

微波电子学

吴伯瑜 张克潜 编

电子工业出版社

内 容 简 介

本书介绍微波真空电子器件(偏转管、速调管、行波管、正交场器件、回旋管、快波器件)及自由电子激光的电子学基础,主要内容包
括电磁慢波系统、直射电子注、回旋电子注、摆动电子注和驻波型、行波型电磁场相互作用的基本原理及其应用。

本书是为高等学校理工科电子物理类专业编写的教材,也可供从事微波真空电子器件及自由电子激光方面工作的研究人员和工程技术人员参考。

微 波 电 子 学

吴伯瑜 张克潜 编

责任编辑:龚兰方

•
电子工业出版社出版(北京市万寿路)

通县宏飞印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

•
开本: 787×1092 1/16 印张: 15.75 字数: 357.8千字

1986年5月第1版 1986年6月第1次印刷

印数: 3500册 定价: 2.65元

统一书号: 15290·323

出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定,我部承担了全国高等学校工科电子类专业课教材的编审、出版的组织工作。从一九七七年底到一九八二年初,由于各有关院校,特别是参与编审工作的广大教师的努力和有关出版社的紧密配合,共编审出版了教材159种。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应社会主义现代化建设培养人才的需要,反映国内外电子科学技术水平,达到“打好基础、精选内容、逐步更新、利于教学”的要求,在总结第一轮教材编审出版工作经验的基础上,电子工业部于一九八二年先后成立了高等学校《无线电技术与信息系统》、《电磁场与微波技术》、《电子材料与固体器件》、《电子物理与器件》、《电子机械》、《计算机与自动控制》、中等专业学校《电子类专业》、《电子机械类专业》共八个教材编审委员会,作为教材工作方面的一个经常性的业务指导机构。并制定了一九八二~一九八五年教材编审出版规划,列入规划的教材、教学参考书、实验指导书等共217种选题。在努力提高教材质量,适当增加教材品种的思想指导下,这一批教材的编审工作由编审委员会直接组织进行。

这一批教材的书稿,主要是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中评选择优和从第一轮较好的教材中修编产生出来的。广大编审者,各编审委员会和有关出版社都为保证和提高教材质量作出了努力。

这一批教材,分别由电子工业出版社、国防工业出版社、上海科学技术出版社、西北电讯工程学院出版社、湖南科学技术出版社、江苏科学技术出版社、黑龙江科学技术出版社和天津科学技术出版社承担出版工作。

限于水平和经验,这一批教材的编审出版工作肯定还会有许多缺点和不足之处,希望使用教材的单位、广大教师和同学积极提出批评建议,共同为提高工科电子类专业教材的质量而努力。

电子工业部教材办公室

前 言

本教材系由《电子物理与器件》教材编审委员会《电子物理与器件》编审小组评选审定，并推荐出版。

该教材由清华大学吴伯瑜、张克潜编写，西安交通大学钱慰宗担任主审。编审者均依据《电子物理与器件》编审小组审定的编写大纲进行编写和审阅的。

本课程的参考教学时数为70学时，其主要内容为微波真空电子器件的电子学基础，其中包括电磁慢波系统、直射电子注、回旋电子注、摆动电子注和驻波型、行波型电磁场相互作用的基本原理及其应用。

全书共分为七部分。绪论介绍微波电子学研究对象、发展简史、理论基础和处理方法。第一章微波电子学一般问题，引入一些基本概念和定理，定性介绍各种形式的电子注和电磁波互作用机理（主要包括微波三、四极管，偏调管，潘尼管，速调管，行波管，回旋速调管、行波管、返波管，回旋单腔管及分布作用振荡器的工作原理）。第二章电子注和驻波场互作用，讨论电子注的速度（或角速度）调制，电子负载，空间电荷波，大讯号群聚理论，多腔速调管等。第三章以场分析和等效电路分析方法研究均匀慢波系统、螺旋线和周期慢波系统的色散特性、耦合阻抗。第四章分析电子注和行波场互作用的小讯号理论、行波管、耦合腔行波管大讯号理论。第五章阐述了直流正交电磁场中电子运动规律、层流电子注模型，注入式正交场行波管小讯号和大讯号理论，以层流电子注模型分析多腔磁控管。第六章以经典电动力学观点讨论电子注和光波互作用的自由电子激光原理。

使用本教材时应注意各校的具体情况，选择各章中部分内容讲授，有些内容可由同学自学，着重基本思想、理论、处理方法及原理的应用，尽可能减少在纯数学演绎上耗费的时间。

本教材由张克潜编写第三章，吴伯瑜编写绪论、第一章、第二章、第四章、第五章和第六章，并统编全稿。参加审阅工作的还有成都电讯工程学院张其劼，清华大学范崇澄以及浙江大学、南京工学院、华南工学院的有关同志，并为本书提出许多宝贵建议和意见，在此表示诚挚的感谢。在编写过程中得到清华大学电子物理与器件教研组同志们的大力支持，李德杰、罗淑云、陈杰、顾妙生同志为书稿的抄写和绘图做了大量的工作，借此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中难免还存在一些缺点和错误，殷切希望广大读者批评指正。

