

小学数学

趣味题巧思妙想

XIAOXUE SHUXUE
QUWEITI QIAOSI MIAOXIANG

魏 纶 主编

6
5
4

武汉出版社

武汉市小学师资培训中心

小学数学

趣味题巧思妙想

魏纶

主编

武汉市小学师资培训中心



武汉出版社

(鄂)新登字 08 号

图书在版编目(CIP)数据

小学数学趣味题巧思妙想/魏纶主编. — 武汉:武汉出版社,
2001. 4

ISBN 7—5430—2366—0

I. 小… II. 魏… III. 数学课—小学—解题

IV. G624. 505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 14111 号

书 名:小学数学趣味题巧思妙想

著作责任:魏 纶

责任编辑:李天真 廖国放

封面设计:刘福珊

出 版:武汉出版社

社 址:武汉市江汉区新华下路 103 号 邮 编:430015

电 话:(027)85606403 85600625

印 刷:武汉市新华印刷有限责任公司 经 销:新华书店

开 本:850×1168mm 1/32

印 张:7. 625 字 数:190 千字 插 页:3

版 次:2001 年 9 月第 2 版 2001 年 9 月第 2 次印刷

印 数:6001—11000 册

ISBN 7—5430—2366—0/G · 713

定 价:12. 00 元

版权所有·翻印必究

如有质量问题,由承印厂负责调换。

序

二十一世纪的人类社会,将是一个科学技术迅猛发展、国际竞争日益激烈的社会。知识经济的特征和提高综合国力的需要,对教育的发展和知识创新提出了急迫而更高的要求。教育是立国兴邦之本,是振兴民族之希望,而振兴教育的关键在于教师。培养一支政治业务素质好,富有创新精神,能适应素质教育需要的教师队伍,是当前教师继续教育工作的主要任务。

为此,国家教育部于 1999 年初正式启动了“面向二十一世纪中小学教师继续教育工程”,吹响了中小学教师继续教育工作迈向新千年的号角。“工程”的启动,使中小学教师的培训走上制度化、规范化的轨道。多年的实践和探索证明:建立和完善教师继续教育制度是提高教师实施素质教育能力的重要保证,科学地制定教师继续教育培训内容则是提高继续教育质量的关键,而加强教材建设又是核心。

时逢新千年新世纪之初,由我市小学师资培训中心组织、魏纶老师主编的《小学数学趣味题巧思妙想》的出版,是我市小学教师继续教育的一大喜事。魏纶老师长期从事小学数学教学实验研究工作,造诣深厚,成果著述丰硕。近几年,在她的主持下,全市各教师进修学校的同仁共同努力,为小学教师继续教育编写了大量的教材,深

受广大师训工作者和教师好评。

一位哲人说过：“数学使人精细……若有人难聚神思，可令其研习数学，因在演算求证中，稍一走神，就得重来一遍。”可见，数学使人巧慧，数学影响人对事物的判断与处理。我们眼前的这本《小学数学趣味题巧思妙想》，闪现出了作者智慧与创新的火花。作为教师培训教材，它在适应素质教育的要求、运用现代教育思想和数学思维等方面，作了很好的探索，具有科学性、针对性、实效性和时代性，对小学教师的教学有很大的实用和参考价值。

教师继续教育工作刚刚起步，教材建设还有不少亟待我们去开垦的处女地。我希望在当今全面实施素质教育的新形势下，通过我们继教工作者的辛勤努力、大胆创新，继续教育园地会百花齐放，果实累累。



2001年元月 12日

《小学数学趣味题巧思妙想》

目 录

第一章 填数技巧	(1)
第一节 巧添运算符号或括号	(1)
第二节 智解算式谜	(8)
第三节 迷人的幻方	(26)
第四节 多趣的数阵图	(37)
第二章 数与计算	(50)
第一节 简便计算	(50)
第二节 变形巧算	(53)
第三节 裂项巧算	(57)
第四节 估算	(63)
第五节 定义新运算	(67)
第三章 整数探究	(70)
第一节 数的整除问题	(70)
第二节 质数、合数和分解质因数	(75)
第三节 巧妙利用公约数、公倍数解题	(82)
第四节 余数与同余	(88)
第五节 数字问题	(94)
第四章 分类巧解应用题	(98)
第一节 浓度应用题	(98)
第二节 方阵趣味题	(102)
第三节 比例分配问题	(105)

第四节	利息问题	(112)
第五节	年龄趣味题	(116)
第六节	行程应用题	(121)
第七节	分数应用题	(126)
第八节	杂题巧解	(131)
第五章	趣味几何	(136)
第一节	利用作辅助线、平移、割补、旋转求图形的面积	(136)
第二节	形数结合、利用几何图形的有关性质求图形面积	(142)
第三节	常见的立体几何图形的求积	(151)
第四节	几何图形的计数	(157)
第六章	数学智巧问题精选	(164)
第一节	寻找规律	(164)
第二节	学会推理	(170)
第三节	抽屉原理	(178)
第四节	精打细算	(181)
第五节	包含与排除	(184)
第七章	中外名、趣题译解	(189)
	练习题答案或提示	(212)

第一章 填数技巧

填数趣题大致可以分为四类：一是添运算符号，就是在给出的一些数字之间按照要求添上一些加、减、乘、除运算符号或括号，使算式能够成立；二是填数字或字母或汉字，就是在一些加、减、乘、除的横式或竖式中按要求填上空缺的数字、字母或汉字，使算式成立；三是将给出的一部分数字按照要求填写幻方；四是按要求在给出的数阵图中填上适当的数字。

在进行填数解题的过程中，往往要运用有关四则运算的一些性质定律，可以进一步熟练掌握四则运算中和、差、积、商的变化规律，还经常要利用数的运算的一些特性，如个位数字是1的几个数相乘，它们的积的个位数字仍是1；又如两个因数相乘，积的个位数字要求是1时，这两个因数的个位数字可能是9与9或3与7、或1与1；两个因数相乘积的个位数字如果是0，那么这两个因数中有一个的个位数字只可能是0、或是2与5、或4与5、或5与6、或5与8；而对于个位数数字都是5或6的数相乘，它们积的个位数字仍是5或6。有时需要利用数的奇偶性，如几个偶数的和、差、积还是偶数，两个奇数的和、差也是偶数，两个奇数的积还是奇数，一个奇数与一个偶数的积是偶数等。在解答一些填数趣题时，还可以激发我们学习数学的兴趣，促进思维的运转和发展，培养我们的创新意识。

第一节 巧添运算符号或括号

给出一些数字，让你选择合适的运算符号或括号添上去，将它

们组成一个等式,这就是添运算符号或括号的趣题。对于这类趣题一般可采用逆推法或凑数法来解。

逆推法就是从给出的算式左边最后的一个数开始,逐步向前推想,选择合适的运算符号或括号添上去,得到等式右边的结果。

凑数法就是先用等式左边前面的一些数,采用凑数的方法凑出一个与等式右边的结果比较接近的数,然后再将等式左边后面的数字采用凑数的方法对前面得出的比较接近的数进行调整,增加或减少一部分数,使之得出等式右边的结果。

