相似理論及其在热工上的应用

П. К. 科納科夫 著

李德桃　賀道德 譯

李 德 桃 校 訂

科 学 出 版 社

1 9 6 2

П. К. КОНАКОВ

ТЕОРИЯ ПОДОБИЯ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ В ТЕПЛОТЕХНИКЕ

Госэнергоиздат

1959

內 容 簡 介

本书系根据苏联国立动力出版社出版的 П. К. 科納科夫所著“相似理論及其在热工上的应用”一书譯出的.

本书研究了連續介质运动过程的方程式和这些方程式的单値性条件,闡明了相似理論的基本原理并列举了相似理論在热工上应用的某些例子.

本书可供从事热工方面的科学研究工作者、工程技术人員参考,亦可作为高等院校热工专业的教学参考书.

相似理論及其在热工上的应用

П. К. 科納科夫 著

李德桃 賀道德 譯

李 德 桃 校 訂

*

科 学 出 版 社 出 版 (北京朝阳門大街 117 号)

北京市书刊出版业营业許可証出字第 061 号

中国科学院印刷厂印刷 新华书店总經售

*

1962 年 5 月第 一 版 书号:2515 字数:154,000

1962 年 5 月第一次印刷 开本:850×1168 1/32

(京) 0001—7,150 印张:6

定价: 0.90 元

原　　序

本书研究了連續介質的运动过程方程，論述了相似理論的基本原理，以及給出了相似理論应用于某些实际問題的范例.

近来，在这方面的专門文献和教学参考书中，相似理論是用各种不同的观点来闡述的；这就难免有个别不确切的、甚至于錯誤的地方.

著者認为：根据对描写所研究現象的完整方程組的分析，相似理論可以更为严格地論述；本书就运用了这种論述的方法.

在本书中，因次分析当作用一般形式来描写所研究的現象的方程分析处理.

本书供那些具有数学分析、理論流体力学、传热学理論的基础知識的讀者应用.

著者謹向承担本书校閱工作的白俄罗斯科学院院士 A. B. 雷柯夫教授致謝.

著者也向为校对本书作了很多工作的技术科学副博士 П. M. 貝尔德利克致謝.

作　　者

目　　录

緒　論

在技术科学中，我們研究各种技术設备的工作过程。

这門科学，是以力学、物理学、化学的定律作为基础的；而力学、物理学和化学所研究的是物質运动的具体形态：力学的、物理的和化学的現象。

任何一种技术設备的工作过程，都是由某一实在物体集合的質变所形成。

任何一个实在物体的質变，都同它的量变相联系，即同表征該实在物体某种具体性質的量的变化相联系。

当我們用适当的文字标記表征所給技术設备的工作过程的各种量，并根据力学、物理学和化学的定律把它們結合成一組等式时，就会得到描写該技术設备工作过程的一組方程。

必須指出：在任何一种技术設备中所观察到的每一个現象，都同該設备的其他現象有着各种各样的联系。

这种联系，可分为本質的和非本質的。

本質的联系，揭露現象的本質，并使有可能定出所研究的工作过程的規律。

非本質的联系，不揭露現象的本質，也不給予定出这些規律的基础。

列宁說："……非本質的东西，假象的东西，表面的东西常常消失，不象'本質'那样'扎实'，那样'稳固'。"[1]

描写任何一种技术設备的工作过程的方程，仅仅反映該設备所特有的本質的量的关系。

研究在各种技术設备中所进行的任一过程时，都必須遵循唯

---

1) 列宁："哲学笔記"，人民出版社，1956年，第108頁——譯者註。

物辯証法关于本質和非本質的关系的原理.

談到归納和分析，恩格斯写道："……卡諾是第一个認眞研究这个問題的人. 然而他用的并不是归納法. 他研究了蒸汽机、分析了它，发現了蒸汽机中的基本过程并不是以純粹的形式出現 而是被各种各样的輔助过程所掩蓋住了；于是他撇开了对这些主要过程无关重要的輔助条件而构造了一部理想的蒸汽机（煤气机）……".

恩格斯指出，这样一部机器是决不可能制造出来的. 但是"……它表現着純粹的、独立的、眞正的过程"[2][1).

当卡諾研究这部理想的机器时，就差不多已經探究到作为热力学第二定律的說法的基础的規律性.

所举一实例表明，唯物辯証法关于本質联系和非本質联系的原理，在科学研究中具有多么巨大的意义；規定所研究的这一联系的特性，对研究人員是多么重要.

所給技术設备的工作过程的方程，实質上就是这一过程的判断的数学公式.

