

高等学校教材

半导体光电子学

张雨印 编



上海科学技术出版社

内 容 简 介

本书较全面地阐述了半导体中光现象的物理过程和半导体光电子器件的基本原理。内容包括光在固体中的传输理论、半导体中与光跃迁过程有关的一些重要量子状态、半导体的光吸收、光电效应、半导体辐射的发射,并介绍了半导体光电探测器、太阳电池、发光二极管和半导体激光器等光电子器件的基本原理。

本书为高等学校工科电子类半导体物理与器件专业选修课教材,亦可供从事半导体方面工作的有关人员阅读参考。

高等学校教材

半导体光电子学

张雨印 编

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路 450 号)

新华书店上海发行所发行 商务印书馆上海印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 13 字数 304,000

1987年7月第1版 1987年7月第1次印刷

印数 1—1,100

统一书号: 15119.2558 定价: 2.15 元

出 版 说 明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定,我部承担了全国高等学校工科电子类专业课教材的编审、出版的组织工作。从一九七七年底到一九八二年初,由于各有关院校,特别是参与编审工作的广大教师的努力和有关出版社的紧密配合,共编审出版了教材 159 种。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应社会主义现代化建设培养人才的需要,反映国内外电子科学技术水平,达到“打好基础、精选内容、逐步更新、利于教学”的要求,在总结第一轮教材编审出版工作经验的基础上,电子工业部于一九八二年先后成立了高等学校《无线电技术与信息系统》、《电磁场与微波技术》、《电子材料与固体器件》、《电子物理与器件》、《电子机械》、《计算机与自动控制》、中等专业学校《电子类专业》、《电子机械类专业》共八个教材编审委员会,作为教材工作方面的一个经常性的业务指导机构。并制定了一九八二~一九八五年教材编审出版规划,列入规划的教材、教学参考书、实验指导书等共 217 种选题。在努力提高教材质量,适当增加教材品种的思想指导下,这一批教材的编审工作由编审委员会直接组织进行。

这一批教材的书稿,主要是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中评选择优和从第一轮较好的教材中修编产生出来的。广大编审者,各编审委员会和有关出版社都为保证和提高教材质量作出了努力。

这一批教材,分别由电子工业出版社、国防工业出版社、上海科学技术出版社、西北电讯工程学院出版社、湖南科学技术出版社、江苏科学技术出版社、黑龙江科学技术出版社和天津科学技术出版社承担出版工作。

限于水平和经验,这一批教材的编审出版工作肯定还会有许多缺点和不足之处,希望使用教材的单位、广大教师和同学积极提出批评建议,共同为提高工科电子类专业教材的质量而努力。

电子工业部教材办公室

前 言

本教材系由《电子材料与固体器件》教材编审委员会《半导体物理与器件》编审小组评选审定,并推荐出版。

《半导体光电子学》是近三十年来迅速发展起来的一门应用科学,主要研究半导体中光现象的物理本质和光电子器件的基本原理两方面内容。

半导体的光现象有两个方面。当光通过半导体时,由于光与半导体中的电子、激子、声子、杂质和缺陷等的相互作用会产生光的吸收。而当半导体吸收外界的能量后,半导体中部分能量会以光辐射的形式发射出来。在这些现象的基础上发展了两类半导体光电子器件,即通过光吸收和光电效应将光能转换成电能的光电器件(光电探测器和太阳电池),以及通过受激半导体辐射的发射将电能转变成光辐射的电致发光器件(半导体激光器和发光二极管)。本书着重介绍半导体光现象的物理过程,在光电子器件方面侧重于对光纤通信系统中的光源器件和探测器件的分析。

本课程的教学时数为 50 学时,学时数大致可作如下分配:光在固体中的传输理论、半导体中与光跃迁过程有关的一些量子状态, 12 学时;半导体的光吸收、光电效应、半导体光电探测器和太阳电池, 24 学时;半导体辐射的发射、发光二极管和半导体激光器, 14 学时。

本书由西安交通大学朱秉升副教授主审,并经西北电讯工程学院周南生副教授审阅。

朱秉升副教授对本书书稿提出了许多宝贵意见;另外本书在编写过程中一直得到成都电讯工程学院唐茂成教授的关心和支持,编者在此一并表示衷心的感谢。

以激光为核心的光电子技术在当前新技术革命中扮演着重要的角色,而半导体光电子器件在光电子工业中占据着举足轻重的地位。《半导体光电子学》是为适应这一发展趋势而开设的一门新课。由于时间仓促,加之作者水平有限,书中错误、缺点和编排不当之处在所难免,殷切希望读者批评指正。

