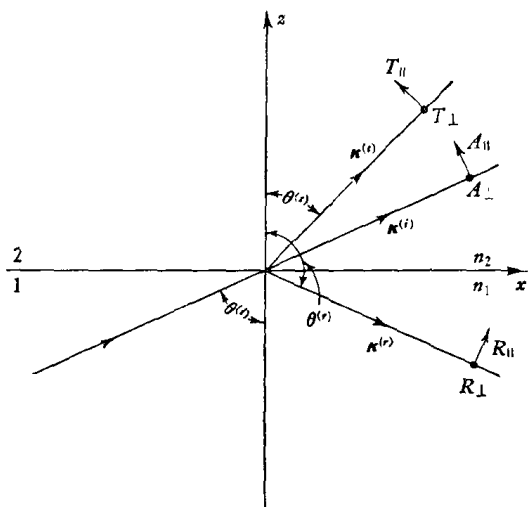


图 1.4 反射与折射

如图 1.4 中所表示的坐标系和记号, 则入射场是:

$$\left. \begin{aligned} E_x^{(i)} &= -A_{\parallel} \cos \theta^{(i)} e^{-i\tau^{(i)}}, \\ E_y^{(i)} &= A_{\perp} e^{-i\tau^{(i)}}, \\ E_z^{(i)} &= A_{\parallel} \sin \theta^{(i)} e^{-i\tau^{(i)}}. \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

可以推出如下的所谓 Fresnel 公式:

$$\left. \begin{aligned} T_{\parallel} &= \frac{2 \sin \theta^{(t)} \cos \theta^{(i)}}{\sin(\theta^{(i)} + \theta^{(r)}) \cos(\theta^{(i)} - \theta^{(t)})} A_{\parallel}, \\ T_{\perp} &= \frac{2 \sin \theta^{(t)} \cos \theta^{(i)}}{\sin(\theta^{(i)} + \theta^{(r)})} A_{\perp}; \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

$$\left. \begin{aligned} R_{\parallel} &= \frac{\tan(\theta^{(i)} - \theta^{(t)})}{\tan(\theta^{(i)} + \theta^{(r)})} A_{\parallel}, \\ R_{\perp} &= -\frac{\sin(\theta^{(i)} - \theta^{(t)})}{\sin(\theta^{(i)} + \theta^{(r)})} A_{\perp}; \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

$T$  和  $R$  分别表示透射波和反射波的振幅, 而记号  $\parallel$  和  $\perp$  分别表示平行与垂直于入射面的分量, 请参看图 1.4.

射线的能流密度是:

$$|\mathbf{S}| = \frac{c}{4\pi} \sqrt{\varepsilon} E^2 = \frac{cn}{4\pi} E^2.$$

单位时间通过界面单位面积的能量以  $J$  表之:

$$\left. \begin{aligned} J^{(i)} &= S^{(i)} \cos \theta^{(i)} = \frac{cn_1}{4\pi} |A|^2 \cos \theta^{(i)}, \\ J^{(r)} &= S^{(r)} \cos \theta^{(r)} = \frac{cn_1}{4\pi} |R|^2 \cos \theta^{(r)}, \\ J^{(t)} &= S^{(t)} \cos \theta^{(t)} = \frac{cn_2}{4\pi} |T|^2 \cos \theta^{(t)}. \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

如分别定义反射率  $\mathcal{R}$  和透射率  $\mathcal{T}$ :

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{R} &\equiv \frac{J^{(r)}}{J^{(i)}} = \frac{|R|^2}{|A|^2}, \\ \mathcal{T} &\equiv \frac{J^{(t)}}{J^{(i)}} = \frac{n_2 \cos \theta^{(t)}}{n_1 \cos \theta^{(i)}} \frac{|T|^2}{|A|^2} \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

并以  $\alpha_i$  表示矢量  $\mathbf{E}^{(i)}$  与入射面的夹角, 则

$$A_{\parallel} = A \cos \alpha_i, \quad A_{\perp} = A \sin \alpha_i, \quad (45)$$

因而有:

$$\mathcal{R} \equiv \frac{J^{(r)}}{J^{(i)}} = \mathcal{R}_{\parallel} \cos^2 \alpha_i + \mathcal{R}_{\perp} \sin^2 \alpha_i, \quad (46)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{R}_{\parallel} &= \frac{J_{\parallel}^{(r)}}{J_{\parallel}^{(i)}} = \frac{|R_{\parallel}|^2}{|A_{\parallel}|^2} = \frac{\tan^2(\theta^{(i)} - \theta^{(t)})}{\tan^2(\theta^{(i)} + \theta^{(t)})}, \\ \mathcal{R}_{\perp} &= \frac{J_{\perp}^{(r)}}{J_{\perp}^{(i)}} = \frac{|R_{\perp}|^2}{|A_{\perp}|^2} = \frac{\sin^2(\theta^{(i)} - \theta^{(t)})}{\sin^2(\theta^{(i)} + \theta^{(t)})}, \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