关于判断的分类，恩格斯說了如下的話："辯証邏輯和旧的純粹的形式邏輯相反，不象后者滿足于把各种思惟运动形式，即把各种不同的判断和推論形式列举出来和毫无关联地排列起来. 相反地，辯証邏輯却以此推彼地推出这些形式，不把它們互相平列起来，而使它們互相隶属，从低級形式中发展出高級形式"[2][2).

恩格斯又指出："一切眞实的、詳尽无遺的認識完全在于我們在思惟中能把个别的东西从个别提高到特殊、然后再从特殊提高到一般；完全在于能从有限中找到无限，从暫时中找到永久，并且使之确定起来."[2][3)

根据上述見解，恩格斯把判断分成三类：

1. 个别的判断　其实例之一：摩擦是热的一个源泉.

1）恩格斯："自然辯証法"，人民出版社，1957年，第190頁——譯者註.
2）恩格斯："自然辯証法"，人民出版社，1957年，第185頁——譯者註.
3）恩格斯："自然辯証法"，人民出版社，1957年，第195頁——譯者註.

2. 特殊的判断　其实例之一：一切机械运动都能借摩擦轉化为热. 从这个判断我們发現：这儿談的是一个特殊的运动形态（即机械运动形态）展示出在特殊的情况下（即經过摩擦）轉变为另一个特殊的运动形态（热）的这个性质.

3. 普遍的判断　其实例之一：在对每一場合的特定的条件下，任何一种运动形态都能够而且不得不直接或間接地轉变成其他任何运动形态. 在这种說法里，判断是自然的规律，規律便获得了自己的最后的表現.

上述判断从属地关联着：从个别到特殊，从特殊到普遍.

在个别的具体的技术設备中，个别的具体的現象是由一个完整方程組和一些单值性条件来描写的. 描写个别現象的方程組和单值性条件，是个别判断的数学公式；描写水在圓管中的非定常运动过程的那个方程組和那些单值性条件，可作为个别判断的数学公式的一个实例. 但是該实例中所述那方程組，是描写实际可压縮流体运动过程（特殊物体的机械运动过程）的方程組的个别情况. 因此，后一方程組是特殊判断的数学公式. 实际可压縮流体的运动方程又是表示古典力学第二定律（任何物体机械运动的定律）方程的特定情况. 因此，力学第二定律的方程，是普遍判断的数学公式.

一个完整方程組和一些单值性条件，表征着个别現象；确定特殊現象集的完整方程組，表征种現象；确定自然界普遍規律的完整方程組，表征类現象.

描写技术設备中的各种过程的方程，都可賦予相对形式. 为了达到这个目的，必須借助某种选择好的測量单位，来測量該方程組中的各个量. 測量所給具体量的結果，便获得数——这个量与另一个在质上相同的、选作測量单位的量之比. 在已給的方程組中，将乘上相应測量单位的量的数值替代其中的量；然后，将作为方程中所取那項的組成部分而出現的測量单位的綜合量，遍除方程中的所有項，我們就得到相对型方程：它对已給的个别現象来說是正确的；然而对个别現象正确的相对型方程，对其他許多現象同样是

正确的．这种情况表明，任何质上相同的量，都可作为所給具体量的測量单位．

恩格斯在論証单位的多样性时写道：“測量长度、面积和体积时，早就明白我們可以采用任何适当的数量来作为单位，而在測量时間、重量和运动等等时也是如此”[2][1]．可以任意选择測量单位的原因是，无限多个已知具体量与个别数値相符合．因为当測量单位改变时，被个别数値所測量出来的那个量也会发生变化；同时，已知的那个具体量可用无限多个数値来測量，因为当測量单位改变时，測量該具体量的数値，将会同样发生变化．上述情况表明，个别和一般的同一性，一和多的相互关系．根据这个道理，恩格斯說：“一和多是不能分离的相互滲透的两个概念，而多包含于一中正如一包含于多中一样”[2][2]．列宁用下述語言表达了这个思想：“一般只能在个别中存在，只能通过个别而存在，任何个别(不論怎样)都是一般”[1][3]．因此，以上所列举的現象的分类，具有某种多的意义．

写成相对形式的一个完整方程組和一些单値性条件，是个别判断的数学公式．它們确定个别現象，并确定我們須称之为相似現象羣的現象集．

一个写成相对形式并表征特殊現象集的完整方程組，是特殊判断的数学公式．該方程組确定种現象，并确定我們須称之为相似現象族的現象集．对于类現象，写成相对形式、并表征自然普遍規律的完整方程組，是普遍判断的数学公式．因此，这种方程組确定我們可称之为相似現象总合的現象集．

同一类現象之中的相似，我們須称之为同类相似．

但是，相似不仅可以存在于同类現象之中，也可以存在于不同类現象之間．比如：相似可以存在于流体現象和电現象之間，热現象和电現象之間，如此等等．

---

1) 恩格斯：“自然辯証法”，人民出版社，1957 年，第 219 頁——譯者註．

2) 恩格斯：“自然辯証法”，人民出版社，1957 年，第 219 頁——譯者註．

3) 列宁：“哲学笔記”，人民出版社，1956 年，第 323 頁——譯者註．

因此，上面所給出的現象的分类，还有更为广泛的意义.

写成相对形式的一組完整方程和单值性条件，确定一羣同类的相似現象，并确定一集不同类的相似現象羣.

写成相对形式的一組完整方程，确定一族相似現象，并确定一集不同类的相似現象族.

对于所給的一类現象，写成相对形式的完整方程組，对于一集不同类的現象，也同样是正确的.

注意：各类現象之間的相似，可称为异类相似；这种相似，也可以称为类似.

相似理論就是研究自然界和工程上所观察到的各种相似現象.

我們且簡略地敍述一下这門科学的发展史.

1638 年，伽利略(Galileo)在他的文集"論两門新的科学"[3]中提到，当威尼斯人建造一艘比一般船的尺寸較大的帆桨大船时，其支柱按几何相似的法則来計算，就显得不坚固. 伽利略指出：这就是一門新科学的萌芽时期.

1686 年，牛頓提出了关于机械运动相似概念的科学表述[4]. 他在名著"自然哲学的数学原理"中，考察了两个固体的运动，并确定了該运动的相似法則. 牛頓死后，相似的观念在很长一段时期內处于停滞状态.

1822 年，約瑟夫·傅立叶 (J. B. Fourier)在"导热分析理論"这一著作中就已經注意到，确定物理現象的方程的各項，必須具有同样的因次. 数学物理方程的这种属性，現在叫做因次的齐性. 1848 年，法国科学院院士别尔特朗(Bertrand)在报告中[5]，利用相似变换的方法，建立了机械运动相似的最普遍的性质，并指出了机械运动的相似定数的存在. 别尔特朗的报告发表后，曾出版了許多运用相似理論于各种力学現象的著作. 如：柯西 (Cauchy) 从弹性物体的运动方程导出了几何相似物体中的声学現象的規律；亥姆霍兹(Helmholtz)得到了流体动力学現象的相似条件；費里普斯 (Филипс) 导出了重物在桥上移动时桥樑振动的規律.

1874 年，B. Л. 基尔比切夫(Кирпичев)在俄国发表了一篇論文[6]，他研究了几何相似物体的弹性現象. 1878 年，别尔特朗又发表了第二部著作[7]，在这部著作中談到，物理方程的因次的齐性，使得在物理量的关系方程未知的情况下，有可能获得物理量之間的数学公式. 别尔特朗曾經指出：这

些量之間的数学关系，必須是上述量所組成的无因次綜合量之間的关系．当确定用空气冷却球的过程的各物理量，組合成无因次的綜合量时，別尔特朗就得到了不仅对一个具体現象、而且对整个現象羣都是正确的关系．根据别尔特朗的著作，Л. Л. 基尔比切夫（Кирпичев）发表了两篇关于相似法則和齐性法則的文章[8,9]．

別尔特朗的这一著作发表之后，关于自然現象相似的科学，开始朝两个方向发展：一个方向，基于用数学来描述所研究的現象；另一个方向，却基于对描述所研究現象的量的因次分析．前者叫做方程分析；后者叫做因次分析．头一个方向曾經由苏联优先作了深入研究；后一个方向曾經由国外优先作了深入研究．

目前，方程分析以相似正定理和相似逆定理以及方程分析 π 定理作为基础．相似正定理的确立，是和 T. A. 爱林費斯特-阿法那賽夫（Ehrenfest-Afanassjewa）的著作分不开的[10]．

弹性現象的相似逆定理，是由 B. Л. 基尔比切夫（Кирпичев）提出和証明了的[6]．相似逆定理与 M. B. 基尔比切夫和其他学者的許多著作有关．

方程分析 π 定理，在苏联学者的許多著作中有所研究，其中包括本书著者的著作[11]．

因次分析 π 定理，是因次分析的基本定理．早在 1911 年，A. 費捷尔曼（Федерман）就証明了一个定理，因次分析 π 定理作为这个定理的推論被导出来了．稍后，1914 年，因次分析 π 定理在某些特定的条件下由波根干（Buckingham）所証明．因次分析 π 定理更为一般的說法，是由 T. A. 爱林弗斯特-阿法那賽夫提出的[16]．H. Г. 捷波塔烈夫（Чеботарев）也針对这个定理发表过論文[17]．

M. B. 基尔比切夫在其最近的一部著作中，明确地論証了相似定理，并用最新的观点对因次分析的原理进行了批判性的研究[18]．本书著者根据相对量的概念对相似理論作了闡述[19]．

相似理論开拓出关于現象类似的問題，其中有关于电模化的問題．关于电模化，已有一部巨著来論述[20]．

相似理論的科学价值是巨大的．

相似理論在技术科学中的应用，可以指出以下这些方面：

1. 相似理論用来分析求解流体力学、热动力学等各种問題．这一应用，实质上同方程分析 π 定理相联系．

2. 相似理論用来处理各种技术設备的实驗結果. 这种結果，近来越来越多地整理成为定数关系式. 相似理論的这一应用，同样与方程分析 π 定理相联系.

3. 相似理論能使現象模化，即制造与实物設备中的現象相似的模型現象.

現象的模化，可以是同类的和异类的.

如果实物設备中的現象和模型中的現象属于同一类，那么，模化就是同类的. 借助于风洞中被鼓风的飞机模型来研究飞机的空气动力性能，可作为同类模化的一个实例.

如果实物設备中的現象和模型中的現象属于不同类的，那么，模化就是异类的. 借助于制造电模型的相应的方法，来研究均質物体的定常温度場，可作为异类模化的一个实例.

异类模化的观念，可用来制造水力积分仪和电力积分仪.

相似理論应用于現象模化，同相似正定理和相似逆定理是分不开的.

第　一　章

連續介質的非定态方程和单值性条件

1. 質量和能量守恒方程

設一由大量不規則运动的足够小的質点所組成的連續介質，充滿一足够大的空間.

該介質質点的不規則运动，或是各質点的相互作用所引起的；或是这一介質質点同靜止地分布于空間的另一介質質点的相互作用所引起的.

今考慮一圍成区域 V_0 的封閉刚壁 S_0. 設 S_0 上有許多孔，我們把它放在这充滿介質的空間內.

由于介質質点的不規則运动，无論在区域 V_0 中的介質和外部介質之間，或在区域 V_0 內的各个介質質点之間，都可能发生質量交換和能量交換.

在一般情况下，区域 V_0 中的連續介質是处于非定常状态，即在时間上非稳定(非定常)运动的状态．介質的这种状态，是用介質的密度 Q、介質源的体积強度 m_0 或質量強度 m_M 和介質运动速度向量 $\overrightarrow{w_M}$ 来表征的．上述这些量，乃是空間坐标 x_1、x_2、x_3 和时間 τ 的連續函数.

若在空間区域 V_0 的体元 dV_0 中，所含介質的質量为 dM，則密度 ρ 的大小就取决于表达式：

$$\rho = \frac{dM}{dV_0}.$$

若以 dM_0 表示单位时間內在空間区域 V_0 的体元 dV_0 中所流出来的介質質量，則介質源的体积強度可以写成等式

$$m_0 = \frac{dM_0}{dV_0}.$$

对于介质源的质量強度，表达式

$$m_M = \frac{dM_0}{\rho dV_0}$$

是正确的.

介质源的体积強度和质量強度，可用明显的等式

$$m_0 = \rho m_M$$

联系起来.

源的強度，可正可負. 如果源的強度是負的，那么，空間区域已給点上的介質是被吸入的，这时的源称之为汇.

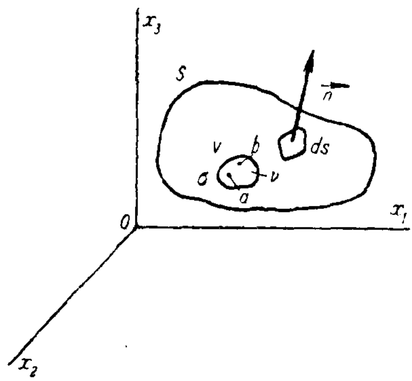

图 1　連續性方程的推导

在区域 V 中运动着的介質内，取由封閉表面 S 围成的不动空間区域 V_0. 設 $\vec{n}$ 是表面 S 的外法綫的单位向量(图 1).

在单位时間内，区域 V 中所蓄积的介質的数量为:

$$\int_S \rho w_{Mn} dS.$$

在同样的时間間隔内，由于源的作用使区域 V 中的介質含量的变化为:

$$\int_V m_0 dV.$$

在单位时間内，区域 V 中的介質的增量等于:

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial \tau} dV.$$

根据質量守恆定律可以写出:

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial \tau} dV + \int_S \rho w_{Mn} dS + \int_V m_0 dV = 0.$$

該方程左边的第二項，借助于 M. B. 奥斯特洛格拉德斯基(Остроградский)定理，变换成：

$$\int_S \rho w_{Mn} dS = \int_V \operatorname{div}(\rho \vec{w}_M) dV.$$

因此

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial \tau} dV + \int_V \operatorname{div}(\rho \vec{w}_M) dV = -\int_V m_0 dV. \tag{1}$$

所得这个方程对于任意大小的空間区域都正确. 在区域 V 中，取点 a 并用无限小的封閉表面 σ 把它围起来，該表面在区域 V 中切开了无限小的体积 v. 对于該体积，方程(1)同样正确：

$$\int_v \frac{\partial \rho}{\partial \tau} dv + \int_v \operatorname{div}(\rho \vec{w}_M) dv = -\int_v m_0 dv.$$

将中值定理应用于該方程，则得：

$$\overline{\frac{\partial \rho}{\partial \tau}} v + \overline{\operatorname{div}(\rho \vec{w}_M)} = -\bar{m}_0 v. \tag{2}$$

这里，符号 $\overline{\frac{\partial \rho}{\partial \tau}}$, $\overline{\operatorname{div}(\rho \vec{w})}$ 和 $\bar{m}_0$ 表示体积 v 中某点的 $\frac{\partial \rho}{\partial \tau}$, $\operatorname{div}(\rho \vec{w})$ 和 m_0 之值. 方程(2)的两边除以 v，表面 σ 縮成点 a，因此，使点 b 趋近点 a，则得方程：

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \operatorname{div}(\rho \vec{w}_M) = -m_0. \tag{3}$$

向量 $\rho \vec{w}_M$ 称之为质量轉移向量 $\vec{q}_M$.

用了这个符号，就可以写出：

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \operatorname{div} \vec{q}_M = -m_0. \tag{4}$$

方程(3)称为介质的連續性方程，或介质的质量守恒方程. 該方程对区域 V_0 中的任意点都正确.

回忆一下向量等式[21]：

$$\operatorname{div}(\rho \vec{w}_M) = \rho \operatorname{div} \vec{w}_M + (\vec{w}_M \operatorname{grad} \rho);$$

$$\frac{d\rho}{d\tau} = \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + (\vec{w}_M, \operatorname{grad} \rho),$$

可以把方程(3)写成如下形式:

$$\frac{d\rho}{d\tau}+\rho\operatorname{div}\vec{w}_M=-m_0. \tag{5}$$

如果介質源的体积強度 m_0 等于零，那么，方程(3)具有形式:

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau}+\operatorname{div}(\rho\vec{w}_M)=0. \tag{6}$$

向量方程(3)和(6)等价于坐标系 x_1、x_2、x_3 的标量方程:

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau}+\frac{\partial(\rho w_{Mi})}{\partial x_i}=-m_0(i=1,2,3); \tag{7}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau}+\frac{\partial(\rho w_{Mi})}{\partial x_i}=0\quad(i=1,2,3). \tag{8}$$

記住,无論是在方程式(7)和(8)中,或在往后带角碼 i 的方程式中,都必須求和.

向量方程(3)和(6)或与之等价的方程(7)和(8)，都是根据質量守恆定律导出来的. 这些方程，是关于物質不能創造性和不能毀灭性的自然科学基本原理的数学公式.

运动着的連續介質总是带有能量. 这样的介質具有一定的能量的属性. 能量的属性是用若干相应的量来表征的. 这一集量決定了介質的能量状态.

在区域 V_0 中运动着的介質,其非定常的能量状态,是用能量密度 ε、单位能量 u、能源体积強度 e_0 或質量強度 e_M、能量轉移向量或 H. A. 烏莫夫(Умов)向量 $\vec{q}$, 来表征的. 上述这些量,乃是空間坐标和时間的連續函数.

能量密度 ε 取决于等式:

$$\varepsilon=\frac{dE}{dV_0}.$$

在該等式中,以 dE 表示区域 V_0 中体元 dV_0 所含的能量.

对于单位能量,引用定义:

$$u=\frac{dE}{\rho dV_0}.$$