不论逆推法还是凑数法都是一种分析思考方法,都依赖于分析推理的正确性。

例 1 在下面的五个 5 之间,添上适当的运算符号 +、-、×、÷ 和 (),使得下面的算式成立。

$$5 \ 5 \ 5 \ 5 \ 5 = 10 \quad (1)$$

分析 我们从(1)式左边后面的一个 5 逐步向前推想即采用逆推法来解,如果添的是“+”号,那么(1)式变成

$$5 \ 5 \ 5 \ 5 + 5 = 10 \quad (2)$$

即变为 $5 \ 5 \ 5 \ 5 = 5 \quad (3)$

再重复上面的推想法,在(3)式左边最后一个 5 前面又添上“+”号,则(3)式变成

$$5 \ 5 \ 5 + 5 = 5$$

即变成 $5 \ 5 \ 5 = 0 \quad (4)$

对于(4)式是很容易推想出来的,且有多种解法。如果(1)式最后一个 5 前面添“-”、“×”、“÷”,可进行同样分析。

解 $(5 - 5) \times 5 + 5 + 5 = 10$

$$5 \times (5 - 5) + 5 + 5 = 10$$

$$(5 - 5) \div 5 + 5 + 5 = 10$$

$$5 \times 5 - 5 - 5 - 5 = 10$$

$$(5 \times 5 + 5 \times 5) \div 5 = 10$$

$$(5 \div 5 + 5 \div 5) \times 5 = 10$$

$$55 \div 5 - 5 \div 5 = 10$$

注意 添运算符号不仅可以从两个数字之间添,也可以在相邻的几个数字之间添。

例 2 在下面的九个 8 之间,添上适当的运算符号“+”、“-”、“×”、“÷”和(),使得下面的算式成立。

$$8 \quad 8 = 400$$

分析 由于算式左边给出的数字较多,采用逆推法相当麻烦,因此考虑用凑数法来解,先用算式左边前面的一些 8 凑出一个与算式右边结果比较接近的数,如 $(8+8+8+8+8+8) \times 8 = 384$,这个数比 400 小 16,而在九个 8 中只剩下两个 8,因此原来的问题就转化成下面的问题:能否用两个 8 经过适当的四则运算得出一个等于 16 的算式呢? 这是很容易实现的,例如 $8+8=16$,这样问题就得到解决。

解(一) $(8+8+8+8+8+8) \times 8+8+8=400$

如果先用算式中的前五个 8 凑成与 400 相接近的数,即 $(8+8+8) \times (8+8)=384$,这个数与 400 仍相差 16,而在九个 8 中还剩下四个 8,因此原来的问题就转化成能否用四个 8 经过适当的四则运算和添括号得出一个等于 16 的算式呢? 这是比较容易实现的,而且方法较多,例如 $8+8+8-8=16$ 、 $8+8 \times (8 \div 8)=16$ 、 $(8+8) \times 8 \div 8=16$ 、 $8 \times 8 \div 8+8=16$ 。

对于原式也就可以得出多种解法。

解(二) $(8+8+8) \times (8+8)+8+8+8-8=400$

$$(8+8+8) \times (8+8)+8+8 \times (8 \div 8)=400$$

$$(8+8+8) \times (8+8)+(8+8) \times 8 \div 8=400$$

$$(8+8+8) \times (8+8)+8 \times 8 \div 8+8=400$$

试一试,你还能找到例 2 的不同解吗?

例 3 在下面的十三个 9 之间,添上适当的运算符号“+”、

“—”、“×”、“÷”和()，使得下面的算式成立。

$$9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9=2000$$

分析 由于上式左边给出的数字较多，仍考虑用凑数法来解。先用算式左边前面的一些 9 凑出一个与算式右边结果比较接近的数，如 $9999 \div 9 + 999 = 2110$ ，这个数比算式右边的结果 2000 大 110，而在原来的十三个 9 中只剩下五个 9，因此原来的问题就转化成下面的问题：能否用五个 9 经过适当的四则运算得出一个等于 110 的算式呢？这是比较容易实现的，例如 $99 + 99 \div 9 = 110$ ，这样整个问题就得到解决。

解(一) $9999 \div 9 + 999 - (99 + 99 \div 9) = 2000$

或 $9999 \div 9 + 999 - 99 - 99 \div 9 = 2000$

如果先用算式左边的前八个 9 凑成一个与算式右边结果 2000 相接近的数，即 $9999 \div 9 + 99 \times 9 = 2002$ ，这个数与 2000 只相差 2，而在十三个 9 中还剩下五个 9，因此问题就转化成能否用五个 9 经过适当的四则运算和添括号得出一个等于 2 的算式，这也是比较容易实现的，例如 $(9+9) \div 9 + 9 - 9 = 2$ ，或 $(9+9) \div 9 \times (9 \div 9) = 2$ 。

对于原式也就可以得出两种解法。

解(二) $9999 \div 9 + 99 \times 9 - (9+9) \div 9 + 9 - 9 = 2000$

$$9999 \div 9 + 99 \times 9 - (9+9) \div 9 \times (9 \div 9) = 2000$$

$$9999 \div 9 + 99 \times 9 - (9+9) \div 9 \times 9 \div 9 = 2000$$

如果先用算式左边的前六个 9 凑成与算式右边结果 2000 相接近的数，即 $999 + 999 = 1998$ ，这个数与 2000 仍相差 2，而在左边十三个 9 中还剩下七个 9，因此原来的问题就转化成能否用七个 9 经过适当的四则运算和添括号得出一个等于 2 的算式呢？这是比较容易实现的，而且方法较多，例如

$$(9+9) \div 9 + 9 - 9 + 9 - 9 = 2, (9+9) \div 9 + 9 \div 9 - 9 \div 9 = 2$$

$$(9+9) \div 9 + 99 - 99 = 2, (9+9) \div 9 \times 99 \div 99 = 2$$

对于原式就可以得出多种解法。

解(三) $999 + 999 + (9+9) \div 9 + 9 - 9 + 9 - 9 = 2000$

$$999 + 999 + (9+9) \div 9 + 9 \div 9 - 9 \div 9 = 2000$$

$$999 + 999 + (9+9) \div 9 + 99 - 99 = 2000$$

$$999 + 999 + (9+9) \div 9 \times 99 \div 99 = 2000$$

试一试,你还能找到与例3不同的解法吗?

例4 在下面算式中适当地添上运算符号“+”、“-”,使得等式成立。

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 = 100$$

分析:这个题由于算式左边是一些不同的数字,同时指定只能添四则运算中的“+”、“-”,因此宜采用逆推的方法求解。

如果在左边最后一个数字9的前面添“-”号就是

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 - 9 = 100$$

这样就需要把1 2 3 4 5 6 7 8凑成109,又在8前面添上一个“+”号,就是1 2 3 4 5 6 7 + 8 = 109,这样就需要把1 2 3 4 5 6 7凑成101,而这个等式比较容易凑成。就是 $123 + 45 - 67 = 101$,于是找到了一个解,就是

解(一) $123 + 45 - 67 + 8 - 9 = 100$

如果用逆推法从算式左边最后两个数字89的前面添上一个“+”号,就是1 2 3 4 5 6 7 + 89 = 100,这样就需要把1 2 3 4 5 6 7凑成11,而这个算式比较容易凑成,即 $12 - 3 - 4 + 5 - 6 + 7 = 11$,或 $123 - 45 - 67 = 11$,于是又找到了原式的两个解,就是

解(二) $12 - 3 - 4 + 5 - 6 + 7 + 89 = 100$

$$123 - 45 - 67 + 89 = 100$$

试一试,你还能找到与例4不同的解法吗?

例5 在下面等式中适当地添上运算符号“+”、“-”、“×”、“÷”,使得等式成立。

$$9 \ 8 \ 7 \ 6 \ 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 = 20$$

分析 这道题我们从头开始分析,因为 $40 - 20 = 20$,因此我们考虑能否从算式左边这些数字通过四则运算凑出 40 与 20 来呢? 试一试,用 $98 + 7 = 105$, $105 - 65 = 40$,然后再用左边剩下的 $4, 3, 2, 1$ 通过四则运算凑出一个 20 来,而 $21 - 4 + 3 = 20$,这样原式就容易求出解了。

解 $98 + 7 - 65 + 4 - 3 - 21 = 20$

例 6 在下面算式左边的合适地方,添上(),使得结果等于右边的已知数。

$$1 + 2 \times 3 + 4 \times 5 + 6 \times 7 + 8 \times 9 = 303$$

分析 这道题的运算符号是已经确定了的,要求我们添上括号,从而改变原来算式的运算顺序,而使计算的结果等于右边的已知数,因此我们采用逆推的想法。先从算式右边的结果 303 减去左边最后的 8×9 ,即 $303 - 8 \times 9 = 231$,再想 231 与 7 有什么运算关系,而 $231 \div 7 = 33$,如果我们能在算式左边前面的一段算式凑出 33 来,本题就能得到解决,而 $1 + 2 \times 3 + 4 \times 5 + 6$ 正好等于 33。故只需在这段算式加上括号。

解 $(1 + 2 \times 3 + 4 \times 5 + 6) \times 7 + 8 \times 9 = 303$

例 7 在下面算式左边合适的地方,添上“()”和“[]”,使计算结果等于右边的已知数。

$$1 + 2 \times 3 + 4 \times 5 + 6 \times 7 + 8 \times 9 = 1305$$

分析 对本题只能采用尝试与逆推相结合的方法探索“()”和“[]”该加在何处,首先从算式右边结果 1305 与左边最后的 9 进行分析,它们之间恰好有倍数关系,如果将括号加到“ $\times 9$ ”之前为止,就是 $(1 + 2 \times 3 + 4 \times 5 + 6 \times 7 + 8) \times 9 = 1305$,根据逆运算关系就有 $1 + 2 \times 3 + 4 \times 5 + 6 \times 7 + 8 = 1305 \div 9$,也就有 $1 + 2 \times 3 + 4 \times 5 + 6 \times 7 + 8 = 145$,而这个算式左边若直接计算只等于 77,因而要加括号改变原来的运算顺序,使计算结果等于 145。

如果我们将上式左边“ $\times 5$ ”之前加上一个(),则有 $(1 + 2 \times 3$

$(+4) \times 5 + 6 \times 7 + 8$ 仍不等于 145, 必须使后面的 $6 \times 7 + 8$ 再添上括号而使计算的结果加大, 现考虑对 $7 + 8$ 再添上“()”则有 $6 \times (7 + 8) = 90$, 而 $(1 + 2 \times 3 + 4) \times 5 = 55$, 此两部分的和恰好等于 145, 即有 $(1 + 2 \times 3 + 4) \times 5 + 6 \times (7 + 8) = 145$, 至此得出本题的解法。

解 $[(1 + 2 \times 3 + 4) \times 5 + 6 \times (7 + 8)] \times 9 = 1305$

练习一

1. 从“+”、“-”、“×”、“÷”等运算符号中挑出合适的符号,添入下列各式的合适地方,使计算结果等于已知数。

(1) 5 5 5 5 5=1 (2) 5 5 5 5 5=2

(3) 5 5 5 5 5=3 (4) 5 5 5 5 5=4

(5) 9 9 9 9 9=10 (6) 9 9 9 9 9=12

2. 下面是一些没有写完全的算式,请在左边的数之间添上合适的“+”、“-”、“×”、“÷”运算符号和括号,使算式成立。

(1) 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2=1999

(2) 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4=1996

(3) 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8=2000

3. 从“+”、“-”、“×”、“÷”、“()”中,挑选出合适的符号添入下列各算式的左边,使计算结果等于右边已知数。

(1) 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3=2000

(2) 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6=2000

(3) 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7=2000

4. 只添一些加号于下列各式左边的合适地方,使计算结果等于右边的已知数。

(1) 1 2 3 4 5 6 7 8 9=90

(2) 1 2 3 4 5 6 7 8 9=99

5. 只添一些加号和减号于下列各式的合适地方,使左边各数计算的结果等于右边已知数。

(1) 9 8 7 6 5 4 3 2 1=21

(2) 9 8 7 6 5 4 3 2 1=23

6. 在下列各式左边的合适地方,添上()和[],使计算结果等于右边的已知数。

$$(1) 1+2\times 3+4\times 5+6\times 7+8\times 9=4455$$

$$(2) 1+2\times 3+4\times 5+6\times 7+8\times 9=1395$$

第二节 智解算式谜

算式谜是一种猜谜游戏,通常是给出某个算术运算的式子(竖式或横式),但式中含有一些用文字、字母、符号、方框表示的待定数字,要求我们根据四则运算法则和逻辑推理的方法将这些待定数字找出来。

解答算式谜问题一般按三个步骤进行分析思考:

一、审题 通过仔细审题,找出算式中隐含的数量之间的关系和特征,这是确定各空格应填什么数字及确定各个待定数字的主要依据。

二、选择解题突破口 在审题的基础上,根据已知的数量关系,找出算式中比较容易填出的空格作为解题突破口,这一步是解题的关键。突破口的选择,往往是以确定某个数(加数、减数、乘数、除数、商)的首位或个位入手。

三、逐步确定各个空格应该填什么数字,或者确定式中的汉字、字母各代表什么数字

在解答数字谜的过程中,除了从分析数字间的关系推断出结果外,还常常借助估算和分析缩小所求数字的取值范围,或者采用枚举和筛选的方法淘汰不合题意的结果,寻找出适合题意的答案。

(一) 加、减竖式谜

例 1 在下面的加法竖式的空格内,各填入一个合适的数字,使算式成立。

$$\begin{array}{r}
 & \boxed{} & 2 & 2 \\
 + & \boxed{} & 9 & \boxed{} \\
 \hline
 & \boxed{} & 8 & 2 & \boxed{}
 \end{array}$$

分析与解 由竖式观察，两个三位数相加，而和为四位数，故确定第二个加数个位上的数字是关键，它也就是解题突破口。

①填个位。先由算式的十位可以看出，个位数相加的和必须满 10，向十位进 1，由此可知第二个加数的个位上只能填 8 或 9。

②填千位。由竖式中和的百位上是数字 8，说明百位上两数相加只能向千位进 1，(百位上就是 $\boxed{} + \boxed{} + 1 = 18$ 由十位相加和满 10 向百位进 1)，故千位上填 1。

③填百位。观察竖式中十位两数之和必须向百位进 1，就是 $\boxed{} + \boxed{} + 1 = 18$ ，即 $\boxed{} + \boxed{} = 17$ ，所以百位上的两个 $\boxed{}$ 只能填 8 和 9。

本题共有下面四种解：

$$\begin{array}{r}
 \boxed{9} & 2 & 2 \\
 + & \boxed{8} & 9 & \boxed{8} \\
 \hline
 \boxed{1} & 8 & 2 & \boxed{0}
 \end{array}, \quad
 \begin{array}{r}
 \boxed{8} & 2 & 2 \\
 + & \boxed{9} & 9 & \boxed{8} \\
 \hline
 \boxed{1} & 8 & 2 & \boxed{0}
 \end{array},$$

$$\begin{array}{r}
 \boxed{9} & 2 & 2 \\
 + & \boxed{8} & 9 & \boxed{9} \\
 \hline
 \boxed{1} & 8 & 2 & \boxed{1}
 \end{array}, \quad
 \begin{array}{r}
 \boxed{8} & 2 & 2 \\
 + & \boxed{9} & 9 & \boxed{9} \\
 \hline
 \boxed{1} & 8 & 2 & \boxed{1}
 \end{array}.$$

例 2 在下面竖式的方框内，各填入一个合适的数字，使算式成立。

$$\begin{array}{r}
 5 \ 3 \ \boxed{\quad} \ 0 \\
 - \ \boxed{\quad} \ \boxed{\quad} \ 1 \ \boxed{\quad} \\
 \hline
 1 \ 9 \ 8 \ 9
 \end{array}$$

分析与解 观察本题，已知两数的差，而被减数的十位上的数待定，故选择填减数的个位数字作为解题突破口。

①填个位。观察算式的个位数， $0 - \boxed{\quad} = 9$ ，必须向十位借 1 然后相减，而 $10 - 1 = 9$ ，故个位的 $\boxed{\quad}$ 中应填 1。

②填十位。由差的十位数是 8，则有 $\boxed{\quad} - 1 - 1 = 8$ （因个位不够减曾向十位借 1），说明十位不够减，必须向百位借 1，然后得 $10 - 1 - 1 = 8$ ，故 $\boxed{\quad}$ 中应填 0。

③填百位。由差的百位是 9，被减数的百位是 3，必须向千位借 1， $13 - \boxed{\quad} - 1 = 9$ ，（因十位不够减，曾向百位借 1），因此 $\boxed{\quad} = 13 - 1 - 9$ ， $\boxed{\quad}$ 内应填的数是 3。

④填千位。由差的千位是 1，就是 $5 - \boxed{\quad} - 1 = 1$ （百位不够减，曾向千位借 1），因此 $\boxed{\quad} = 5 - 1 - 1$ ，故 $\boxed{\quad}$ 内应填的数是 3。

本题有下列一种解：

$$\begin{array}{r}
 5 \ 3 \ \boxed{0} \ 0 \\
 - \ \boxed{3} \ \boxed{3} \ 1 \ \boxed{1} \\
 \hline
 1 \ 9 \ 8 \ 9
 \end{array}$$

例 3 在下面算式的方框内，各填上一个适合的数字，使算式成立。