$$\mathcal{T} \equiv \frac{J^{(t)}}{J^{(i)}} = \mathcal{T}_{\parallel} \cos^2 \alpha_i + \mathcal{T}_{\perp} \sin^2 \alpha_i, \quad (48)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{T}_{\parallel} &= \frac{J_{\parallel}^{(t)}}{J_{\parallel}^{(i)}} = \frac{n_2 \cos \theta^{(t)}}{n_1 \cos \theta^{(i)}} \frac{|T_{\parallel}|^2}{|A_{\parallel}|^2} \\ &= \frac{\sin 2\theta^{(i)} \sin 2\theta^{(t)}}{\sin^2(\theta^{(i)} + \theta^{(t)}) \cos^2(\theta^{(i)} - \theta^{(t)})}, \\ \mathcal{T}_{\perp} &= \frac{J_{\perp}^{(t)}}{J_{\perp}^{(i)}} = \frac{n_2 \cos \theta^{(t)}}{n_1 \cos \theta^{(i)}} \frac{|T_{\perp}|^2}{|A_{\perp}|^2} \\ &= \frac{\sin 2\theta^{(i)} \sin 2\theta^{(t)}}{\sin^2(\theta^{(i)} + \theta^{(t)})}. \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

容易验证:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{R} + \mathcal{T} &= 1, \\ \mathcal{R}_{\parallel} + \mathcal{T}_{\parallel} &= 1, \\ \mathcal{R}_{\perp} + \mathcal{T}_{\perp} &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

当  $\theta^{(i)} + \theta^{(t)} = \pi/2$ , 则  $\tan(\theta^{(i)} + \theta^{(t)}) = \infty$ , 而  $\mathcal{R}_{\parallel} = 0$ , 即当  $\theta^{(i)}$  满足

$$\tan \theta_B^{(i)} = n \quad (\theta_B^{(i)} = \arctan n) \quad (51)$$

时, 反射线完全垂直于入射面偏振, 这就是人所熟知的 Brewster 定律,  $\theta_B^{(i)}$  称为 Brewster 角. 见图 1.5.

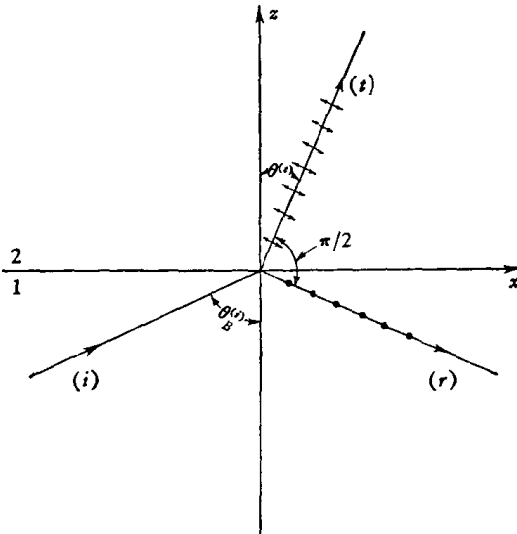


图 1.5 Brewster 角,  $\tan \theta_B^{(i)} = n$

如果光从光密介质向光疏介质入射, 即在  $n_2 < n_1$  的情况下, 则根据折射定律, 存在临界角  $\theta_{cr}^{(i)}$ :

$$\theta_{cr}^{(i)} = \arcsin(n_2/n_1). \quad (52)$$

当入射角  $\theta^{(i)} \geq \theta_{cr}^{(i)}$  时, 入射线不能进入介质 2, 而是全部被反射, 返回介质 1. 这种现象就是全反射现象. 在全反射中, 介质 2 中的场并非完全消失, 仅仅是没有能流通过边界而已.

电磁波在介质中传播的相速及介质的折射率依赖于频率, 折射率随频率变化造成色散现象. 关于色散现象的理论解释必须比

较深入地涉及物质的原子结构及其与光的相互作用。但事实上，一些简化模型也能得出与实际比较符合的结果。例如，在远离吸收线的正常色散频率区域中，可以将原子系统中的电子看作是在准弹性恢复力场中运动的简谐振子，如以  $\mathbf{E}'$  表示内电场，则电子的运动方程是：

$$m\ddot{\mathbf{r}} + q\mathbf{r} = e\mathbf{E}' \quad (53)$$

入射场的角频率是  $\omega$ ，则  $\mathbf{E}'$  的角频率也是  $\omega$ ：

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E}'_0 e^{-i\omega t} \quad (54)$$

方程(53)的稳定解是：

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 e^{-i\omega t} \quad (55)$$

其中

$$\mathbf{r}_0 = \frac{e\mathbf{E}'_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (56)$$

$$\omega_0 = \sqrt{q/m} \quad (57)$$

$\omega_0$  称为共振频率或吸收频率。

极化矢量  $\mathbf{P}$  是单位体积中的极化电偶极矩：

$$\mathbf{P} = N\mathbf{p} = N e \mathbf{r} = N \frac{e^2}{m} \frac{\mathbf{E}'}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (58)$$