编 者

主要参数符号表

A 电磁场矢量势	ϵ 电场强度
A 面积	F 洛仑兹力
A^* 有效里查逊常数	F 光通量
a 玻尔半径	FF 填充因子
a^* 等效玻尔半径	$F(M)$ 过剩噪声因子
a_0 晶格常数	f_c 截止频率
	$f(E)$ 费米分布函数
B 磁感应强度	$f(N_p)$ 电子与声子相互作用的几率
B_r 辐射复合系数	
B_{12} 跃迁几率	G 电导; 载流子净产生率
B_{21} 受激辐射跃迁几率	g 激光增益系数
b 电子与空穴迁移率之比	g_{ee} 电子-电子碰撞的俄歇产生几率
	g_{hh} 空穴-空穴碰撞的俄歇产生几率
C_T 势垒电容	
e 真空中光速	H 磁场强度
	h 普朗克常数
D 电位移矢量	\hbar $h/2\pi$
D 双极扩散系数	
D_n 电子扩散系数	I 电流强度; 光强度
D_p 空穴扩散系数	I_B 背景辐射电流
D^* 探测灵敏度	I_D 暗电流
	I_L 太阳能电池中的光生电流
E 电场强度	I_P 光电探测器中的光生电流
E 电场强度; 电子能量	I_{sc} 短路电流
E_A 受主能级	I_{th} 阈值电流
E_C 导带底能量	I_0 反向饱和电流; 入射光强
E_D 施主能级	i_p 信号光电流
E_F 费米能级	i_G 热噪声电流
E_F^e 电子准费米能级	i_{GR} 产生-复合噪声电流
E_F^h 空穴准费米能级	i_s 散粒噪声电流
E_g 禁带宽度	
E_i 杂质电离能	J 电流密度; 库仑积分
E_p 声子能量	J_{diff} 扩散电流密度
E_c 复合中心能量	J_{dr} 漂移电流密度
E_v 价带顶能量	J_n 电子电流密度
E_0 真空电子静止能量; 光学禁带宽度; E 的振幅	J_p 空穴电流密度
e 电子电量	J_L 光电流密度
e_n^e 电子热发射率	J_{nom} 名义电流密度
e_p^h 空穴热发射率	J_{th} 阈值电流密度
e^0 光致发射率	J_{tot} 总电流密度

$j \sqrt{-1}$ k 激子质心的波矢量 $K(\lambda)$ 视觉灵敏度 λ 电子波矢量 k 电子波数; 消光系数; 玻耳兹曼常数 L 双极扩散长度 L_n 电子扩散长度 L_p 空穴扩散长度 L_s 屏蔽长度 l_{ph} 光子平均自由程 M 光电导增益; 雪崩增益; 动量矩阵元 M_{bb} 带间跃迁动量矩阵元 M_{ib} 杂质能级和能带间跃迁动量矩阵元 $M(\omega)$ 高频雪崩增益 M_0 低频雪崩增益 m 自由电子质量 m_n^* 电子有效质量 m_p^* 空穴有效质量 m_r 折合质量 N_A 受主浓度 N_D 施主浓度 $N(E)$ 状态密度 N_i 杂质浓度 N_c 复合中心浓度 \tilde{N} 复数折射率 n 电子浓度 \bar{n} 折射率 n_1 E_F 与 E_i 重合时导带平衡电子浓度 n_i 本征载流子浓度 P 极化率 P 发光二极管总辐射功率 P_e 电功率 P_{out} 发光二极管的出射功率 P_{in} 发光二极管的内部发光功率; 入射到太阳能电池表面的光功率 P_{max} 太阳能电池的最大输出功率 P_{opt} 平均光功率 $P(\omega)$ 调制光功率 p 动量 p 空穴浓度 p_1 E_F 与 E_i 重合时价带平衡空穴浓度 q 声子波矢量 R 电阻; 反射率; 复合率; 阻尼系数; 响应度 R_i 晶格平移矢量 R_r 辐射复合率 R_r^0 热平衡时的辐射复合率 R_{nr} 非辐射复合率 r 复合几率; 俘获系数 r_{ee} 电子-电子碰撞俄歇复合几率 r_{hh} 空穴-空穴碰撞俄歇复合几率 s 表面复合速度; 光电导灵敏度 T 坡印廷矢量 T 透射率; 温度; 周期 t 时间 t_d 渡越时间; 开启延迟时间 V 电压; 电势; 体积 V_B 雪崩击穿电压 V_D pn 结内建电势 V_{GS} MOS 栅压 V_{oc} 开路电压; 光子曳引电压 V_T 开启电压 $V(\lambda)$ 视见函数 v 相速度; 光在导电媒质中的传播速度 v_d 平均漂移速度 v_g 群速度 v_s 饱和漂移速度 W 功函数; 厚度 W_M 金属功函数 W_s 半导体功函数 W_{absor} 吸收速率 W_{stim} 受激辐射速率 x_j 结深 α 吸收系数; 电离率; 损耗系数 α_i 激光器的内部损耗 α_n 电子电离率 α_p 空穴电离率