编 者

目 录

结 论

- 一、微波电子学研究对象.....1
- 二、微波电子学发展简史.....ii
- 三、微波电子学的理论基础
和处理方法.....ii

第一章 微波电子学的一般问题 1

- 一、电子注和微波电磁场之间
的能量交换..... 1
 - 1. 一般情况下的电子动能变化公式..... 1
 - 2. 电子注和电场相互作用
的能量平衡关系..... 2
- 二、电子渡越时间、渡越角
和时-空图..... 4
 - 1. 电子渡越时间和渡越角..... 4
 - 2. 时-空图..... 5
- 三、感应电流..... 7
 - 1. 电荷运动引起的感应电流..... 7
 - 2. 拉姆定理..... 9
 - 3. 密度调制电子流通过平板型隙缝
所引起的感应电流..... 10
 - 4. 利用感应电流原理计算电子流
和交变场的相互作用功率..... 12
- 四、全电流连续原理..... 14
- 五、电子注和电磁波各种相互作用机理
的简介..... 15
 - 1. 发射电流密度调制型器件..... 15
 - 2. 利用电子注偏转系统
产生调制的器件..... 16
 - 3. 利用电子渡越时间产生调制的器件..... 18

第二章 电子注和驻波场的

相互作用.....35

- 一、电子注的速度调制和电子负载35
 - 1. 理想间隙的速度调制.....35
 - 2. 渡越角为 θ_a 的平板型间隙
的速度调制——电子注耦合系数.....36
 - 3. 平板型间隙的电子负载.....37

- 4. 圆柱对称任意间隙的耦合系数
和电子负载.....41
- 5. 回旋电子注的速度调制及电子负载.....48

二、电子注群聚的运动学理论.....54

- 1. 无场漂移空间中的群聚电流.....55
- 2. 回旋电子注的群聚.....59
- 3. 空间电荷效应.....59

三、空间电荷波.....63

- 1. 无直流电场区中无界电子注
空间电荷波方程.....63
- 2. 圆筒形漂移管中电子注
的空间电荷波.....69
- 3. 电子波导和传输线的类比.....75
- 4. 直流电场区中空间电荷波.....77

四、单级群聚的应用——双腔速调管

放大器.....83

- 1. 输出功率、电子效率和最佳负载.....83
- 2. 增益和频率响应.....86

五、多级群聚的应用

——多腔速调管.....88

- 1. 三腔速调管中间腔对群聚影响
的定性分析.....89
- 2. 三腔速调管的运动学理论.....90
- 3. 多腔速调管的小讯号增益.....92
- 4. 多腔速调管的频宽.....96
- 5. 多腔速调管的应用领域.....99

六、电子注和驻波场互作用

的大讯号理论.....99

- 1. 漂移空间的电子注群聚101
- 2. 分布作用腔振荡器的输出效率计算104

第三章 电磁慢波系统108

一、慢波系统的基本概念109

二、慢波系统的色散特性和耦合阻抗110

- 1. 色散特性—— ω - β 图或 k - β 图110
- 2. 耦合阻抗(相互作用阻抗)112

三、均匀慢波系统的场分析113

- 1. 柱形坐标系统中的电磁场113

2. 导波及其传播特性	161
3. 慢波场	1173
4. 矩坐标系统中的慢波	11
5. 圆柱坐标系统中的慢波	119
四、均匀慢波系统场分析举例	121
1. 梳形慢波系统——均匀系统近似	121
2. 盘荷波导——均匀系统近似	124
五、螺旋线	126
1. 螺旋线的物理模型——螺旋导片	126
2. 螺旋线中场分量表达式	127
3. 边界条件	128
4. 色散方程——特征方程	129
5. 场分布——特征函数	131
6. 耦合阻抗	134
7. 金属管壳中的螺旋线	135
8. 介质夹持螺旋线	136
9. 影响耦合阻抗的各种因素	137
六、周期性慢波系统	138
1. 周期系统的特点和空间谐波	139
2. 周期系统的色散特性	143
3. 周期慢波系统的耦合阻抗	147
七、周期慢波系统的场分析	147
1. 梳形慢波系统——周期系统近似	147
2. 盘荷波导——周期系统近似	152
八、周期慢波系统的等效电路分析	155
1. 链状网络及其传输特性	155
2. 实例一——耦合孔一线排列 的耦合腔链	158
3. 实例二——耦合孔交错排列 的耦合腔链	162
4. 网络参量的实际计算	165

第四章 电子注和行波场的相互作用166

一、“O”型行波管放大器

的小讯号理论167

1. 行波管特征方程167
2. 行波管特征方程的进一步简化172
3. 行波管特征方程的解174
4. 行波管小讯号增益176
5. 行波管自激振荡的防止180

二、电子注和行波场相互作用应用——“O”型

行波管185

1. “O”型行波管的类型及用途185
2. 行波管的增益、输出功率和效率185
3. 提高行波管效率的方法186

三、耦合腔行波管的大讯号分析187

1. 耦合腔行波管中的行波场188
2. 空间电荷场189
3. 感应电压189
4. 电子运动方程190
5. 耦合腔行波管输出功率的计算191

第五章 正交电磁场中电子注

和波的相互作用194

一、直流正交场中电子运动轨迹

和层流电子注194

1. 正交场中单电子运动轨迹194
2. 正交场中层流电子注196

二、正交场相互作用空间的电子运动201

1. 在行波场作用下，正交场中的电子运动201
2. 空间电荷效应203

三、正交场中电子注和波的相互作用205

1. 注入式正交场行波管的小讯号理论205
2. 注入式正交场行波管的大讯号分析217

四、正交场中电子注和波互作用

的应用——多腔磁控管224

1. 磁控管的同步电压225
2. 磁控管的门槛电压225
3. 磁控管的工作区226
4. 磁控管的谐振系统227
5. 磁控管的工作特性228

第六章 电子注和光波的相互作用231

一、电子注和拍波行波同步

的放大作用原理231

1. 直流状态下的电子运动轨迹232
2. 光波注入的拍波效应233

二、光速调管236

1. 摆动器型光速调管237
2. 逆契伦柯夫 (Cerenkov) 光速调管237

主要参考文献

第一章 微波电子学的一般问题

本章是学习微波电子学的基础部分。对于在以后各章中遇到的一些共同基本概念和原理，本章作了系统的讨论，并定性地讨论了各种类型的电子注和微波电磁场互作用系统。这有助于理解后续各章的定量分析。