引入符号  $\alpha$ ，由下式定义：

$$\mathbf{p} = \alpha \mathbf{E}' \quad (59)_1$$

则有

$$\mathbf{P} = N\mathbf{p} = N\alpha \mathbf{E}' = \chi \mathbf{E}' \quad (59)_2$$

内电场  $\mathbf{E}'$  和外电场  $\mathbf{E}$  的关系是：

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \frac{4\pi}{3} \mathbf{P},$$

所以

$$\chi = \frac{N\alpha}{1 - \frac{4\pi}{3} N\alpha} \quad (60)$$

$$\epsilon = \frac{1 + \frac{8\pi}{3} N\alpha}{1 - \frac{4\pi}{3} N\alpha} \quad (61)$$

最后有

$$\alpha = \frac{3}{4\pi N} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{3}{4\pi N} \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}. \quad (62)$$

公式(62)称为 Lorentz-Lorenz 公式。比较(58)与(59),有

$$N\alpha = N \frac{e^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (63)$$

代入(62),可得:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4\pi N}{3} \frac{e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (64)$$

这就是  $n$  与  $\omega$  之间的一个关系。对于气体而言,  $n \simeq 1$ ,  $n^2 + 2 \simeq 3$ , 所以

$$n^2 - 1 \simeq \frac{4\pi N e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (65)$$

公式(65)表示折射率  $n$  作为频率  $\omega$  的函数  $n(\omega)$ , 如图 1.6 所示。可以见到,  $n$  是频率  $\omega$  的上升函数, 这个关系称为正常色散。并且, 当  $\omega > \omega_0$  时,  $n < 1$ ;  $\omega < \omega_0$  时,  $n > 1$ ; 随着  $\omega$  的增大,  $n$  趋近于 1。

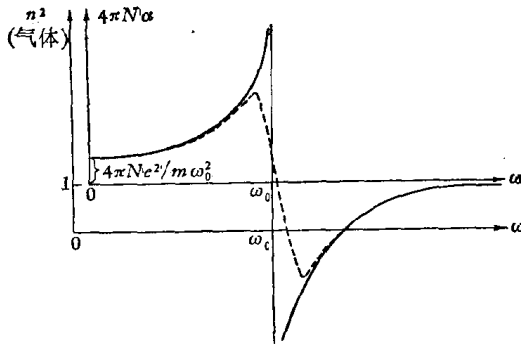


图 1.6 色散曲线

在  $\omega = \omega_0$  处, 曲线  $n(\omega)$  出现趋于  $+\infty$  的间断点, 这是因为运动方程(53)中没有计及由于各种吸收效应所引起的“阻尼”作用。如果唯象地引入阻尼项, 方程(53)应写作:

$$m\ddot{\mathbf{r}} + g\dot{\mathbf{r}} + q\mathbf{r} = e\mathbf{E}', \quad (66)$$



因而得出:

$$r = \frac{eE}{m(\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega g}, \quad (67)$$

$N\alpha$  和  $n$  都成为复数,即成为实变数  $\omega$  的复函数. 这个复函数的模在图 1.6 中用虚线表示,它在  $\omega_0$  的两侧分别出现一个极大与极小,在这区域内  $N\alpha$  和  $n$  都是频率的下降函数,称为反常色散.

根据电磁场的理论可以证明:色散的存在表明同时存在着能量的耗散,也即是说,色散介质同时也是吸收介质.关于这方面的形式理论可以参看例如朗道、栗弗席茨的“连续介质电动力学”中的有关章节.

色散公式在历史上有几种近似形式,例如 Cauchy 公式:

$$n^2 - 1 = A_1(1 + B_1\lambda^{-2}). \quad (68)$$

$A_1, B_1$  是经验常数;还有 Sellmeir 色散公式:

$$n^2 - 1 = \sum_k \frac{\bar{\rho}_k}{\bar{\nu}_k^2 - \nu^2}. \quad (69)$$

关于这些色散公式的比较详细的讨论可以参看光学教科书,例如 M. Born 和 E. Wolf 的“Principles of Optics”的有关章节.

## § 1.2 各向异性介质中的场方程

如上节中所述,作为电磁光学的基础的是麦克斯韦方程组和表征介质特性的物质方程.在处理晶体之类的各向异性介质时,必须将物质方程加以推广,以便描述这些介质的各向异性.

在弱场下,即线性光学范畴内,对透明的非铁磁性各向异性介质仍然有  $\sigma = 0, \mu \simeq 1$ ,但是要用

$$D_i = \sum_j \varepsilon_{ij} E_j (i, j = 1, 2, 3; \text{或 } x, y, z) \quad (1)$$

来代替上节中的方程(6),这里  $\varepsilon_{ij}$  是九个实数,它们是物质常数.由于  $\mathbf{D}$  和  $\mathbf{E}$  都是人所熟知的矢量,所以  $\varepsilon_{ij}$  是一个二阶张量.也就是说,在空间座标变换(2)下: