该重新认识各种过去的事件交织在一起的现象.

1.4 时间问题

凭感觉准确地掌握时间是很难的. 时间的长短除了用时钟测量以外，就是靠计数或者通过一昼夜以及一年的时间等与太阳的关系、气候的变迁、草木的枯荣等现象间接地感知时间推移的大概情况. 并且感知的是比较长的时间，大约为几年或几十年等极其粗略的程度，对于譬如小于 1/20 秒这样的短时间则根本感觉不出来.

另外，对每个人说来，也还有一个主观的时间感觉问题，高兴时，觉得时间过得太快，苦闷时，又觉得时间过得太慢，这也是很难测定的.

这就是说，要详细地研究时间的性质，仅靠我们的感觉是不能直接而正确地感知的，必须依靠精密的测定和理论计算，所以，一般说来，正确地掌握时间是非常困难的.

对于时间，还有一个重要的问题. 即按照一般的常识，空间与时间是完全不同的两个概念，时间总是以一定的快慢流逝的，与空间无关，但是，根据相对论，时间与空间相结合的时空才是物理实在. 时间和空间分别为时空的投影，所以，时间并不是一定不变的，时间和空间的长短均可变化. 这个概念我们也必须预先接受.

1.5 经典物理学问题

经典物理学的概念，在我们的头脑中已经根深蒂固. 对于地球上的日常生活，经典物理学与我们的感觉非常吻合，我们已完全接受，并且以前一直认为是正确的. 多年以来，按照经典物理学的观点处理问题还没有发生过错误，于是，把它视为绝对正确，毫不

怀疑．因此，即使有人能提出新的观点，只要不理解提出它的理由，就很难接受，最后还是要被否定．

爱因斯坦发表相对论的时候，大部分学者也很不理解它的重要性，譬如，一直推迟到1921年，爱因斯坦才获得诺贝尔物理学奖，而且还是对他关于量子论的研究成果即“光电效应定律的发现”而授予的，而不是因为他提出了相对论．

多年以来非常亲切而熟悉的经典物理学，在一般生活和工作中没有任何问题，因此，人们认为它是正确的．事实上，由于在日常的速度和距离范围内，误差极其微小，依靠普通的测定方法根本测不出来，所以经典物理学是正确的，但严格说来，必须重新认识它给出的只是近似值。

1.6 关于引力问题

正像地球绕太阳公转、月亮绕地球运行并随同地球不停地绕太阳转动一样，就宇宙的结构而言也是引力与圆运动速度引起的离心力处于平衡状态，这一点对大家说来已是常识了．

但是，狭义相对论研究的对象只限于作匀速直线运动的惯性系．这就是说，狭义相对论采用的是简化的宇宙理论，不包括引力和加速度．因此，可以不考虑对宇宙中的天体平衡起着非常重要作用的引力，准确地说来，就是只考虑没有物质的空间、时间和光，所以，这一点恐怕就是使狭义相对论难于理解和接受的原因之一．

为了将狭义相对论的时空解释得明白易懂，本书把宇宙中的天体看作由很弱的引力维持着相互平衡、具有明显因果关系的时空结构，用直观的容易理解的方式进行说明，任何人都能接受．这里虽然用了引力(弱引力)，但严格说，只要考虑引力减弱到零的极限，这个观点就是正确的．

全不同的物理现象，爱因斯坦却认为这就是同一现象的相对性.

这些问题，我们已经很熟悉，不难理解.

第二条基本原理即光速原理是一个划时代的原理，与以往的经典物理学完全不同，不论光是在什么样的运动条件下发生的，速度都恒定不变. 当时，人们曾对光速做过精密的测定. 譬如，迈克耳孙等人发现，甚至由于地球公转，在地球的运动方向相反的两个时间(例如在春分和秋分；夏至和冬至；等等)进行测定，光速值也不变；这个结果使他们感到困惑不解. 而爱因斯坦却认为这个实验结果是正确的，考虑光速的不变性以后，根据光速原理还可以正确地解释比爱因斯坦早十多年提出的洛伦兹变换，因此，爱因斯坦十分自信地发表了新的理论.

爱因斯坦没有物理实验室，他自己没有做过实验，但他通过正确地判断当时学者们的实验结果，加以综合，便提出了光速原理，因此，可以说他是一位罕见的天才. 没有这个原理，就不会有相对论，实际上这个原理就是相对论的核心内容.

以前，由于光的速度太快，人们把它视为无穷大，但十七世纪的丹麦天文学家罗麦却认为光速是有限的，此后，经过许多学者的研究，知道了光的速度约为每秒30万公里. 爱因斯坦进一步假定光速是恒定不变的，并得出结论：宇宙中的一切速度都不可能超过光速. 这个结论又叫光速的独立性. 尽管实验上尚未证明光速是最大速度，但到目前为止，还没有出现与此相反的事实.

虽然由于光难于捕捉的原因，我们不可能靠自己的能力验证光速原理，但是，如果作为宇宙时空的本质来考虑光应有的地位，那就能充分理解.

爱因斯坦说过：有了这两条基本原理，狭义相对论的根据就足够了，并且凭藉这两条基本原理可以解释一切现象. 但实际上很多人仅靠知道这两条基本原理还不能理解狭义相对论. 譬如，用

由于这个方程描述的是匀速运动状态下满足光速原理的时间与空间的关系，所以，自然就是描述狭义相对论的时空性质的方程.

另外，这个方程与(2)式不同，(2)式把时间作为性质与空间相同的量处理，而上述方程中空间与时间的符号相反. 这说明时间是性质与空间完全不同的量.

若把Y和Z加进来，恢复为四维时空原来的形式，则(3)式变为

$$S^2=(ct)^2-X^2-Y^2-Z^2 \tag{4}$$

这个方程与1908年闵可夫斯基发表的方程一致.

闵可夫斯基在讲演中所作的说明，并没有上面这样通俗，而是通过纯数学的考察推导出来的，一般人不易理解，但本质上可以说和上面的说明相同.

上面，以描述空间距离的方程为基准，得到了时间与空间的关系式，其因果关系仅由满足光速条件的信号决定. **利用如此简单的方法也能顺利地得到这个方程，这就使人们容易接受狭义相对论的时空结构确实可以用闵可夫斯基方程描述.**

3.4 时空应有的状态和闵可夫斯基方程

(4) 式中的X、Y、Z三项表示空间，数学上往往习惯地把它们取为正号，与(1)式一样，所以，如果按照习惯把它们的符号改成和(1)式一样，则可表为

$$-S^2=-c^2t^2+X^2+Y^2+Z^2$$

这个方程的符号与采用普通度规的(1)式不同，若使S和t带上虚数符号，则可改写为

$$(iS)^2=(ict)^2+X^2+Y^2+Z^2. \tag{5}$$

的区域(时空)，这个区域与 A(现在和以后)毫无关系.

④ 在 $t=0$ 时刻与 A 同处于 O 点的 B 以速度 v 运动时，于 A 的时间 t_1 时刻到达与 A 相距为 X_1 的 B_1 点，OB 是 B 的世界线，OB_1 为在 A 的时间 t_1 时刻 A 观测时测得的 B 的时空间隔.

B 的速度($v=X_1/t_1$)较小时，OB 线离 OA 线较近，如果速度增大，就向 OP 线和 OQ 线靠近，当速度等于光速时，与 OP 线和 OQ 线重合.

⑤ 夹在光的世界线 OP 和 OQ 之间的部分，O 点以上的时空表示未来(相对现在的时刻点 O 而言)，O 点以下的时空表示过去，O 点表示 $t=0$ 的现在.