β 量子产额	μ_p 空穴迁移率
δ_0 初相角	μ_0 真空磁导率
ϵ 介电常数	μ_r 相对磁导率
$\bar{\epsilon}$ 复介电常数	ν 频率; 色散率
ϵ_r 相对介电常数	ρ 电阻率; 空间电荷密度
ϵ_0 真空介电常数	$\rho(\gamma)$ 光子密度分布
η 量子效率; 功率转换效率	σ 电导率; 俘获截面
η_p 功率效率	σ_n 电子俘获截面
η_L 流明效率	σ_p 空穴俘获截面
η'_L 流明当量	σ^0 光致电离截面
η_0 出光效率	τ 寿命; 平均自由时间
η_{in} 内量子效率	τ_n 电子寿命
η_{out} 外量子效率	τ_p 空穴寿命
θ 角度; 霍耳角	τ_r 辐射复合寿命
θ_B 布儒斯特角	τ_{nr} 非辐射复合寿命
θ_c 全反射临界角	ϕ 势垒高度; 波函数
θ_n 电子霍耳角	χ 电子亲和能
θ_p 空穴霍耳角	ψ 波函数; 振幅比畸变角
λ 波长	ω 角频率
λ_c 截止波长	ω_c 截止角频率
λ_0 真空中光波的波长	ω_{ce} 电子回旋角频率
μ 迁移率; 磁导率; 电子有效质量和空穴有效质量之比	ω_{ch} 空穴回旋角频率
μ_n 电子迁移率	ω_q 声子角频率

目 录

出版说明

前 言

主要参数符号表

第 1 章 光在固体中的传输理论	1
§ 1-1 电磁波	1
§ 1-2 光波在电介质中的传播	3
§ 1-3 光波在导电媒质中的传播	9
§ 1-4 光在界面处的反射和折射	12
§ 1-5 介质中的色散理论	20
习题	25
参考资料	26
第 2 章 半导体中与光跃迁过程有关的一些量子状态	27
§ 2-1 浅能级杂质	27
§ 2-2 重掺杂半导体的性质	31
§ 2-3 深能级、等电子中心和施主-受主对	35
§ 2-4 激子态	38
习题	40
参考资料	41
第 3 章 半导体的光吸收	42
§ 3-1 吸收光谱	42
§ 3-2 跃迁几率	44
§ 3-3 基本吸收	47
§ 3-4 其他吸收	54
§ 3-5 朗道能级和磁光效应	60
习题	65
参考资料	66
第 4 章 半导体的光电效应	67
§ 4-1 均匀激励下的光电导	67
§ 4-2 复合和陷阱对光电导的影响	71
§ 4-3 本征光电导的光谱分布和杂质光电导	76
§ 4-4 pn 结和阻挡层的光生伏特效应	81
§ 4-5 体光生伏特效应	88
§ 4-6 光压效应(光子曳引光电效应)	92
习题	93
参考资料	93
第 5 章 半导体光电探测器和太阳能电池	94
§ 5-1 半导体异质结	94

§ 5-2 光导型探测器 (PC)	99
§ 5-3 耗尽层光电二极管 (PD)	104
§ 5-4 雪崩光电二极管 (APD)	111
§ 5-5 光电晶体管	121
§ 5-6 太阳电池	124
习题	134
参考资料	135
第 6 章 半导体辐射的发射	136
§ 6-1 带间辐射复合	136
§ 6-2 局域态的辐射复合	143
§ 6-3 非辐射复合过程	149
习题	154
参考资料	155
第 7 章 发光二极管 (LED) 和半导体激光器 (LD)	156
§ 7-1 可见发光二极管	156
§ 7-2 红外发光二极管	163
§ 7-3 半导体激光的基本跃迁过程	166
§ 7-4 增益系数和阈值电流密度	169
§ 7-5 半导体激光器材料	175
§ 7-6 半导体激光器的模式	178
§ 7-7 半导体激光器的开启延迟和调制频率	189
习题	192
参考资料	192
附录	194
附录 1 物理常数表	194
附录 2 典型半导体的物理常数	194
附录 3 用不同材料制作的异质结激光器激射波长的范围	195

第 1 章

光在固体中的传输理论

人们对于光的本性的认识, 经历了一个相当长的发展过程, 最终才认识到, 光具有微粒和波动二重性。光在传播过程中表现出波动性, 是电磁波; 当光和物质相互作用时, 表现出粒子性, 这时光可看成是粒子(即光子)。波粒二象性比较全面地概括了光现象的本质。

本章介绍光在固体中传输过程的一般规律, 因此所涉及的主要是光的电磁理论这一方面。主要内容有: 电磁波、光在电介质和导电媒质中的传播、界面处的反射和折射、介质中的色散理论。

§1-1 电 磁 波

1. 电磁波谱 十九世纪七十年代, 麦克斯韦发展了电磁理论, 从而导致了电磁波地发现。电磁波在不同介质的分界面上发生反射和折射现象, 在传播过程中出现干涉、衍射和偏振等现象。而光波的传播也具有完全相似的现象, 它们之间有什么联系呢? 按照麦克斯韦理论, 电磁波在真空中的传播速度 $c=1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$, c 只和真空介电常数 ϵ_0 和磁导率 μ_0 有关, 是一个普适常数。这个常数 c 与已测得的光速相等。于是麦克斯韦得出结论: 光是某一波段的电磁波, c 就是光在真空中的传播速度。

电磁波从长波到短波按波长的排列就是电磁波谱(图 1-1)。整个波谱可分成三个主要部分: (1) 高频端, 主要包括 X 射线、 γ 射线和宇宙射线; (2) 长波端, 包括无线电波和微波; (3) 中间波段, 包括红外线、可见光和紫外线。电磁波谱的光辐射的区域, 称为广义的光谱。光谱的波长大约从 $1000\ \mu\text{m}$ (远红外限)到 $0.01\ \mu\text{m}$ (远紫外限), 其中能为人眼所感受的波长 λ 约在 $390\sim 780\ \text{nm}$ 的狭窄范围内, 对应的频率范围是 $7.7\times 10^{14}\sim 4.1\times 10^{14}\ \text{Hz}$ 。在可见光的范围内, 不同的波长引起不同的颜色感觉。图 1-1 中给出了各单色光的波长和颜色的对应关系。此外, 红外区和紫外区又往往依照波长划分为近、中、远红外以及近、中、远紫外等部分, 如图 1-1 所示。

2. 麦克斯韦方程 光是电磁波, 它具有电磁波的通性。因此, 光波的一些基本性质都可以从电磁场的基本方程组导出来。

真空中的电磁场由电场强度 \mathbf{E} 和磁感应强度 \mathbf{B} 两矢量描述。而为描述场对物质的作用, 例如光波在媒质中传播的情况, 则需再引进电位移矢量 \mathbf{D} 和磁场强度 \mathbf{H} 以及电流密度 \mathbf{J} 三个矢量。在场中每一点这五个矢量随时间和空间的变化关系则由下述麦克斯韦方程组给出

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1-1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1-2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1-3)$$

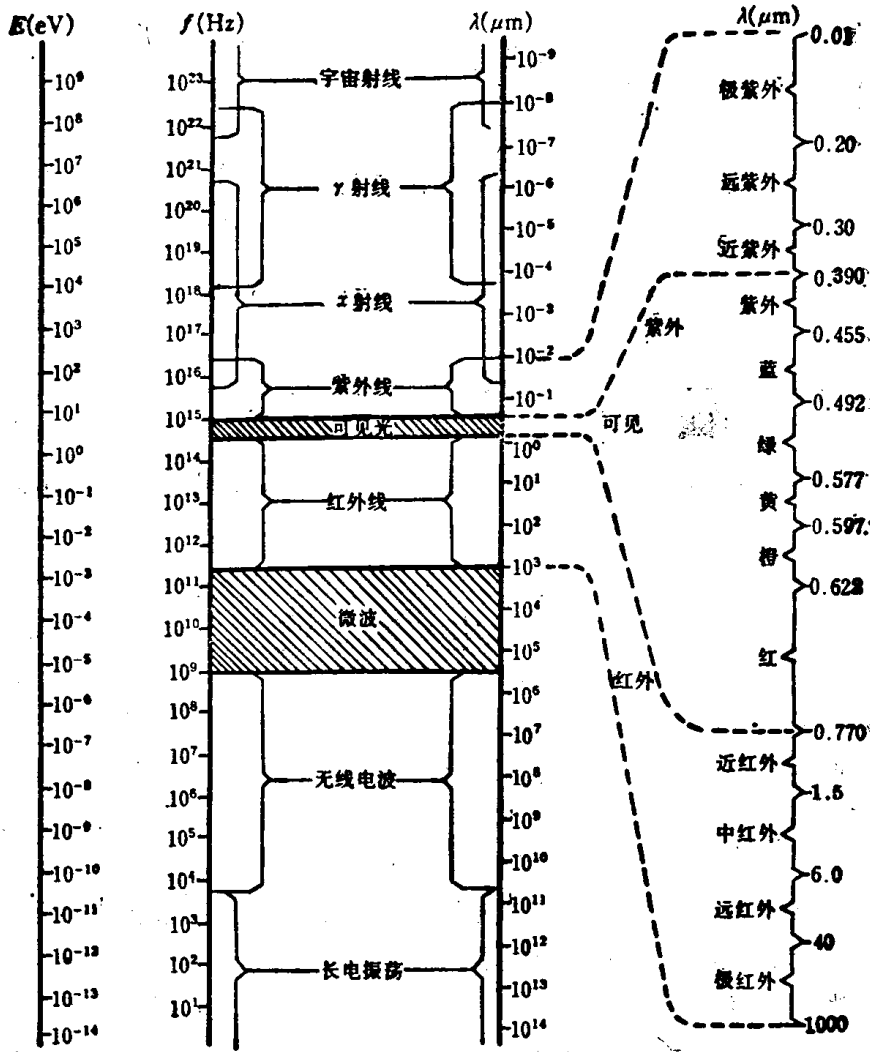


图 1-1 电磁波谱^[1]

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \tag{1-4}$$

式中 ρ 为场中自由电荷密度, ∇ 为哈密顿算符,

$$\nabla = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

式(1-1)说明: 传导电流或随时间变化的电场要产生磁场; 或者说: 磁场的源是 \mathbf{J} 和 $\partial \mathbf{D} / \partial t$ 。
 式(1-2)说明: 随时间变化的磁场在周围空间要产生电场。式(1-3)则说明: 空间无磁荷存在, 即磁通量是连续的, 磁力线是无头无尾的。式(1-4)则是高斯定律的微分形式。