一、电子注和微波电磁场之间的能量交换

研究电子注和微波电磁场之间的能量交换是微波电子学的基本问题。在详细讨论各种形式电子注互作用之前，一般性地研讨一下这个问题，有助于建立一些基本概念。

1. 一般情况下的电子动能变化公式

电子在电磁场中运动，电磁场对电子在 dr 位移内所作的功为（见图1-1）

$$dW = F \cdot dr \quad (1-1-1)$$

式中 F —— 电子所受的力。

此全部功都用于增加电子的动能，则有

$$dT = F \cdot dr \quad (1-1-2)$$

式中 T —— 电子的动能。

动能的增加率为

$$\frac{dT}{dt} = F \cdot \frac{dr}{dt} = F \cdot v \quad (1-1-3)$$

式中 v —— 电子的速度。

电磁场对电子的作用力遵循罗伦茨方程

$$F = \frac{d(mv)}{dt} = -e(E + v \times B) \quad (1-1-4)$$

式中 m —— 电子的动质量，它和电子的速度有关，按相对论力学

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1-1-5)$$

式中 m_0 —— 静止电子的质量；

c —— 光在真空中的光速；

E, B —— 包括直流场和微波场在内的电场强度和磁感应强度。

利用式(1-1-4)，式(1-1-3)变为

$$\frac{dT}{dt} = -e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v} = -e\mathbf{E} \cdot \mathbf{v} = -e\mathbf{E} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (1-1-6)$$

因而动能的增量可写作

$$dT = -e\mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} \quad (1-1-7)$$

电子由 r_1 运动到 r_2 , 电子动能由 T_1 变为 T_2 , 电子动能的增加量

$$T_2 - T_1 = -e \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} \quad (1-1-8)$$

若把电场 $\mathbf{E}$ 写为直流电场 $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ 与交流电场 $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t)$ 之和

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) \quad (1-1-9)$$

式(1-1-8)写为

$$T_2 - T_1 = -e \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} + \left[-e \int_{r_1}^{r_2} \mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{r} \right] \quad (1-1-10)$$

式中右面第一项代表直流电场对电子作的功, 第二项代表交流电场对电子作的功。考察式(1-1-10)可得出以下三点结论:

(1) 要使电子和电磁场之间有能量交换, 电子必须和电场产生作用, 或者说电子必须在电磁场的电场区中运动。所以微波电子管或微波粒子加速器中电子总处在强电场区中, 并尽可能沿着电场的方向运动。

(2) 无论直流, 交流磁场都只能改变电子的运动方向, 而改变不了电子的动能。

(3) 电子动能的增加量等于直流电场对电子作的功加上交变电场作的功。

严格地说电子和高频电场之间的能量交换并不能连续进行, 而是电子以一个个能量量子 $h\nu$ 的方式交换能量。在微波频率范围内, 如波长 $\lambda = 1\text{mm}$ 相应的频率 $\nu = 300\text{GHz}$, $h\nu = 1.24 \times 10^{-3}\text{eV}$ 。而通常微波电子器件中电子动能总在大于几百电子伏特的情况下和高频场相互作用。因此微波频率的能量只占电子动能的十万分之一到百万分之一。用积分形式的式(1-1-10)描述电子动能的增加量是足够精确的。

2. 电子注和电场相互作用的能量平衡关系

在我们将要详细研究的互作用过程中, 往往是大量电子和电场之间发生能量交换。因此, 必须考察所有电子和场作用的总结果。对于任一个稳态工作的微波电子器件, 必然有一个时间周期, 经过一个时间周期后, 空间任一点的电场、电荷密度、电子的速度又恢复原样。因而我们感兴趣的是只须考虑一个时间周期内, 电子流和场交换的能量或平均功率。

在瞬时 t , dV 体积内, 有 i 种速度 $\mathbf{v}_i(\mathbf{r}, t)$ 的电荷。它们的电荷密度分别为 $\rho_i(\mathbf{r}, t)$ 。 dV 内总电荷量为 $\sum_i \rho_i(\mathbf{r}, t) dV$ 。若该点的电场强度为 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$, 则电荷给电场的功率

$$\begin{aligned} dP(\mathbf{r}, t) &= \sum_i [-\rho_i(\mathbf{r}, t) \mathbf{v}_i(\mathbf{r}, t)] \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) dV \\ &= \sum_i \mathbf{J}_{e,i}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) dV \end{aligned} \quad (1-1-11)$$

其中 $\mathbf{J}_{e,i}(\mathbf{r}, t) = -\rho_i(\mathbf{r}, t) \mathbf{v}_i(\mathbf{r}, t)$ 为 $\mathbf{r}$ 点上 t 时, 速度为 $\mathbf{v}_i(\mathbf{r}, t)$ 的电子流电流密度。

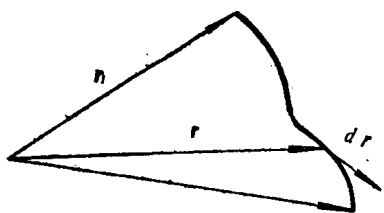


图 1-1

而总电流密度

$$J_e(r, t) = \sum_i J_{e_i}(r, t) \quad (1-1-12)$$

在整个空间内, 电子流给场的瞬时功率

$$P(t) = \int_V J_e(r, t) \cdot E(r, t) dV \quad (1-1-13)$$

一个时间周期 T 内电子流给场的平均功率

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} P(t) dt = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_V J_e(r, t) \cdot E(r, t) dV dt \quad (1-1-14)$$

把 $J_e(r, t)$, $E(r, t)$ 分别写为直流分量和交流分量之和, 其为

$$\left. \begin{aligned} J_e(r, t) &= J_{e_0}(r) + J_{e_1}(r, t) \\ E(r, t) &= E_0(r) + E_1(r, t) \end{aligned} \right\} \quad (1-1-15)$$

代入式(1-1-14)

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \int_V \left[\frac{1}{T} \int_t^{t+T} J_e(r, t) \cdot E_0(r) dt + \frac{1}{T} \int_t^{t+T} J_e(r, t) \cdot E_1(r, t) dt \right] dV \\ &= \int_V J_{e_0}(r) \cdot E_0(r) dV + \int_V \frac{1}{T} \int_t^{t+T} J_e(r, t) \cdot E_1(r, t) dt dV \end{aligned} \quad (1-1-16)$$

上式可改写为

$$-T \int_V J_{e_0}(r) \cdot E_0(r) dV = -\bar{P} \cdot T + \int_V \int_t^{t+T} J_e(r, t) \cdot E_1(r, t) dt dV \quad (1-1-17)$$

即一个周期内直流电场给电子流的能量(直流电源输出能量)等于一个周期内电子流以其它形式消耗掉的能量加一个周期内电子流给交变场的能量。

这就是整个微波电子器件空间的能量平衡关系。上式中右边第一项的物理含义是在一个时间周期内 $I_0 T/e$ 个电子以零速度进入空间(即以直流电流为 I_0 由阴极逸出), 而有又 $I_0 T/e$ 个电子以自身不同的速度从空间退出(打在电极上)。这部分退出的电子带走的动能就以热能的形式耗散在电极上。在动态平衡情况下, 就相当于场要给电子流能量, 以补充退出电子带走的动能, 这就是一 $\bar{P}T$ 的物理含义。并由此可知 $-\bar{P}T \geq 0$ 。

式(1-1-17)右边第二项指一周内电子流给交变场的能量。所以要使微波电子器件能产生或放大微波电磁场的必要条件是

$$\int_V \int_t^{t+T} J_e(r, t) \cdot E_1(r, t) dt dV > 0 \quad (1-1-18)$$

为满足这一条件, 除了互作用空间应有交变电场外, 还要求电子流电流密度包含交变分量即它是有密度调制的。因为假如在整个空间内 $J_e(r, t) = J_{e_0}(r)$ 时, 上式中

$$\int_t^{t+T} J_e(r) \cdot E_1(r, t) dt = 0 \quad (1-1-19)$$

也就是说没有密度调制的电子流, 就没有平均能量由电子流交给交变场。

由式(1-1-17)的能量平衡关系可见一个能产生或放大微波电磁场的系统必须包括下列部份:

- (1) 发射电子的电极——阴极;
- (2) 加速电子的直流电场的系统, 如电子枪;

- (3) 建立或传输微波电磁场的系统, 如谐振腔, 慢波系统;
- (4) 一套能使电子流电流密度有密度调制的系统;
- (5) 收集作用完电子的电极——收集极。

各种微波电子器件的工作原理往往区别在造成电子流有电流密度调制的方法不同上。为了便于介绍各种电子流和电磁场的互作用, 以下各节引入一些以后会经常遇到的术语和定理。

二、电子渡越时间、渡越角和时-空图

1. 电子渡越时间和渡越角

定义: 电子在电磁场作用下, 由坐标 z_1 飞到坐标 z_2 所需的时间称电子在该两点间的渡越时间 τ , 其表示式为

$$\tau = \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{v(z)} \quad (1-2-1)$$

$v(z)$ 表示与起始条件、电场和磁场强度有关的电子速度。在一般情况下 v 是坐标的函数。电子渡越时间可由电子的运动方程求出。而通常感兴趣的是指电子器件中某二个电极之间的电子渡越时间。例如, 二极管的阴极和阳极之间, 速调管谐振腔隙缝上两栅极之间的渡越时间。

在平板二极管中, 如果工作在温度限制区, 并且电流密度足够小, 以至可以忽略空间电荷作用的情况下。极间电位按直线分布。电子以初速为零由阴极逸出, 向阳极作匀加速运动。电子到达阳极时速度为

$$v_a = \sqrt{\frac{2e}{m} V_a} \quad (1-2-2)$$

电子在阴极阳极之间的渡越时间为

$$\tau_T = \frac{x_{ak}}{\frac{1}{2}(0 + v_a)} = \frac{2x_{ak}}{\sqrt{\frac{2e}{m} V_a}} \quad (1-2-3)$$

x_{ak} 为阴极和阳极之间的距离, V_a 为阳极电位。如果二极管工作在空间电荷限制情况下, 管内电位分布

$$V(x) = V_a \left(\frac{x}{x_{ak}} \right)^{4/3}$$

电子在二极管之间的渡越时间

$$\tau_s = \int_0^{x_{ak}} \frac{dx}{v(x)}$$

$$= \int_0^{x_{ak}} \frac{d\omega}{\sqrt{\frac{2e}{m} V_a \left(\frac{\omega}{\omega_{ak}} \right)^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt{\frac{3 \omega_{ak}}{2e}} = 1.5 \tau_T \quad (1-2-4)$$

可见由于空间电荷的影响，渡越时间增加了50%。

假设在二极管（图1-2）阴极和阳极之间同时加上直流电压和交变电压。由于存在着电子渡越时间，所以电子在向阳极运动过程中，阳极电压在发生变化，从而影响了电子的速度，影响了渡越时间。因此，在这种情况下，电子的渡越时间是和它从阴极出发时的时间有关的，不同的电子可以有不同的渡越时间，而当用渡越时间作为描述一个系统的参量时，往往是指仅加上直流电压时的渡越时间。

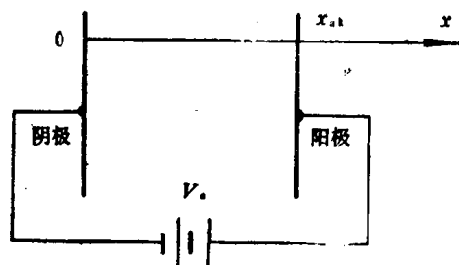


图 1-2 平板二极管

电子渡越时间的本身并不足以全面说明电子惯性对微波电子器件性能的影响，因为相同的渡越时间在不同工作频率下，电子惯性造成的影响是不同的。为此用一个表征渡越时间和振荡周期比值的量来表示电子惯性的影响是恰当的。

定义：渡越角

$$\theta = 2\pi \frac{\tau}{T} = \omega \tau \quad (\text{rad}) \quad (1-2-5)$$

它表明了电子在所研究的电极间运动的过程中，加到这些电极上去的电压的相位变化。式中 T 为交变电压随时间变化的周期， ω 为角频率。例如，一平板二极管 $x_{ak} = 1\text{mm}$ ，阳极上加有100V直流电压和幅值1V频率为 f 的交变电压，按式（1-2-4）算 $\tau_s = 5.04 \times 10^{-10}\text{s}$ 。当 $f = 1\text{MHz}$ 时其渡越角 $\theta = 0.18^\circ$ ，而当 $f = 600\text{MHz}$ 时 $\theta \approx 109^\circ$ 。后者相当于在正半周开始时由阴极飞出的电子在该半周后期才到达阳极。这种情况下，电子惯性的影响就相当大。

2. 时-空图

为了直观地、方便地研究电子在电极间的运动状态，往往根据电子运动方程，把电子的坐标对时间的关系画成图表，它就是时间-空间图，简称时-空图。图上画有许多条电子的曲线，以便统一考察电子注的运动形态。

在平板二极管中，忽略电子初速，不考虑空间电荷影响，在直流电压作用下，电子运动方程为

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{e}{m} \frac{V_a}{x_{ak}} \quad (1-2-6)$$

这是匀加速运动方程。考虑到电子在 $t = t_0$ 由阴极出发时，初速为零，它在 t 时的坐标为

$$x = \frac{e}{2m} \frac{V_a}{x_{ak}} (t - t_0)^2 \quad (1-2-7)$$

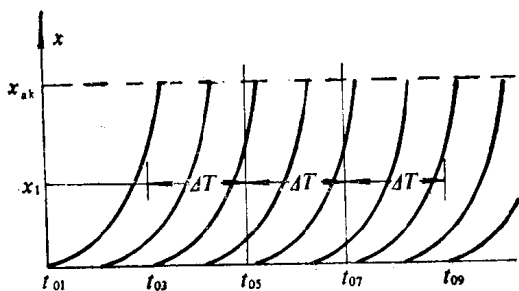


图 1-3 平板二极管直流情况下的时-空图

是说在 x_1 面上只有直流徙动电流。我们再考察一下 $t_{0.5}$ 到 $t_{0.7}$ 的 ΔT 时间内, 在任意一个 x 面上 ($x \leq x_{ak}$) 都只有二根曲线通过, 这意味着在 $t_{0.5}$ 的瞬时, 管内各个截面上徙动电流密度相同。

因而, 时-空图能表示电子速度, 动能的变化, 亦反映了管内各截面、各瞬时的徙动电流密度, 是研究微波电子学的有用工具。

如果在平板二极管上加上一交变电压 $V_m \sin \omega t$, 它的时-空图可由微分运动方程

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{e V_m}{m x_{ak}} \sin \omega t$$

(1-2-8)

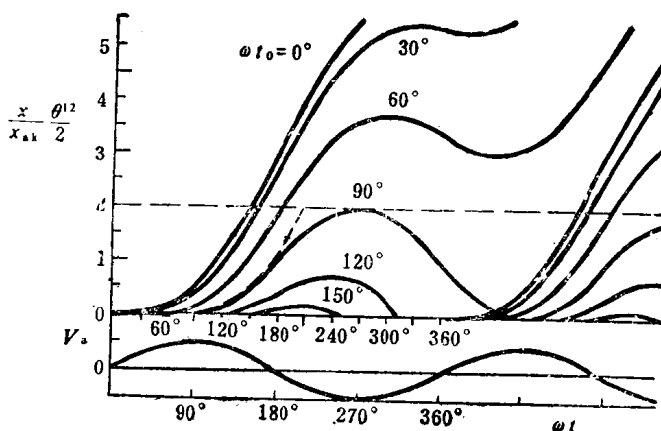


图 1-4 交流电压作用下的平板二极管时-空图

而绘出。假设不考虑空间电荷影响, 初速为零, 可得

$$\frac{x}{x_{ak}} \frac{\theta'^2}{2} = (\omega t - \omega t_0) \cos \omega t_0 + \sin \omega t_0 - \sin \omega t \quad (1-2-9)$$

式中

$$\theta'^2 = 2m\omega^2 x_{ak}^2 / (eV_m)$$

取不同起始时刻 $\omega t_0 = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ \dots$, 画出以 ωt 为横坐标, $x/x_{ak} (\theta'^2/2)$ 为纵坐标的时-空图(图1-4)。选取 V_m 使 $\theta'^2 = 2$, 则 $x/x_{ak} (\theta'^2/2) = 2$ 处代表阳极的位置。

由图可以看到当渡越时间和振荡周期可以比拟时, 出现了下列特点:

(1) 电子到达阳极时, 阳极交变电压的相位角与电子由阴极飞出时的相位角有很大差异。例如: $\omega t_0 = 60^\circ$ 出发的电子到达阳极时 $\omega t = 180^\circ$ 。

(2) 部分电子可以在阳极交变电压为负值时到达阳极。如 $\omega t_0 = 60^\circ$ 到 90° 出发的电子。

(3) 电子到达阳极时的速度(或动能)和直流情况不同,它不取决于该时刻阳极上的电位。如: $\omega t_0 = 60^\circ$ 出发的电子,在 $\omega t = 180^\circ$ 到达阳极,该瞬时阳极电位 $V_a = 0$,而由图上可以看到该电子的速度不为零。又如 $\omega t_0 = 90^\circ$ 的电子在 $\omega t = 270^\circ$ 到阳极,该瞬时 $V_a = -V_m$,而电子速度为零。

(4) 部分电子可以飞出阴极而不到阳极,并以一定的速度撞回到阴极上。如 $\omega t_0 = 90^\circ$ 到 180° 出发的电子。

这些都是和直流情况(如图1-4上 $\omega t_0 = 90^\circ$ 虚线)所不同的。并可以看到即使阴极发射电流密度是均匀的,而阳极处各瞬时的徙动电流密度亦是随时间不同而不同的。

三、感应电流

1. 电荷运动引起的感应电流

电子在管内的运动与管外电路中流动的电流之间关系是微波电子学研究的一个很重要的基本问题。把电子在管内运动形成的徙动电流和管外电路中流动的电流相联系起来的一个重要概念就是存在着感应电流。

在低频情况下,可以认为在某一电极外电路上流过的瞬时电流与落在该电极上的电子流是相等的。这种观点在低频情况下是近似正确的,但到了微波波段就和实验发生了矛盾。

以平板二极管为例,管中有一 $-q$ 电荷由阴极向阳极运动,阴极和阳极间有导线相连,由于静电感应, A 、 K 上分别感应出 q_a 、 q_k 电荷。这里必须指出,我们所考察的电荷 q 所带的电荷量远远大于一个电子的电荷量,即有大量电子存在的情况,整个系统是呈电中性的,所以

$$q_a + q_k - q = 0 \quad (1-3-1)$$

由图1-5可见起初 K 电极上 q_k 的电荷量大于 A 电极上 q_a 的电荷量,随着 $-q$ 电荷向 A 极靠近 q_k 电荷量减小, q_a 电荷量增大, q_k 减少的电荷量通过导线补充给了 q_a ,在外电路上就形成了电流。因此把由于管内电荷运动造成管内各电极上感应电荷量重新分配,而流过外电路的电流称为**感应电流**。

由上述例子可以得知,电荷 $-q$ 并没有落在阳极上,而外电路上就有了电流,这 and 低频时所持的观念不同。

电荷运动引起了感应电流,并且也只有电荷的运动才能引起感应电流。静止的电荷以及电荷落在电极上而从空间消失后均不会产生感应电流。

因为电极上感应的电荷量是空间各电荷分别感应出的电荷量的叠加,所以外电路上总的

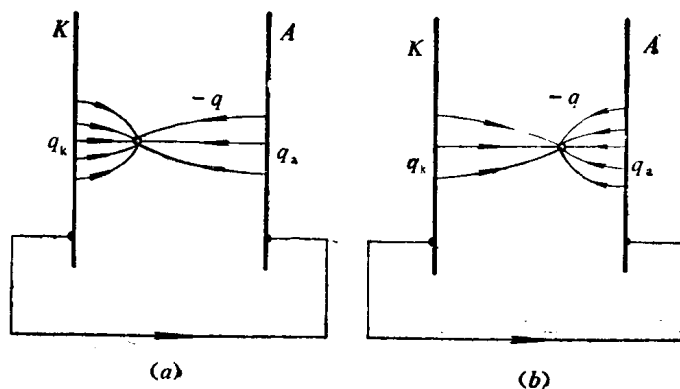


图 1-5 电极上的感应电荷

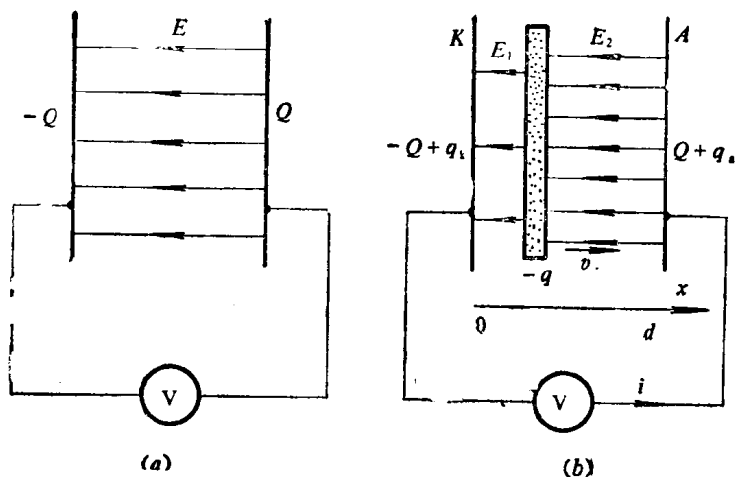


图 1-6 薄层电荷在二极管中运动

数。

若有一薄层电荷 $-q$ 位于 x 处，并以速度 v 沿 x 方向运动，它在电极上静电感应出 q_k 和 q_a 电荷：此时，电荷层左右两边的电场强度分别为 E_1 、 E_2 。据边界上高斯定律

$$S\epsilon_0 E_1 = -(-Q + q_k) = Q - q_k \quad (1-3-3)$$

$$S\epsilon_0 E_2 = Q + q_a \quad (1-3-4)$$

两极之间的电压可写成

$$E_1 x + E_2 (d - x) = V = Ed \quad (1-3-5)$$

将式(1-3-2)、(1-3-3)、(1-3-4)代入式(1-3-5)，并考虑到条件式(1-3-1)，可得

$$\left. \begin{aligned} q_a &= q \frac{x}{d} \\ q_k &= q \left(1 - \frac{x}{d} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1-3-6)$$

这时阳极和阴极上的总电荷量分别为

$$\left. \begin{aligned} Q_k &= -Q + q \frac{x}{d} \\ Q_a &= Q + q \left(1 - \frac{x}{d} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1-3-7)$$

外电路电流

$$i = \frac{dQ_a}{dt} = \frac{dQ}{dt} + q \frac{v}{d} \quad (1-3-8)$$

式中第二项是和感应电荷有关的感应电流。

$$i_{ind} = q \frac{v}{d} \quad (1-3-9)$$

因为 V 是直流电压，所以 $dQ/dt = 0$ 。如果 V 为交变电压 $V_m \sin \omega t$ ，那么它在两极之间引起位移电流

感应电流亦是各个运动电荷自身引起的感应电流的叠加。因此，遇到求解感应电流的问题时，只需单独求得各个电荷引起的感应电流，然后把它们相加即可。

设一平板二极管，二极管间加一直流电压，其极间电场为 E ，那么由阴极和阳极组成的电容极板上分别带有 $-Q$ 和 $+Q$ 电荷(图1-6)。

$$Q = S\epsilon_0 E \quad (1-3-2)$$

式中 S ——极板的面积；

ϵ_0 ——真空中介电常

$$i_c = \Delta \epsilon_0 \frac{dE}{dt} = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV}{dt} = \omega C V_m \cos \omega t \quad (1-3-10)$$

式中, C 为二极管的极间电容, 在外电路上通常把 i_c 称为容性电流。

2. 拉姆定理

拉姆定理是求解感应电流的一条重要定理。

定理: 在多电极系统中, 任一电极 A 的外电路上流过的感应电流为

$$i_{ind} = \sum_{i=1}^n q_i v_i \cdot E_i \quad (1-3-11)$$

式中 q_i ——空间运动的第 i 个电荷的带电量;

v_i ——空间运动的第 i 个电荷的速度;

E_i —— A 电极上加上相对于其它所有电极为 1 伏电压时, 在第 i 个电荷所在点的电场。

以下用能量守恒定律来证明。假设除电极 A 以外的所有电极相联 (见图 1-7), 在电极 A 上加有 V 电压, 那么在 q_i 电荷所在点的电场强度为 VE_i , q_i 电荷的运动在 A 电极外电路上引起的感应电流为 i_{ind} 。

电源 V 通过电场 E_i , 在 dt 时间间隔内, 对 q_i 电荷所作的功

$$dW_1 = q_i V E_i \cdot v_i dt \quad (1-3-12)$$

电源 V 在 dt 时间间隔内, 以感应电流的形式给出的能量

$$dW_2 = i_{ind} V dt \quad (1-3-13)$$

据能量守恒定律

$$dW_1 = dW_2$$

得第 i 个电荷在 A 电极外电路上产生的感应电流

$$i_{ind_i} = q_i \frac{VE_i}{V} \cdot v_i = q_i E_i \cdot v_i \quad (1-3-14)$$

据叠加定理

$$i_{ind} = \sum_{i=1}^n q_i v_i \cdot E_i \quad (1-3-15)$$

当大量运动电荷弥散分布在电极空间时, 拉姆定理可写成积分形式

$$i_{ind} = \int \sum_{i=1}^m \rho_i v_i \cdot E(x, y, z) dx dy dz \quad (1-3-16)$$

式中 ρ_i 是空间坐标为 x, y, z 点, 速度为 v_i 的第 i 个空间电荷密度。如果在该点电荷的速度有 m 种, 则 $i=1, 2, \dots, m$ 。 $E(x, y, z)$ 和式 (1-3-11) 中 E_i 有相同含义。 V 指整个电极空间。从上述的证明过程中可以发现感应电流数值的大小和外加电源电压的极性和数值 V 的大小无关。所以当外电路上没有电源时 (V 趋近于零的极限情况), 感应电流数值不变。读

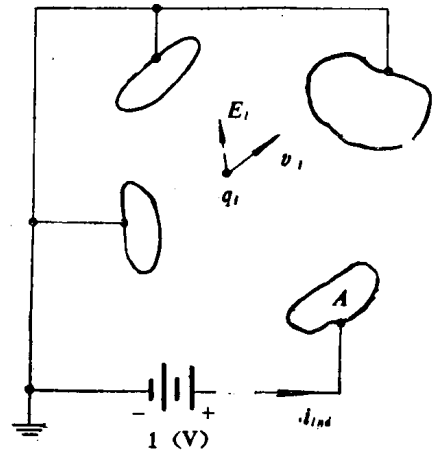
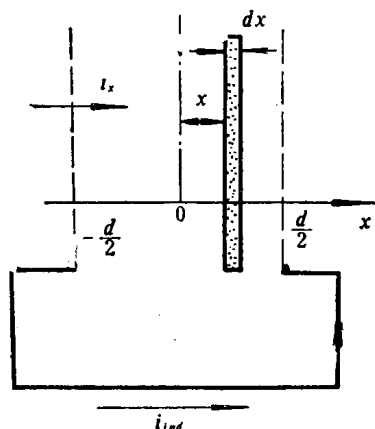


图 1-7 多电极系统中的感应电流

者可用同样的方法证明，外电路上串有电阻时，感应电流数值仍然不变。因此，运动电荷在电极系统的4电极外电路上引起的感应电流，从电路的观点来看等效于外电路上的一个恒定电流源。

3. 密度调制电子流通过平板型隙缝所引起的感应电流

在微波电子学中往往会遇到有一束密度调制的电子流通过一套电极系统（如：速调管中的谐振腔高频隙缝，行波管中慢波系统）的情况。为了用方便的电路理论分析这类问题，就需要密度调制的电子流所引起的感应电流。这里先研究一种最简单的平板型隙缝的情况。



假设有一理想的平板型隙缝，其两极由二个对电子流没有截获的平板型栅极组成（如图1-8）。栅极对电场起着良好的屏蔽作用，因而式（1-3-16）中 $E(x, y, z)$ 可写作

$$E_x(x, y, z) = E_x(x) = \begin{cases} -\frac{1}{d} & |x| \leq \frac{d}{2} \\ 0 & |x| > \frac{d}{2} \end{cases} \quad (1-3-17)$$

图 1-8 密度调制电子流穿过平板型间隙 式（1-3-16）可改写为

$$\begin{aligned} i_{ind} &= S \int_{-\infty}^{\infty} E_x(x) \cdot v(x) \rho(x) dx = S \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} -\frac{1}{d} v_x(x) \rho(x) dx \\ &= -\frac{1}{d} \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} S J_x(x) dx = -\frac{1}{d} \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} i_x(x) dx \end{aligned} \quad (1-3-18)$$

式中 $J_x(x)$ —— $J_x(x) = v_x(x) \rho(x)$ 为 x 方向的徙动电流密度；

S —— 电子注截面积；

$i_x(x)$ —— $i_x(x) = S J_x(x)$ 为 x 方向的徙动电流。

设一密度调制电子流以 $v_x(x) = v_0$ 的速度匀速穿过隙缝，并在 t 时刻，在 $x = 0$ 平面上的徙动电流可表示为

$$i_x(0, t) = -(I_0 + I_m \sin \omega t) \quad (1-3-19)$$

I_0 为电子流的直流分量， I_m 为交变分量的幅值。

为了求得某一瞬时的感应电流，就需要知道该瞬时在各个 x 位置上的徙动电流 $i_x(x, t)$ 。由于电子流是 v_0 匀速穿过隙缝的，所以在 $x = 0$ 面上的电子流，经过 x/v_0 时间后就到达 x 面，即

$$i_x(x, t + \frac{x}{v_0}) = i_x(0, t) \quad (1-3-20)$$

那么在 t 时 x 平面上的电流, 就是 $(t-x/v_0)$ 时 $x=0$ 面上的电流

$$i_x(x, t) = i_x(0, t - \frac{x}{v_0}) \quad (1-3-21)$$

把式(1-3-19)代入式(1-3-21)便得

$$i_x(x, t) = -[I_0 + I_m \sin(\omega t - \frac{\omega x}{v_0})] \quad (1-3-22)$$

由式(1-3-18)得瞬时 t 的感应电流

$$\begin{aligned} i_{ind}(t) &= \frac{1}{d} \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} [I_0 + I_m \sin(\omega t - \frac{\omega x}{v_0})] dx \\ &= I_0 + \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\frac{\theta}{2}} I_m \sin \omega t \end{aligned} \quad (1-3-23)$$

式中 $\theta = \omega d/v_0$ 为电子通过间隙的渡越角。令

$$M = \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\frac{\theta}{2}} \quad (1-3-24)$$

称为电子流和平板型间隙的耦合系数, 它是一个小于1的数。在图5-9上绘出了 M 和 θ 的关系。式(1-3-23)可改写为

$$i_{ind}(t) = I_0 + M I_m \sin \omega t \quad (1-3-25)$$

和式(1-3-19)相比较, 感应电流和 $x=0$ 面上的电子流的关系只是交变分量振幅乘以耦合系数 M 。在 $M > 0$ 时, 它们同相, $M < 0$ 时, 它们反相。

上述结论很自然地能推广应用到一随时间周期变化的电子流的情况, 这时徙动电流

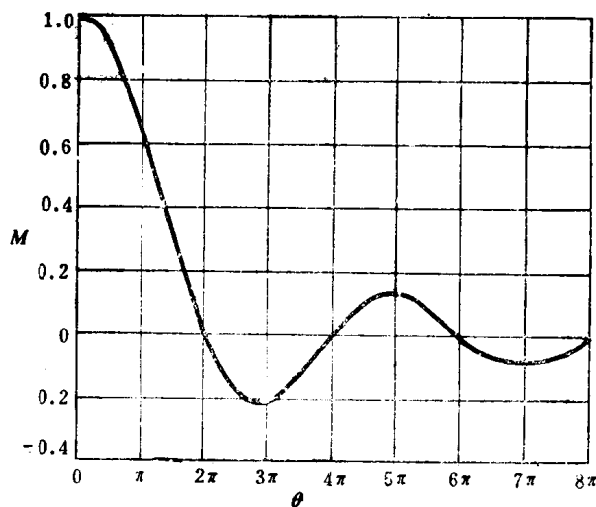


图 1-9 耦合系数 M 和 θ 关系

$$i_x(0, t) = -[I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin(n\omega t + \varphi_n)] \quad (1-3-26)$$