由于这个图略去了空间部分的 Y 轴和 Z 轴，所以，夹在光的世

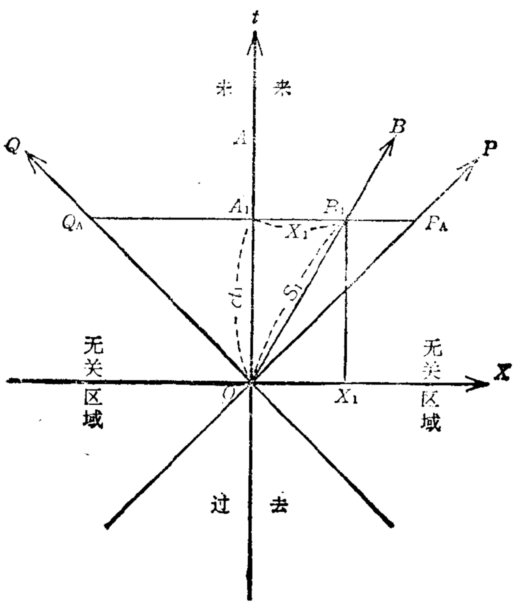


图 4

界线之间的部分，上、下均为 90° 的扇形，如果把 Y 轴考虑进去，就是上、下两个圆锥体，叫做**光锥**.

在描述光锥内部时空的(3)式中，如果考虑 $v=0$ 的情况，可知，这时的 $OB_1(S_1)$ 与 OA_1 重合，于是，S 就和 ct 一样，既表示时空间隔，又表示时间. 另外，由(5)式可知，S 和 ct 本来都是虚数，所以，S 和 ct 的性质也相同，如果除以 c，它们都表示时间.

如上所述，由于 S 可以表示时间，所以，光锥内部的时空叫做类时时空，可用(4)式表示. 光锥外面的区域是最大速度(光速)的信号也不能达到的时空，与(4)式表示的时空不同. 也就是说，它的方程满足前面推导(4)式时 $v>c$ 的条件，空间的符号与时间相反，所以，这个时空可用 S 的符号与空间相同、性质也与空间相同的方程表示，即

$$S^2=X^2+Y^2+Z^2-(ct)^2 \tag{6}$$

由于 S 可以表示空间，所以，这个时空叫做类空时空.

另外，如 6.2 节所述，S 表示的时间与 ct 表示的时间相比，缩短了. 但在用正交坐标表示的图 4 中，譬如，表示 B_1 点坐标的 X_1 和 ct_1，虽然就是以其线段的长度来表示实际大小的，但 S(即 OB_1)的长度却与实际尺寸不同，图上表示的长度比 ct_1 还长，所以，速度引起的缩短未能表现出来. 在闵可夫斯基宇宙方程的三个量 ct、X 和 S 当中，尽管 ct 和 X 这两个量没有任何问题，但 S 在图上的表观长度却与真正的数量变化相反，所以，令人费解. 使用正交坐标时，必须时刻注意这一点.

正交坐标之所以存在上述问题，是由于虽然空间距离 X 是实数，但时间 ct 和时空间隔 S 必须用虚数表示，而在正交坐标中将实数和虚数混合使用在数学上不可能都用正确的尺寸表示.

关于符号不定的度规

根据毕达哥拉斯定理，从原点到任意一点的空间距离 r 的平方等于各个坐标值的平方和，即 $r^2=X^2+Y^2+Z^2$，各项的符号均为正.

在把时间与空间统一起来的四维时空中，时空的距离即时空间隔 S 的平方仍然可以根据毕达哥拉斯定理用时间和空间的各个坐标值的平方表示，但由于光速不变原理的限制，以光的世界线为界把四维时空划分为类时时空(a)和类空时空(b)两个区域了. 这两个区域分别可以表为

(a) $-S^2=X^2+Y^2+Z^2-(ct)^2$，［等于将(4)式反号］

(b) $S^2=X^2+Y^2+Z^2-(ct)^2$，［即(6)式］

时空间隔 S 以光的世界线为界符号相反.

这样，对于四维时空，尽管时空间隔的度规方程是按照空间度规为标准的，但符号的正负不定，是可变的，所以叫做符号不定的度规. 狭义相对论的时空就是符号不定的度规的时空.

第五章　时空结构的新图示法

——时空圆图——

5.1　新图示法

由于相对论研究的问题是四维时空中发生的事件，所以，应该先了解时空的本质．但仅靠抽象的说明，是很难接受的．

要想抓住时空的实质，根据描述宇宙时空结构的数学方程即闵可夫斯基方程进行研究，是最基本、最容易理解的方法．因此，在仔细研究建立惯性系四维时空宇宙的闵可夫斯基方程

$$S^2=(ct)^2-(X^2+Y^2+Z^2)$$

的过程以后，就会理解四维时空确实可用这个方程表示．如果理解这个方程，那么，时空中发生的各种事件可用这个方程进行解释，自然就能接受了．

物理学家或数学家根据这个方程可能立刻就会知道时空的性质，但对一般人说来，仅靠这个方程还不能了解时空的性质．

把深奥的理论解释得明白易懂，一个有效的方法就是图示法．但时空间隔的图示比较困难，这对理解相对论是一个难关．

闵可夫斯基把时空结构表示成数学式，他为了解释这个方程，首创了在正交坐标中画出光的世界线的图示法，后来人们就一直使用他画的这个图．但在这个图上，与原点等距离的时空间隔（同时刻）的标度是双曲线，所以，这个图的缺点是，图上表示的长度与理论不一致，除专业人员外，不是任何人都能理解的．

有没有更容易理解的图示法呢？笔者在熟悉了闵可夫斯基方程以后，偶然发现，可把这个方程表示的时空结构画成圆图.

这种圆图可以按照闵可夫斯基方程把四维时空以正确比例用类比的几何结构表示出来，并且，即使不用语言详细说明，也能用图把方程所包含的内容甚至连微妙的地方都忠实地表示出来. 因此，与正交坐标的图示法相比，圆图对理解狭义相对论有很大帮助，容易接受.

用圆图表示时空的方法，目前国内外还没有文献记载，从下节开始，我们详细介绍这个方法.

5.2 从方程到圆图

下面，介绍一下从闵可夫斯基方程到提出圆图法的思路.

闵可夫斯基的四维时空方程

$$S^2=(ct)^2-(X^2+Y^2+Z^2) \tag{4}$$

太复杂，不好表示；如果把三维空间用一维代表，写成与时间一起构成的二维方程，则为

$$S^2=(ct)^2-X^2$$

或

$$(ct)^2=X^2+S^2. \tag{7}$$

这样简化以后，在理论上，它的本质和四维方程是相同的，但由于成了时间与空间的二维方程，所以就能在纸上用图表示了.

看一下简化后的(7)式，可知它的形式符合直角三角形的毕达哥拉斯定理，ct 相当于斜边，X 和 S 相当于两条直角边. 于是，把 ct、X 和 S 都按实数处理，则毕达哥拉斯定理是成立的.

因此，如果用图表示这个方程，可得图 5. 也就是说，从原点 O 引时间轴 OA，在这条线上取一点 A_1，以 OA_1 为直径画圆，在该圆周上取一点 B_1，把 B_1 与 A_1 和 O 连接起来，则直角三角形 OA_1B_1

的斜边 OA_1 就相当于 ct_1，而 A_1B_1 相当于 X_1，OB_1 相当于 S_1，并且满足$(ct)^2=X^2+S^2$的关系.

这个图是根据(7)式画的，而(7)式是把闵可夫斯基宇宙方程简化后的表达式，所以，这个图自然应该具有狭义相对论时空的根本性质．由于图中时空的数量关系是按正确比例表示的，所以靠目视即可具体而直接地理解它所表示的内容．我们把这个图叫做**时空圆图**.①(以下简称圆图)

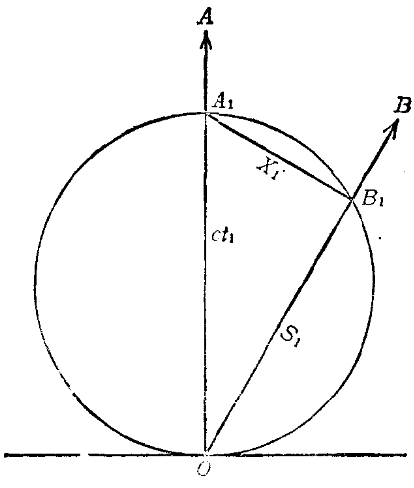


图 5

时空结构之所以能用圆图表示，是由于 S 本来就是由 t 轴和 X 轴的分量构成的矢量，如(3)式所示。但是，t 和 S 在(5)式中都是虚数，只有 X 是实数，所以，在正交坐标中无法用正确的标度表示三个坐标值．但如果使用圆图，把方程化为(7)式，则 ct、X 和

① 圆图在电工学中经常使用，是一种用复数表示传输回路的阻抗、电流和电压等矢量末端的轨迹圆，是给出传输回路的解的图示法．求多相感应电动机、同步电动机、交流电桥、超短波传输线的解和其他特性时，可以使用图示法．

S 均可按实数处理,欧几里德几何的毕达哥拉斯定理成立，因此，每个字母表示的量值都能正确地表示. 另外，时空间隔 S(包括 t) 也可以以 O 为原点像极坐标那样表示. (本质上与极坐标不同)

5.3 圆图的规定和意义

圆图有基本的规定,所以,首先必须了解这些规定. 下面，利用图 5 进行说明.

(1) 这是以 A 为基准的圆图,中间的 OA 线用 ct 表示在惯性系空间原点静止的 A 随时间的变化(以光秒为单位).

(2) 这个图上的圆周表示在 A 的惯性系中，在静止的 A 的时间 t_1 时刻，A 观测时测得与 A 同时的那些点的连线，也即以光的速度从 A 的位置出发所能到达的那些空间点的连线.

(3) 关于在开始时刻与 A 同处于原点 O 而作匀速直线运动的 B, 图上示出在 A 的时间 t_1 时刻 A 观测时测得的 B 的时空点(B_1). 但未标出 B 观测时测得的与 B 同时的那些点.

(4) 在这个圆图中,时空间隔 OA_1 和 OB_1 同时还表示 A 和 B 的时间. 这就是说,A 本身的时间为 OA_1，但这时若 A 观测，则 B 在 B_1 点,B 的时间为 OB_1,显然,与 OA_1 相比,缩短了.

下面，根据圆图说明一下作匀速直线运动的时空的情况. (图 5)

开始,A 和 B 都位于 O 点,如果 A 一直静止在原来的地方，而 B 以一定的速度作直线运动，则在 A 的时间 t_1 时刻,A 位于时空点 A_1, B 位于时空点 B_1. 这时，距离原点的时空间隔分别为 OA_1 和 OB_1. 另外，A 观测时测得的时间也分别用 OA_1 和 OB_1 表示. 这就是说，如果以静止的 A 为基准进行观测，圆图则如实地表示出作匀速直线运动的 B 的时间和时空间隔(OB_1)都比 A 的时间和时空间隔(OA_1)缩短了. (缩短的详细情形,见第六章)

$$(ct_1)^2 = X_2^2 + S_2^2,$$

用圆图表示，就是图 7(a) 和 (b)．由于 OA_1 是 ct_1，所以，X_1 相当于 OA_1 的 0.5 倍，而 X_2 则相当于 OA_1 的 0.9 倍．在圆周上分别取距离 A_1 点的长度（不是圆弧的长度，而是到 A_1 的直线距离）为 OA_1 的 0.5 倍和 0.9 倍的 B_1 点和 C_1 点，然后，把 B_1 和 C_1 与 A_1 和 O 相连，构成两个直角三角形（$\triangle OA_1B_1$ 和 $\triangle OA_1C_1$），它们分别都满足(3)式．

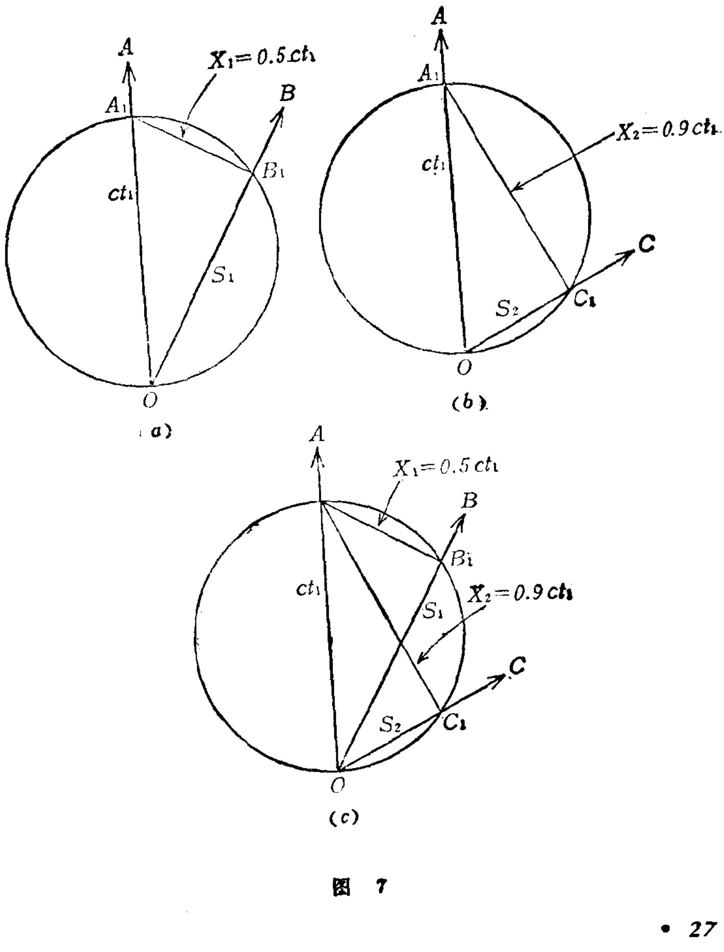


图 7

A 观测时测得 B 和 C 的时空点为 B_1 和 C_1，它们到 A_1 的距离分别为 X_1 和 X_2. OB_1 和 OC_1 是作匀速运动的 B 和 C 的时空点的轨迹，它们的长度表示到 O 的时空间隔(S)，同时也表示在 B 和 C 的时空点上 B 和 C 的时间.

运动速度为零时，时空间隔 S 与 OA 一致，速度越大，与 OA 的夹角越大，接近光速时，与 OA 的夹角接近直角，与 A 相比，时空间隔(时间)变短，当速度等于光速时，S 变成零，与 O 点重合.

另外，运动方向相反时，可在 OA 的另一边画图.

5.5 基准惯性系的时间标度

下面，考虑一下 B 相对于静止的 A 的运动速度恒定时，基准惯性系随时间变化的圆图.

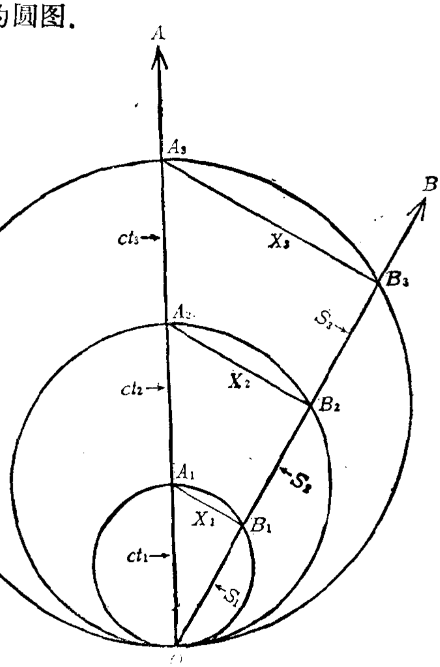


图 8

均可用以O点为圆心的半圆(虚线)来表示.(关于固有时的概念,参看 10.4)

由图可知,静止的A的时间为 1 秒的时刻,A观测时测得与A_1同时的时空点可以用以OA_1为直径的圆周表示.这时,以 0.5c的速度运动的B位于B_1点,A观测时测得它位于X_1的距离处,所以,A观测时测得B的时间可用OB_1表示.OB_1线段的长度是OA_1的 0.866 倍,所以从图上立刻可以读出B的时间只经过了 0.866 秒.

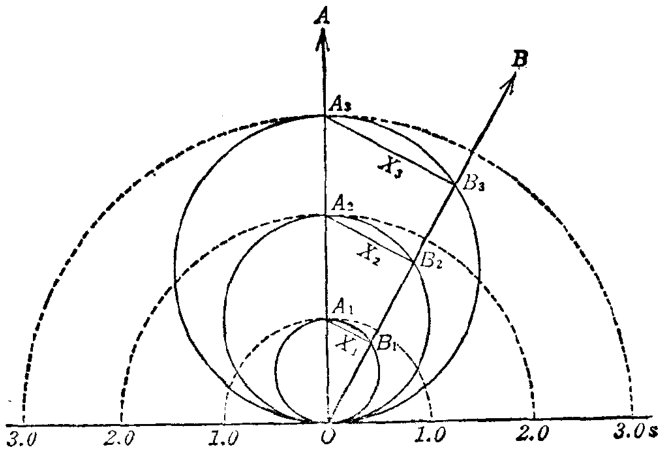
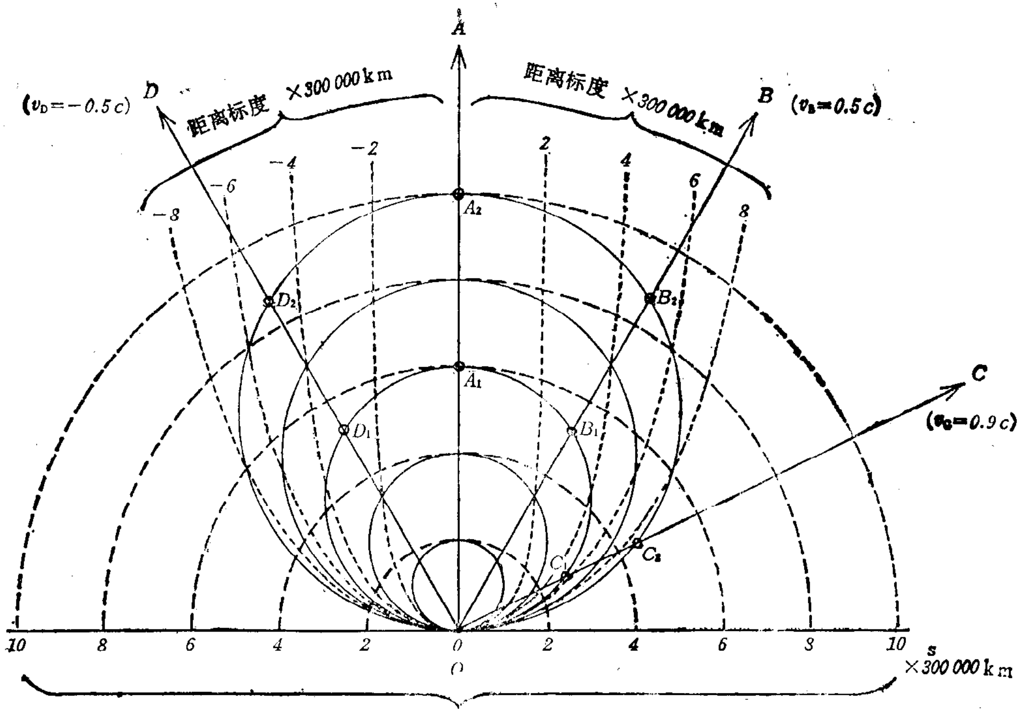


图 9

5.7 到基准点的距离标度

要在以A为基准的圆图上画出到基准A的距离标度,就是要找出到A的距离恒定的点.

以各时刻的OA为直径的圆周,是基准A在各时刻观测时测得的与A同时的那些时空点的轨迹,所以,只要在这些圆周上截取离A恒定的距离(直线距离)即可.



虚线半圆的标度单位：时空间隔km，时间s

图 11

(1) 开始，在 0 秒时刻，A,B,C 都位于 O 点.

(2) 在 A 的时间为 6 秒后，

A 位于 A_1 点. 时间为 6 s，时空间隔 OA_1 等于时间乘以光速，即 6×300000 km.

这时，以 $0.5c$(150000 km/s)的速度运动的 B 位于 A 的时间为 6 秒的圆周上的 B_1 点. 由标度可知，它的时空间隔 OB_1 为 5.2×300000 km，时间为 5.2 s，A_1B_1 的距离为 3×300000 km.

以 $0.9c$ 的速度运动的 C 位于 C_1 点. 从图上的标度可知，它的速度为 270000 km/s，时间为 2.62 s，时空间隔 OC_1 为 2.62×300000 km，A_1C_1 的距离为 5.4×300000 km.

(3) 在 A 的时间为 10 秒后，

A 位于 A_2 点. 时间为 10 s，时空间隔 OA_2 为 10×300000 km.

这时，以 $0.5c$ 的速度运动的 B 位于 B_2 点. 它的时间为 8.66 s，时空间隔 OB_2 为 8.66×300000 km.

以 $0.9c$ 的速度运动的 C 位于 C_2 点. 从图上立刻可知，它的时间为 4.36 s，时空间隔为 4.36×300000 km，A_2C_2 的距离为 9.0×300000 km.

如上所述，圆图正确地表示出 A 观测时测得 B 和 C 的时间缩短了，譬如，静止的 A 的时间为 10 s 时，图上以 $0.5c$ 的速度运动的 B 的时间为 8.66 s，而以 $0.9c$ 的速度运动的 C 的时间为 4.36 s.

这样，如果使用圆图，即使不作复杂的计算，从图上也可一眼看出高速运动的惯性系的时间和时空间隔缩短的情形，而且，如果线段的长度在量值上取得与正确值成正比，立刻就能知道时空的数量关系.

由于闵可夫斯基宇宙即狭义相对论的时空的性质与牛顿物理

学的时间和空间彼此独立的宇宙完全不同，所以，如果使用将表示其本质的方程画成的圆图，则既可依靠目视直接确定时空应有的状态，而且也容易理解.

5.9 以往的正交坐标图与圆图的比较

通常，解释时空时，都是用图 4 和图 6 那样的正交坐标图，但本书使用的是圆图，所以靠目视对于作为时空连续统的模拟构造，在数值方面也能给出容易理解的说明.

尽管使用正交坐标大体上也能理解，但它的困难在于时空的数值关系不能直接通过目视得知，看图时还必须思考着理论问题才能理解.

为了比较一下理解以往的正交坐标图和圆图的难易程度，把用正交坐标图表示的一个 例子示于图 12(a)，把与这个图对应的圆图示于图 12(b).

图(a) 上画有斜线的部分是从现在开始由类时时空出发以光速运动也不可能达到的区域，也就是说，与类时时空无关. 在图(b)上没有这个区域，现在的时刻和光的世界线都包含在 O 点内.

图(a) 上的 OB 表示以 0.5 c 的速度作匀速直线运动的 B 的时间，OA_1 为 10 年（图上的时间单位不是秒，而是年），OB_1 应缩短为 8.66 年，但图上 OB_1 的长度却是 OA_1 的 1.118 倍，与实际相反. 因此，虽然引进了用虚线表示的双曲线时空标度(时间标度)，但是，如果不习惯，便很难理解此图所表示的意义. 若用圆图看一下这个关系，则如图 12(b)所示，显然 OB_1 比 OA_1 短，而且精确地缩短为 8.66 年. 由于圆图表示的线段 的长度均与理论值成正比，看一下图就明白了，所以，使用这样的圆图可以直观地理解闵可夫斯基宇宙的时空本质.