为了能从上述四个微分方程中求出 \mathbf{E} 、 \mathbf{D} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{H} 等几个基本矢量, 尚需补充以下几个方程:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \tag{1-5}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \tag{1-6}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \tag{1-7}$$

式中 σ 是媒质的电导率; $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$, 是媒质的介电常数, 其中 ε_r 是相对介电常数; $\mu = \mu_0 \mu_r$, 是媒质的磁导率, 其中 μ_r 是媒质的相对磁导率。

式(1-5)是欧姆定律的微分形式。若媒质的 $\sigma \neq 0$, 则此媒质具有导电性, 这之中包括:

金属、电解液、半导体等导电材料。电磁波在这种媒质中传播时要衰减,因此电磁波的一部分能量会转化成焦耳热而被消耗。对于透明媒质,如水、玻璃、石英晶体等,在理想情况下对光没有吸收(因为是透明媒质),因而它必定是绝缘体(电介质),即 $\sigma=0$ 。因此讨论光在这类媒质中的传播时,就不必考虑式(1-5),矢量 \mathbf{J} 也就处处为零。

式(1-6)和(1-7)两式说明 \mathbf{E} 和 \mathbf{D} , \mathbf{B} 和 \mathbf{H} 是相互联系的,它们之间的联系完全由媒质的 ϵ_r 和 μ_r 决定。对于光学中讨论的大多数材料, μ_r 实际上都等于1,因此均有 $\mu=\mu_0$ 的关系。

由于上述三个关系式反映了在电磁场作用下媒质的特性,因此称为物质方程。应该注意,这三个关系式只对各向同性的媒质成立。对于各向异性的媒质,电学参量 σ 、 ϵ 和 μ 不能写成简单的标量形式。

将式(1-5)~(1-7)代入式(1-1)~(1-4),并考虑到在均匀导体内部不可能积累电荷($\rho=0$),得到光在各向同性的均匀媒质内传播时遵循的麦克斯韦方程:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1-8)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1-9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (1-10)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (1-11)$$

若能求出场在空间每一点 \mathbf{E} 、 \mathbf{H} 随时间的变化关系,则光波的性质也就可以知道了。

麦克斯韦方程组只给出了 \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 之间的相互关系。为了求出电磁场在空间的传播规律,则应进一步求出每一个量随时间和空间的变化规律,也就是要从麦克斯韦联立方程组中求解出 \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 来。

从式(1-8)、(1-9)得

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{H}) = -\mu_0 \left(\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \right)$$

而

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$$

再利用式(1-11),上式简化为

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\nabla^2 \mathbf{E}$$

所以

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \sigma \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0 \quad (1-12)$$

同样,若从方程组(1-8)~(1-11)中消去 \mathbf{E} ,即得

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} - \sigma \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = 0 \quad (1-13)$$

上二式就是光波在均匀、各向同性的导电媒质中传播的波动方程。对于绝缘介质, $\sigma=0$,上二式化为普通的波动方程

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1-14)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (1-15)$$

式(1-14)和(1-15)具有弹性波方程的形式,说明电磁场是以波动的形式在空间传播,而光在

绝缘介质中传播的速度 v 为真空中的 $1/\sqrt{\epsilon_r}$ 倍, 即

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (1-16)$$

在光学中, 折射率定义为真空中的光速与介质中光速之比。对于绝缘介质, 有

$$\bar{n} = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon_r} \quad (1-17)$$

这个公式把光学和电磁学这两个不同领域中的物理量联系起来。

光波不论在什么介质中传播, 其周期 T 或频率 ν 总是不变的。设波长在真空中的值为 λ_0 , 它在介质中的值减小到

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{\bar{n}\nu} = \frac{\lambda_0}{\bar{n}} \quad (1-18)$$

当 ϵ_r 依赖于频率 ν 时, 波速 v 或折射率 \bar{n} 亦将依赖于 ν , 因此同一频率的光在不同媒质中将有不同的波长, 这就是所谓的色散现象。

§ 1-2 光波在电介质中的传播

1. 标量波 上面我们得出了在均匀、各向同性的介电媒质中光波的场矢量 \mathbf{E} 、 \mathbf{H} 所满足的波动方程: 式(1-14)和(1-15)。因此场矢量的每个直角分量 $f(\mathbf{r}, t)$ (称为标量波) 都应满足齐次波动方程

$$\nabla^2 f - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \quad (1-19)$$

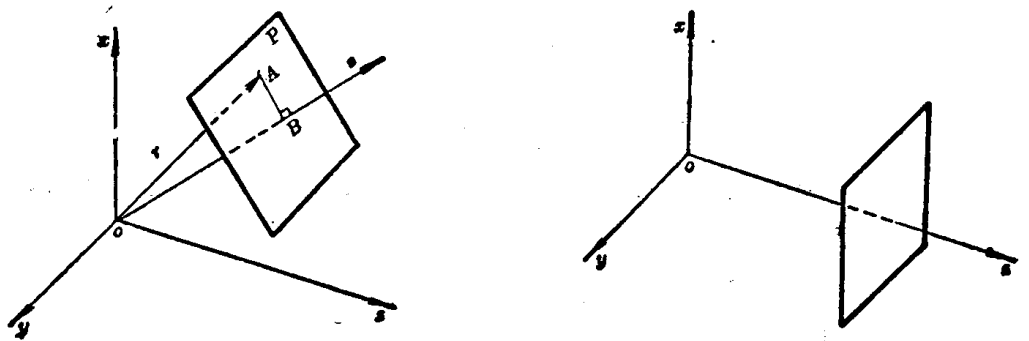
平面波则是在这种媒质中波动方程的最简单的解。

平面波是指波面(任一时刻振动状态相同的各点所组成的面)为一平面的波。如图 1-2(a)所示, 若 P 为 t 时刻的波面, 则 P 上任一点 A 的振动状态与 B 的振动状态相同。图中 OB 与平面 P 垂直, 是波传播的方向。这时, 凡可以用

$$f = f(\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}, t) \quad (1-20)$$

这一类函数表示的(1-19)式的解都代表一个平面波, 因为它符合平面波的定义: 在各个时刻, 在与单位矢量 \mathbf{s} 垂直的各个的平面上, f 是一常数。

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{s} = \text{常数}$$



(a) 波矢在任意方向

(b) 波矢在坐标轴方向

图 1-2 平面波的图示

式中 \mathbf{r} 是平面上任一点 A 的位置矢量, \mathbf{s} 是沿波传播方向的单位矢量。

如选取波的传播方向 \mathbf{s} 沿直角坐标系的 z 方向[图 1-2(b)], 于是

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{s} = z$$

而式(1-19)则变成:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \quad (1-21)$$

可以证明, 波动方程(1-21)的一般解^[9]

$$f = f_1(z - vt) + f_2(z + vt) \quad (1-22)$$

f_1 和 f_2 是任意函数。式(1-22)的物理意义如下: 先设 $f_2 = 0$, 则 $f = f_1(z - vt)$ 。显然, 在每一个 z 等于常数的平面内, 场都在随时间而变化; 而在某一时刻 t , 场则因 z 值而异。但是, 对于满足 $z - vt = \text{常数}$ 的 z 和 t 值来说, 场都有相同的值。例如, 经过任意时间间隔 Δt 以后, (z, t) 变成 $(z + v\Delta t, t + \Delta t)$, 这时 $z - vt$ 保持不变。同理, 在沿波传播方向经过任意空间间隔 Δz 后, (z, t) 变成 $(z + \Delta z, t + \Delta z/v)$, 这时 $z - vt$ 仍保持不变。所以 $f_1(z - vt)$ 代表了一列沿 z 轴正方向传播的平面波。同样容易判断, $f_2(z + vt)$ 是沿相反方向, 即沿 z 轴的负方向前进的平面波。所以式(1-22)是平面波情况下波动方程的一般解。

平面波的一个最简单, 但又是最基本、最常用的数学形式是平面谐波, 其数学表示式为:

$$f = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}}{v} \right) + \delta_0 \right] \quad (1-23)$$

式中 A 是平面谐波的振幅, ω 是波的角频率, v 是波在介质中传播的速度。余弦的宗量 $[\omega(t - \mathbf{r} \cdot \mathbf{s}/v) + \delta_0]$ 叫做波的位相, δ_0 是 $t = 0, r = 0$ 时的初相位。

对于沿 z 轴方向传播的平面谐波

$$f = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) + \delta_0 \right] \quad (1-24)$$

因为 t 和 z 出现于周期函数的宗量中, 所以波必定在时间和空间上有其周期性。由于时间上的周期性, 必须有一不变的时间 T 适合于下列条件:

$$\cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) + \delta_0 \right] = \cos \left[\omega \left(t + T - \frac{z}{v} \right) + \delta_0 \right]$$

这只有在 $\omega T = 2\pi$ 或 $\omega = 2\pi/T$ 的情形下才是可能的。 T 称为波的周期; $1/T$ 是频率 ν , 因此有 $\omega = 2\pi\nu$ 。

由于在空间中的周期性, 对于一已知的 t , 当 z 变更某一距离 λ (波长) 时, f 的值必须重复, 即必须有

$$\cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) + \delta_0 \right] = \cos \left[\omega \left(t - \frac{z + \lambda}{v} \right) + \delta_0 \right]$$

这表示 $\omega\lambda/v = 2\pi$ 或 $\lambda = 2\pi v/\omega = v/\nu$, 或者

$$v = \lambda\nu \quad (1-25)$$

这是波速和波长之间的关系式。

除波长 λ 外, 实用上常引进波矢量 \mathbf{k} 来表示波的空间周期性。 \mathbf{k} 的方向就是波传播的方向。 \mathbf{k} 的大小则是 2π 长度上所含的波数, 即

真空中

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{\omega}{c} \quad (1-26)$$

电介质中

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \bar{n}k_0 \quad (1-27)$$

所以矢量 $\mathbf{k} = k\mathbf{s}$ 叫做介电媒质中的波矢或传播矢量, $\mathbf{k}_0 = k_0\mathbf{s}$ 则是真空中的传播矢量。

引进波矢 \mathbf{k} 后, 平面谐波式(1-23)可表示成

$$f = A \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \delta_0) \quad (1-28)$$

平面波的公式也可写为复数形式

$$f = A e^{j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \delta_0)} = A(\mathbf{r}) e^{j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \quad (1-29)$$

式中 $A(\mathbf{r}) = A e^{j\delta_0}$ 是波的复数振幅, 仅取式(1-29)中复数的实数部分。

2. 相速度和群速度 仍考虑沿 z 方向传播的平面单色波

$$f = A \cos\left[\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \delta_0\right] = A \cos(\omega t - kz + \delta_0) \quad (1-30)$$

若

$$\omega t - kz + \delta_0 = \text{常数}$$

则有

$$\omega dt - k dz = 0$$

即

$$\frac{dz}{dt} = v = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi\nu}{k} = \nu\lambda \quad (1-31)$$

由于 $\omega t - kz + \delta_0 = \text{常数}$ 表示波的相位不变, 因此 $v = dz/dt$ 就是波相位移动的速度, 亦即等相面移动的速度。

相速度是单色波所特有的一种速度, 但单色波在自然界中不可能实际存在, 因为这种波具有严格的周期性, 它在时间和空间上都是无限延伸的; 而实际的光信号总是在局限的空间, 有限的时间内传播的, 所以就不是严格的谐波。但是可以把它看作是无数频率相近的单色波叠加的结果, 这些波由于干涉在空间的一些区域内互相叠加, 在另些区域则互相抵消。只有当组成复合波(波群)的不同波长的单色波能以同一相速向前传播(即媒质无色散), 波群才能以同一速度向前移动并保持波形不变, 这时群速度就等于相速度。但是除真空外, 一般的媒质都有色散, 各单色波以不同的相速传播, 其大小视各单色波的频率而定, 这样实际的波群在传播过程中就要发生形变, 在这种情况下, 波群的速度就变得比较复杂。

假设复合波由两个频率相近且振幅相等的单色波叠加而成, 则这种简化对所得结果的普遍性没有影响。这两个单色波可用下列两式表示

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= A \cos(\omega_1 t - k_1 z) \\ f_2 &= A \cos(\omega_2 t - k_2 z) \end{aligned} \right\} \quad (1-32)$$

这里假设两个单色波的频率和波长彼此相差很小, 可以认为

$$\omega_1 = \omega_0 + \delta\omega; \quad \omega_2 = \omega_0 - \delta\omega$$

$$k_1 = k_0 + \delta k; \quad k_2 = k_0 - \delta k$$

复合波为两个单色波之和, 即

$$\begin{aligned} f &= f_1 + f_2 = A \cos(\omega_1 t - k_1 z) + A \cos(\omega_2 t - k_2 z) \\ &= 2A \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t - \frac{k_1 - k_2}{2} z\right) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t - \frac{k_1 + k_2}{2} z\right) \\ &= 2A \cos(t \cdot \delta\omega - z \cdot \delta k) \cos(\omega_0 t - k_0 z) \end{aligned}$$

引入符号

$$A_0 = 2A \cos(t \cdot \delta\omega - z \cdot \delta k) \quad (1-33)$$

使该复合波的形式仍旧写为

$$f = A_0 \cos(\omega_0 t - k_0 z) \quad (1-34)$$

上式中的 A_0 不是常量, 而是随时间和空间在改变的, 改变得很缓慢的量, 因为 $\delta\omega$ 和 δk 比起 ω_0 和 k_0 来都是很小的量, 因此可以近似认为复合波是一个振幅变化缓慢的谐波。图 1-3 上图表示两个谐波的叠加, 下图中虚线表示合振动缓慢的变化, 形成一个脉动。

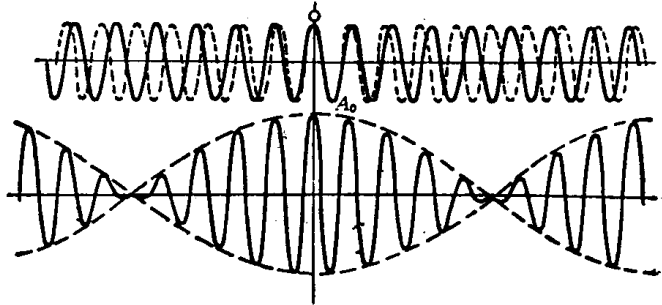


图 1-3 简单的波群

若在波群上任取一点 A_0 , 例如振幅为最大值的点, 再求出该点的位移速度, 这就是等幅平面的传播速度, 这个速度称为群速度。群速度的求法与相速度相同, 即对等幅平面方程

$$t \cdot \delta\omega - z \delta k = \text{常数}$$

微分后, 得到

$$\delta\omega dt - \delta k dz = 0$$

或

$$v_g = \frac{dz}{dt} = \frac{\delta\omega}{\delta k} \quad (1-35)$$

v_g 就是群速度。

v_g 和 v 的关系可求之如下:

$$v_g = \frac{\delta\omega}{\delta k} = \frac{\delta(vk)}{\delta k} = v + k \frac{\delta v}{\delta k} \quad (1-36)$$

再利用 $k = 2\pi/\lambda$ 的关系, 即有

$$\delta k = -\frac{2\pi}{\lambda^2} \delta\lambda$$

代入上式得

$$k \frac{\delta v}{\delta k} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\delta v}{-(2\pi/\lambda^2)\delta\lambda} = -\lambda \frac{\delta v}{\delta\lambda}$$

最后得到

$$v_g = v - \lambda \frac{\delta v}{\delta\lambda} \quad (1-37)$$

可见, 群速度与相速度大小的差值与 λ 和 $dv/d\lambda$ 有关。 $dv/d\lambda$ 表示相速度随波长的变化率, 称为色散。如果媒质的色散不大, 则波群的形变进行缓慢, 这时就可以其振幅最大处的传播速度作为实际波列的传播速度, 不过这个传播速度和组成波列的任何一个单色波的相速度都不相同, 而要用上式进行计算。而且, 当 $\delta v/\delta\lambda > 0$ (正常色散) 时, $v_g < v$; 当 $\delta v/\delta\lambda < 0$ (反常色散) 时, $v_g > v$ 。当 $\delta v/\delta\lambda = 0$ (没有色散) 时, $v_g = v$ 。但只有在真空中才有这种情况。对于一般介电媒质, 在一定波段范围内, 对于精度要求不高的场合, 亦可取 $\delta v/\delta\lambda$ 近似为零。

3. 电介质中的矢量波 前面我们讨论了标量波, 也就是矢量的某一直角分量 (E_x, E_y, E_z 或 H_x, H_y, H_z) 在空间传播的情况。现在进一步讨论矢量波, 也就是场矢量 \mathbf{E}, \mathbf{H} 在空间传播的情况。

对于沿 \mathbf{s} 方向传播的平面电磁波, \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 随时间和位置的变化为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 \exp \left\{ j\omega \left[t - \frac{1}{v} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}) \right] \right\} \\ &= \mathbf{E}_0 \exp \left\{ j\omega \left[t - \frac{\bar{n}}{c} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}) \right] \right\} \\ \mathbf{H} &= \mathbf{H}_0 \exp \left\{ j\omega \left[t - \frac{\bar{n}}{c} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}) \right] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (1-38)$$

利用波方程的上述矢量形式,可以直接建立电矢量 \mathbf{E} 和磁矢量 \mathbf{H} 之间的关系。

将算符 ∇ 和 $\partial/\partial t$ 作用到(1-38)式,得到

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= - (j\omega \bar{n}/c) \mathbf{E} \cdot \mathbf{s}; & \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} &= j\omega \mathbf{E} \\ \nabla \cdot \mathbf{H} &= - (j\omega \bar{n}/c) \mathbf{H} \cdot \mathbf{s}; & \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} &= j\omega \mathbf{H} \end{aligned}$$

于是得到恒等式

$$\nabla \equiv - \left(j\omega \frac{\bar{n}}{c} \right) \mathbf{s} \quad (1-39)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \equiv j\omega \quad (1-40)$$

把式(1-38)代入麦克斯韦方程组(1-8)~(1-11),并考虑到对于电介质,式(1-8)中 $\sigma=0$,再利用算符恒等式(1-39)和(1-40),即得到下列关系:

$$\left. \begin{aligned} - \frac{j\omega \bar{n}}{c} \mathbf{s} \times \mathbf{H} &= j\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} \\ - \frac{j\omega \bar{n}}{c} \mathbf{s} \times \mathbf{E} &= -j\omega \mu_0 \mathbf{H} \end{aligned} \right\} \quad (1-41)$$

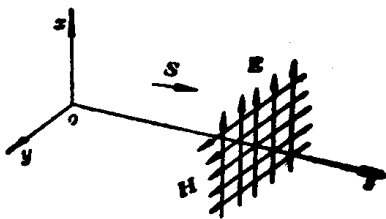
或

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= - \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}} \mathbf{s} \times \mathbf{H} \\ \mathbf{H} &= + \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\mu_0}} \mathbf{s} \times \mathbf{E} \end{aligned} \right\} \quad (1-42)$$

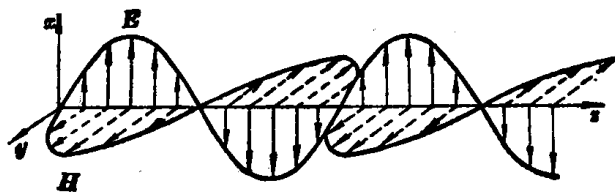
(这里用到了关系式: $\bar{n} = \sqrt{\varepsilon_r}$, 以及 $c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$)

以及

$$\mathbf{s} \cdot \mathbf{H} = \mathbf{s} \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (1-43)$$



(a) \mathbf{E} 与 \mathbf{H} 的方向



(b) \mathbf{E} 与 \mathbf{H} 的变化和相位

图1-4 平面电磁波的示意图

式(1-42)和(1-43)表明了电磁场的横向性: 矢量 \mathbf{E} 和 \mathbf{H} 都垂直于波前进的方向 \mathbf{s} , 且彼此互相垂直, 这三个矢量组成一右手坐标系, 如图1-4(a)所示。另外, 由式(1-42)还可求出场矢量绝对值之比: