

第 4 篇 机 构

主要撰稿 阮忠唐 熊绮华 雷淑存 田惠民
殷鸿樑 王德夫
审 稿 王德夫 成大先

第 1 章 机构分析的常用方法^[1~9]

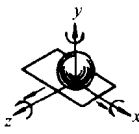

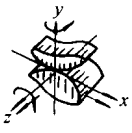

1 机构的自由度分析

1.1 常用术语的概念

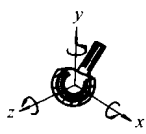

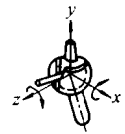

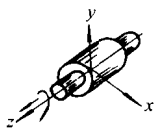

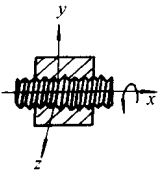

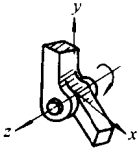
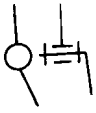
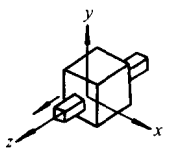
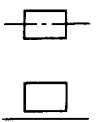
表 4-1-1

术 语	意 义	术 语	意 义
构件	组成机构的各相对运动的单元	主动件	这三个轴的独立移动 S_x 、 S_y 、 S_z 。而在作平面运动时只具有三个独立运动参数，如 S_x 、 S_y 和 θ_z 。 由外界给予的确定独立运动或力的构件。一般与机架相连，又称原动件、起始构件或输入构件
运动副	两构件直接接触而又保持一定相对运动的连接。按所加的约束条件数的多少，可将运动副分为五级，见表 4-1-2	从动件	机构中除机架和主动件以外的构件都叫从动件。其中直接输出运动或力的构件叫输出构件
高副	点或线接触的运动副	机架	机构中用以支持运动构件的构件，通常把它看成是相对静止的，用作研究运动的参考坐标
低副	面接触的运动副	机构	两个以上的构件以机架为基础，由运动副以一定方式联接形成的具有确定相对运动的构件系统。其运动特性取决于构件间的相对尺寸、运动副的性质以及其相互配置方式
闭式运动副	用几何形状来保证接触的运动副	平面机构	各构件均在相互平行的平面内运动的机构
开式运动副	依靠外力来保证接触的运动副	空间机构	各构件不在相互平行的平面内运动的机构
约束	限制系统运动自由的条件		
自由度	描述或确定一个系统（构件也是一个简单系统）的运动（或状态，如位置）所必需的独立参变量（或坐标数）。例如一个不受任何约束的自由构件，在空间运动时，具有六个独立运动参数（自由度），即绕 x 、 y 、 z 轴的三个独立转动 θ_x 、 θ_y 、 θ_z 和沿		

表 4-1-2 运动副的分类

名 称	图 例	简图符号	副级	代号	约束条件	自由度
球面高副			I	P_1	S_y	5
柱面高副 ^①			II	P_2	S_y 、 θ_x	4

续表

名称	图例	简图符号	副级	代号	约束条件	自由度
闭式空间 运动副	球面低副 		III	P_3	S_x, S_z, S_y	3
	球销副 		IV	P_4	S_x, S_z, S_y, θ_y	2
	圆柱套筒副 		IV	P_4	$S_x, \theta_x, S_y, \theta_y$	2
	螺旋副 		V	P_5	$S_x, S_z, \theta_x, S_y, \theta_y$	1
闭式平面 运动副	回转副 		V	P_5	$S_x, \theta_x, S_z, S_y, \theta_y$	1
	移动副 		V	P_5	$S_x, \theta_x, \theta_z, S_y, \theta_y$	1

① 对柱面高副再增加 S_x, θ_y 的约束条件则变成二自由度的开式平面滚滑高副；若再增加约束条件 S_x ，则其变成一个自由度的开式平面纯滚动高副。

1.2 机构的运动简图和机动示意图

表 4-1-3 机构运动简图的画法

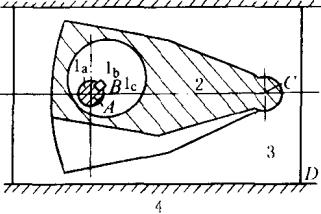
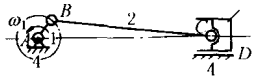
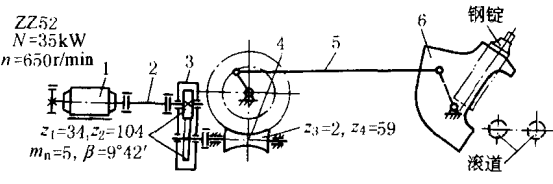
定 义	画 法	图 例
<p>机构运动简图是把组成机构的构件和运动副，用表 4-1-2、表 4-1-4 的符号按尺寸比例画出的图形。它与原机构有完全相当的运动；可用来表达机构的组成和传动情况，便于进行机构的运动和受力分析。不按尺寸比例绘制的机构运动简图称为机动示意图</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 确定机架及活动构件数，标上编号；如图 a 中有主动件 1 (包括 1_a、1_b、1_c 等组成)、连杆 2、滑块 3 共三个活动构件及机架 4 2. 由相邻两构件间的相对运动性质，定出运动副要素：转动副中心位置、移动副导路的方位和高副廓线的形状等，如图 a 中构件 4 与 1_a、1 与 2、2 与 3 分别绕 A、B、C 相对转动，是三个五级回转副，3 和 4 可沿 AC 方位相对移动，是一个五级移动副。构件上转动副中心的连线即代表该构件的长度 3. 选择恰当的视图 (图 a 选择垂直 1_a 的平面为主视图)，以主动件的某一位置为作图位置 (以主动件 1 与水平线呈某角度)，用表 4-1-4 符号，根据构件尺寸按比例画出机构运动简图 b 4. 必要时应标出主动件的运动方向和参数，如转速、功率或转矩，以及齿轮的齿数，模数等，如图 c 	 <p>(a) 冲床的曲柄滑块机构</p>  <p>(b) 曲柄滑块机构简图</p>  <p>(c) 运锭车翻斗机构简图</p> <p>1—电机；2—传动轴；3—减速器； 4—蜗杆；5—连杆；6—翻斗</p> <p>作图比例尺： $\mu(m/mm) = \frac{\text{构件的实际长度}(m)}{\text{简图上代表构件的线段长度}(mm)}$ 即图上每 mm 长度代表构件的实际长度 μm</p>


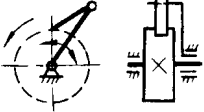
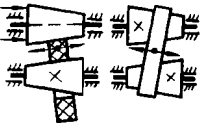
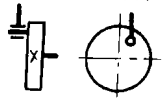

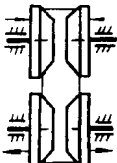
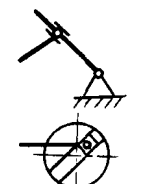

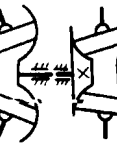
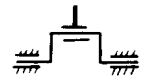
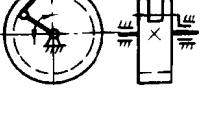
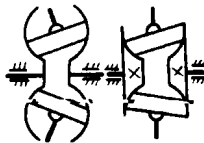
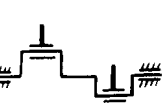
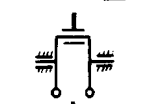
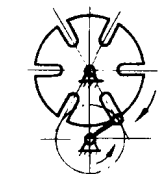
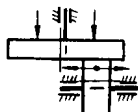
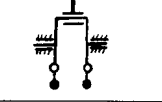
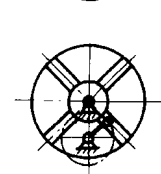
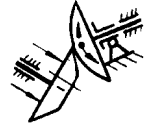
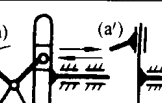
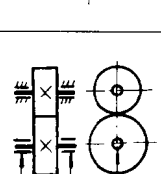

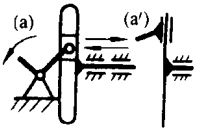
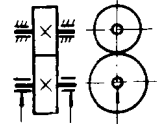

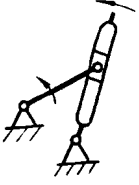
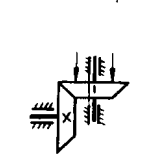
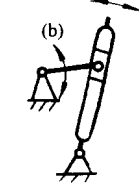
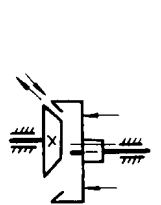
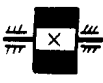
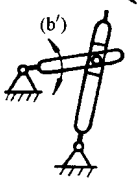

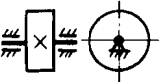
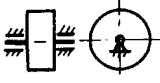
表 4-1-4

机动示意图中的规定符号 (GB/T 4460—1984)

名称	符号	名称	符号	名称	符号				
1. 机件的几何轴线		9. 杆与固定支点的连接 (连架杆)		单向滑动推力轴承					
2. 轴、连杆等		活销连接		双向滑动推力轴承					
3. 运动的性质和方向		移动连接		13. 滚动轴承					
单向直线运动		活球连接				向心球轴承			
往复直线运动		10. 轴、杆的连接	牢固连接			向心球面球轴承 (自动调心型)			
单向转动						活销连接		单向向心推力球轴承	
摆动						活球连接		双向向心推力球轴承	
交替移动或摆动						两杆间牢固连接而与第三杆	用活销连接或活球连接	单向推力球轴承	
滑移		单向转动						双向推力球轴承	
间歇移动		摆动						单向滚子轴承	
间歇转动		交替移动或摆动				圆锥滚子轴承			
往复间歇运动		滑移				滚针轴承			
一端停歇		间歇移动				14. 零件与轴的连接			
两端停歇		间歇转动						活动连接	
往复间歇摆动		一端停歇						导键连接 (可相对滑动)	
一端停歇		两端停歇		固定键连接					
4. 点的轨迹 (路线)		11. 仅指明受力方向而不区分滑动或滚动的轴承		双向向心推力球轴承					
5. 轴的回转		单向向心推力轴承		向心滚子轴承					
顺时针回转		双向向心推力轴承		圆锥滚子轴承					
逆时针回转		单向推力轴承				滚针轴承			
两个方向回转		双向推力轴承		12. 滑动轴承					
6. 固定不动的轴、杆等		向心滑动轴承				自动调心的向心滑动轴承			
7. 往复运动的固定支点的滑动的		单向向心推力轴承				双向向心推力轴承			
滚动的									
8. 机架									

续表

名称	符号	名称	符号	名称	符号
拉键连接		双向式一般表示法		初带式	
花键连接		双向电磁式		圆盘式	
牢固连接		双向液压或气动式		电磁圆盘式	
15. 轴与轴的连接		锥体式		气动圆盘式	
紧固连接		双向锥体式		20. 平凸轮	
带安全装置的紧固连接		圆盘式		纵向移动式	
弹性连接		双向圆盘式		圆盘式	
万向联轴器连接		切块式		21. 滚筒凸轮	
伸缩套合连接		胀环式		圆柱式	
浮动联轴器连接		18. 自动离合器		圆锥式	
齿轮联轴器连接		单向超越式		双曲面式	
安全联轴器连接		双向超越式		22. 凸轮从动件	
16. 啮合式离合器		离心式		23. 在固定导轨内的滑块	
单向式		19. 制动器		24. 汽缸与活塞	
双向式		锥体式		播杆式	
17. 摩擦式离合器		切块式		固定连杆式	
不指明类型的一般表示法				摆动缸式	
单向式(一般表示法)					
单向电磁式					
单向液压或气动式					

名称	符号	名称	符号	名称	符号
25. 曲柄与 连杆连接		28. 棘轮机 构		带可调节的 圆锥滚轮	
半径固定		单向外接			
半径可变		双向外接			
26. 曲轴与 连杆连接		单向内接		带曲线母线的 工作体和可 调节的倾斜滚 轮	
单曲轴式					
多曲轴式		29. 槽轮机 构(马尔他机 构)		可调节的圆 盘滚轮	
带固定平衡 锤		外接		带有可调节 的球面和圆锥 面(圆柱面)的 滚轮	
带配重平衡 锤		内接			
27. 曲柄连 杆机构 (a)和(a') 带直线运动连 杆		30. 摩擦传 动		带有变换旋 转运动为螺旋 运动的双曲面 滚轮	
带回转运动 连杆		带圆柱滚轮			
(b)带摆动 连杆		带圆锥滚轮		31. 装在轴 上的飞轮	
(b')带可变 半径的摆动连 杆		带可调节的 圆锥滚轮		32. 装在轴 上的皮带轮 固联	
				空转	

续表

名称	符号	名称	符号	名称	符号
33. 固定在轴上的塔轮		37. 圆胶带及绳索传动		41. 两轴线交错的齿轮啮合 圆锥齿轮传动	
34. 平型带传动 开口式		38. 链条传动 不指明类型的一般表示法		准双曲面齿轮啮合	
带张紧轮的开口式		滚子链条		蜗轮和圆柱蜗杆的传动	
交叉式		无声链条		球面蜗杆传动	
半交叉式		39. 两轴线平行的圆柱齿轮传动 外啮合——不指明齿形的一般表示法		螺旋齿传动	
转向式		外啮合——直齿和斜齿的表示法			
		内啮合		42. 齿条啮合 不指明齿形的一般表示	
35. 皮带拨叉		40. 两轴线相交的圆锥齿轮传动 不指明齿形的一般表示法		直齿、斜齿和人字齿的啮合	
36. V带传动		直齿、螺旋齿曲线齿的啮合		蜗线齿条和蜗杆的啮合	
				齿条和蜗杆的啮合	
				43. 传动螺杆	

名称	符号	名称	符号	名称	符号
44. 在传动螺杆上的螺母 整体螺母		46. 弹簧		48. 三运动副杆件	
带滚珠的整体螺母		压缩弹簧			
对开螺母		拉伸弹簧			
45. 原动机 不指明类型的一般表示法		锥形弹簧		49. 四运动副杆件	
电机的一般表示法		碟形弹簧			
备注:在图样上同时有电机和发电机时,为区别起见在电机上加注字母 M 或适当的符号		板弹簧		50. 凸轮机构	
装在支架上的电动机		涡卷弹簧			
带法兰盘的电机		片弹簧			
装在机器内的电机		47. 二运动副杆件		空间凸轮机构	

1.3 机构的自由度分析

在设计新的机构或分析一个现有的机构时,应明确给定几个主动件,机构才能有确定的相对运动,因此首先要分析机构的自由度是多少。要使机构实现预期的确定运动,无论是平面机构或空间机构,其自由度 W 都必须满足。

(1) $W > 0$; (2) W 数等于机构的主动件数。

如果 $W = 0$, 则机构不能运动; $W > 0$ 而主动件数与 W 不等, 则机构不能得到预期的确定运动。符合了这两个条件, 但由于构件尺寸与运动副配置不当, 也有得不到预期确定运动的。

1.3.1 平面机构自由度分析

大多数平面机构的公共约束 $M = 3$, 其自由度为:

$$W = 3n - 2P_5 - P_4 \quad (4-1-1)$$

全部由移动副 (及螺旋副) 组成的平面机构, 其 $M = 4$, 自由度为:

$$W = 2n - P_5 \quad (4-1-1')$$

式中 n —— 机构的活动构件数;

P_5, P_4 —— 分别为五级运动副及作平面运动的高副个数, 参照表 4-1-2 确定。

平面机构自由度分析例题见表 4-1-6。

1.3.2 单封闭环空间机构自由度的计算

单封闭环机构是 $j - n = 1$ 的机构。单封闭环空间机构的自由度为:

$$W = P_5 + 2P_4 + 3P_3 + 4P_2 + 5P_1 - (6 - M)(j - n) \quad (4-1-2)$$

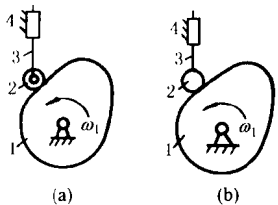
式中 M —— 各构件共同失去的自由度或各运动副共同得到的有效约束数, 称为公共约束数, 用割断机架法 (表 4-1-8) 或参考表 4-1-7 确定;

P_5, P_4, \dots, P_1 —— 分别为 V、IV、…、I 级运动副的个数;

j —— 运动副的总数。

式 (4-1-2) 只适用于单封闭环机构或由 M 相同的单封闭环组成的多封闭环机构。并应考虑表 4-1-5 所列注意事项。

表 4-1-5 计算 W 时的注意事项

注 意 事 项	图 例
<p>去除多余自由度</p> <p>构件与运动副组合后, 所增多的、不影响机构整体运动特性的自由度, 称为多余自由度或局部自由度。采用多余自由度, 一般是为了减少摩擦损失和使运动副表面磨损均匀, 以及补偿制造误差</p>	<div style="text-align: center;">  <p>(a) (b)</p> </div> <p>图 a 中滚子 2 处有一个多余自由度。 $\therefore n = 3 - 1 = 2, P_5 = 3 - 1 = 2, P_4 = 1,$ $\therefore W = 3 \times 2 - 2 \times 2 - 1 = 1$</p>

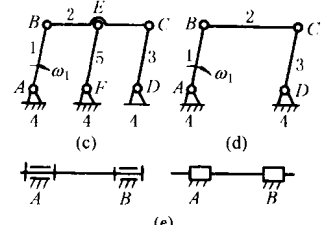
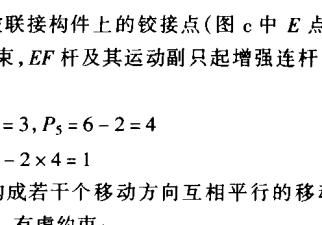
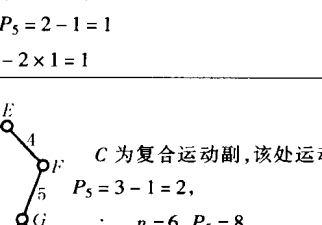
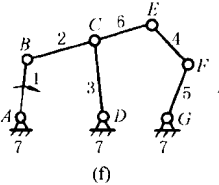
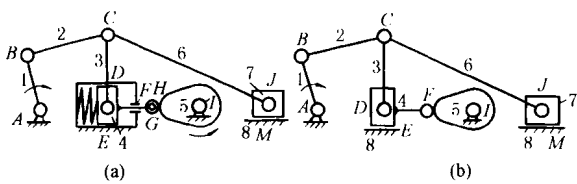
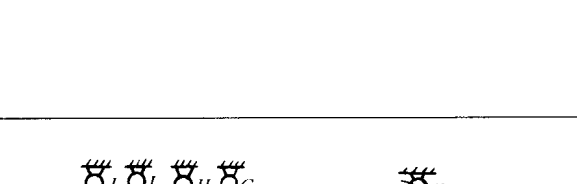
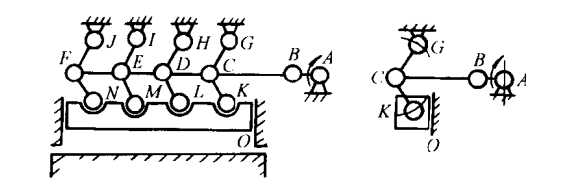
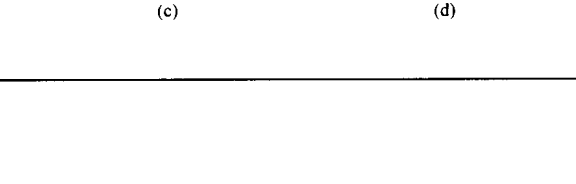
注 意 事 项	图 例
<p>去除虚约束条件</p> <p>在运动副所加的约束条件中,有些约束条件互相重合,重合的约束条件中有一些对构件运动不起约束作用的称为虚约束,亦称消极约束条件,常见的有轨迹重合约束(图c)、两构件间形成二个以上同轴线转动副或导路平行的移动副(图e)、重复结构(表4-1-6图c)</p>	 <p>(c)</p>  <p>(d)</p>  <p>(e)</p> <p>联接构件和被联接构件上的铰接点(图c中E点)的轨迹重合为一时,出现虚约束,EF杆及其运动副只起增强连杆刚性及帮助机构渡过死点</p> <p>图c: $n = 4 - 1 = 3, P_5 = 6 - 2 = 4$ $\therefore W = 3 \times 3 - 2 \times 4 = 1$</p> <p>图e, 两构件构成若干个移动方向互相平行的移动副或轴线互相重合的回转副时,有虚约束:</p> <p>图e中 $n = 1, P_5 = 2 - 1 = 1$ $\therefore W = 3 \times 1 - 2 \times 1 = 1$</p>
<p>正确判断复合运动副的个数</p> <p>两个以上的构件同时在一处以运动副相连接,构成复合运动副。有 m 个构件组成的复合运动副为 $m - 1$ 个</p>	 <p>(f)</p> <p>C 为复合运动副,该处运动副为 $P_5 = 3 - 1 = 2,$ $\therefore n = 6, P_5 = 8$ $\therefore W = 3 \times 6 - 2 \times 8 = 2$</p>

表 4-1-6

平面机构自由度分析例题

	机 构 运 动 示 意 图	自 由 度 分 析 及 结 果
<p>大 筛 机 构</p>	 <p>(a)</p>  <p>(b)</p>	<p>各机构均在同一平面运动,为 $M = 3$ 的平面机构。 $n = 7, A, B, C, D, G, I, J$ 为转动副, E, F, M 为移动副, H 为高副。</p> <p>G 处滚子及转动副为多余自由度, E, F 处活塞及活塞杆与汽缸组成两平行移动副为虚约束,计算运动副时均应减去,按图 b 分析, C 处为复合铰链转动副应为 $3 - 1 = 2$ 个,故 $P_5 = 9, P_4 = 1,$</p> <p>$W = 3 \times 7 - 2 \times 9 - 1 = 2$</p> <p>故除构件 1 外,需再给定构件 5 的位置,构件 7 才能得到确定的运动</p>
<p>压 床 机 构</p>	 <p>(c)</p>  <p>(d)</p>	<p>为 $M = 3$ 的平面机构, A, B, C, \dots, N 均为转动副, O 为移动副,其中 $D, E, F, H, I, J, L, M, N$ 及相应构件构成虚约束,计算运动副时应减去,按图 d 分析, C 处转动副为 $3 - 1 = 2,$ 故 $P_5 = 7, P_4 = 0, n = 5$</p> <p>$W = 3 \times 5 - 2 \times 7 - 0 = 1$</p>

机构运动示意图

自由度分析及结果

牛头刨的主体机构

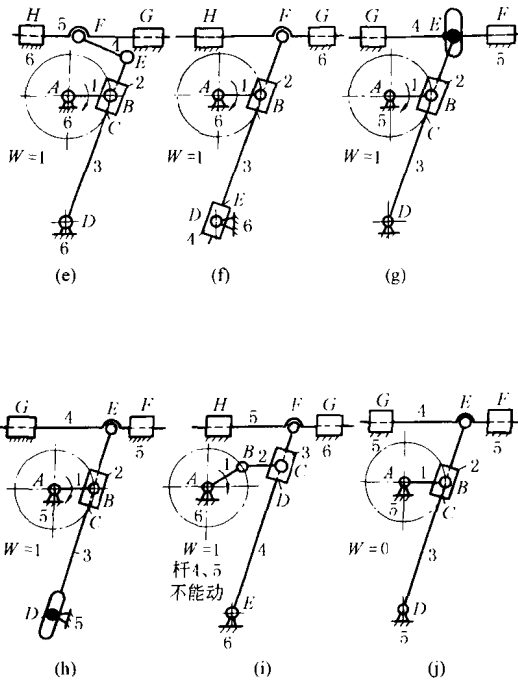


图 e~j 均为 $M=3$ 的平面机构。

图 e, f: $n=5, P_5=7, P_4=0$

$$W=3 \times 5 - 2 \times 7 - 0 = 1$$

图 g, h: 是具有一个高副的结构型式,

$$n=4, P_5=5, P_4=1$$

$$W=3 \times 4 - 2 \times 5 - 1 = 1$$

图 i, j 为错误的结构。

图 i: $n=5, P_5=7, P_4=0$

所以 $W=3 \times 5 - 2 \times 7 - 0 = 1$, 与主动件数相等, 但是只能实现滑块 3 的往复移动, 而不能实现刨头的预期往复移动; 这是由于构件和运动副配置不当所造成的。

图 j: $W=3 \times 4 - 2 \times 6 - 0 = 0$, 所以不能动。图 e, f 较图 j 多了一杆和一 V 级副, 增加了一个自由度; 图 g, h 只是将图 j 中的一个 V 级副改为 II 级高副, 而释放了一个自由度

行星轮系与差动轮系机构

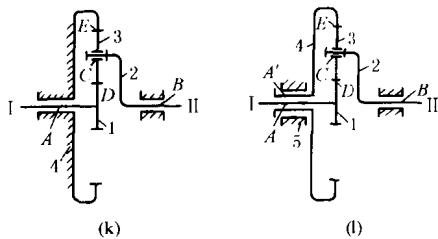


图 k 为行星轮系。A、B、C 为回转副, D、E 为线接触高副。

所以 $n=3, P_5=3, P_4=2$

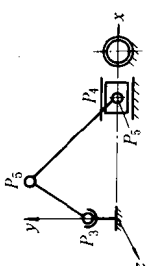
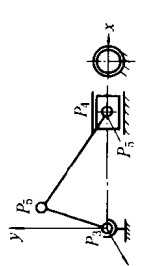
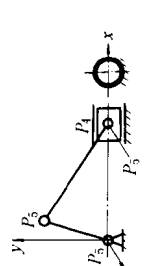
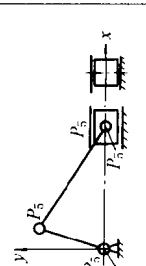
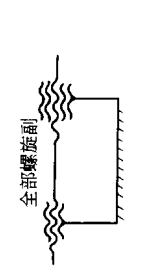
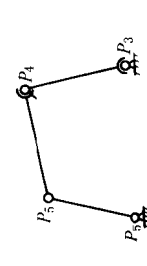
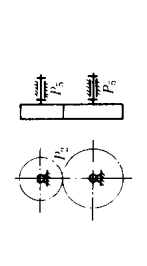
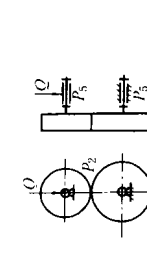
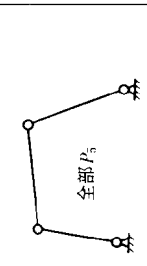
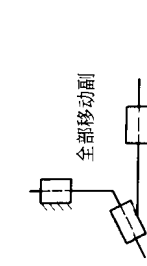
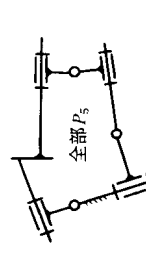
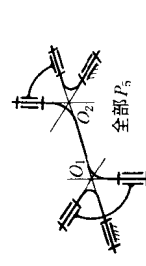
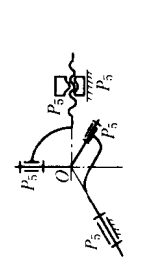
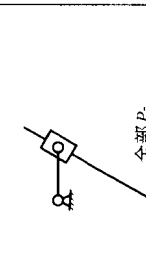
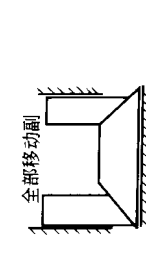
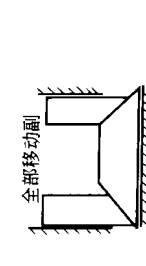
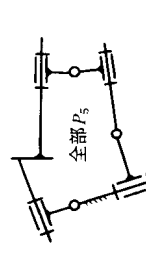
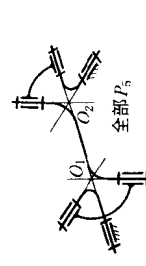
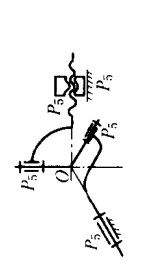
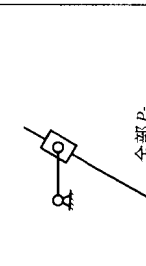
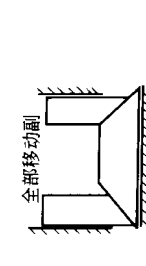
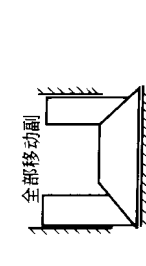
$$W=3 \times 3 - 2 \times 3 - 2 = 1$$

因此, 给 1 轮一个确定运动, 其他构件的运动都完全确定了。如果 4 不固定, 如图 1 成为差动轮系, 则整个机构自由度就发生了变化, 增加了一个构件 5 和一个回转副 A'。

$$n=4, P_5=4, P_4=2, \text{故 } W=3 \times 4 - 2 \times 4 - 2 = 2$$

除给 1 一个确定运动外, 还必须把另外一个构件也控制起来, 机构的运动才能确定

表 4-1-7 确定单闭环机构的 M 的参考表

		M					
		0	1	2	3	4	
机 构 组 成 情 况 举 例	0						
	1						
	2						
	3						

续表

M				
0	1	2	3	4

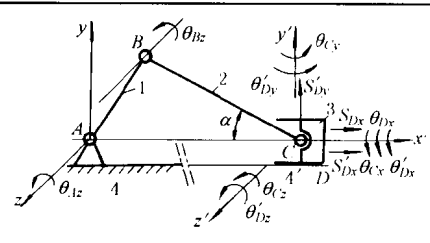
机构组成情况举例

注：本表不包括所有机构，仅举例供参考。



表 4-1-8

用割断机架法确定单闭环空间机构的 M

图例		<p>说明:</p> <ol style="list-style-type: none"> 关键在于建立恰当的坐标系, 利用虚位移原理写出末杆的运动方程式, 写方程式时应就各运动副对末杆产生的运动影响逐个仔细地考查 本例中球副 C 的两个转动 θ_{Cx}、θ_{Cy} 对机构的输出运动是不起作用的, 仅用来补偿制造运动副 A 时所产生的转角误差, 并增大承压面积 						
解 题 步 骤	<ol style="list-style-type: none"> 将图示机构的构件 4 割断, 使 4' 与机架脱离而成为运动链的末杆, 并取 4' 上任一点 D (图中取得与 C 重合) 为原点建立动坐标系, $x'y'z'$ 研究末杆 4' 在开式运动链中可能实现的独立运动 θ'_{Dx}、θ'_{Dy}、θ'_{Dz}、S'_{Dx}、S'_{Dy} 和 S'_{Dz}, 它们是各运动副 A、B、C、D 所允许的独立运动 θ_{Ax}、θ_{Bx}、θ_{Cx}、θ_{Cy}、θ_{Cz}、θ_{Dx}、S_{Dx} 的合成结果, 在研究某一运动副对末杆的影响时, 暂时将其他运动副看成刚化的, 据此列出运动方程式: 	<table border="1"> <thead> <tr> <th>各运动副的独立运动</th> <th>末杆 4' 在各运动副影响下产生的运动及其方程</th> <th>方程组的系数矩阵</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> 回转副 $A: \theta_{Ax}$ 球副 $C: \theta_{Cx}$ θ_{Cy} 圆柱副 $D: \theta_{Dx}$ (回转副 $B: \theta_{Bx}$) </td> <td> $\left. \begin{aligned} & \rightarrow S'_{Dy} = l_{AC}\theta_{Ax} + l_{BC}\cos\alpha\theta_{Bx} \\ & \rightarrow \theta'_{Dz} = \theta_{Ax} + \theta_{Bx} + \theta_{Cz} \\ & \rightarrow \theta'_{Dy} = \theta_{Cy} \\ & \rightarrow \theta'_{Dx} = \theta_{Cx} + \theta_{Dx} \\ & \rightarrow S'_{Dx} = -l_{BC}\sin\alpha\theta_{Bx} + S_{Dx} \\ & S'_{Dz} = 0 \end{aligned} \right\}$ </td> <td> $\begin{bmatrix} \theta_{Ax} & \theta_{Bx} & \theta_{Cz} & \theta_{Cy} & \theta_{Cx} & \theta_{Dx} & S_{Dx} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 - l_{BC} & \sin\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ l_{AC}l_{BC} & \cos\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ </td> </tr> </tbody> </table>	各运动副的独立运动	末杆 4' 在各运动副影响下产生的运动及其方程	方程组的系数矩阵	回转副 $A: \theta_{Ax}$ 球副 $C: \theta_{Cx}$ θ_{Cy} 圆柱副 $D: \theta_{Dx}$ (回转副 $B: \theta_{Bx}$)	$\left. \begin{aligned} & \rightarrow S'_{Dy} = l_{AC}\theta_{Ax} + l_{BC}\cos\alpha\theta_{Bx} \\ & \rightarrow \theta'_{Dz} = \theta_{Ax} + \theta_{Bx} + \theta_{Cz} \\ & \rightarrow \theta'_{Dy} = \theta_{Cy} \\ & \rightarrow \theta'_{Dx} = \theta_{Cx} + \theta_{Dx} \\ & \rightarrow S'_{Dx} = -l_{BC}\sin\alpha\theta_{Bx} + S_{Dx} \\ & S'_{Dz} = 0 \end{aligned} \right\}$	$\begin{bmatrix} \theta_{Ax} & \theta_{Bx} & \theta_{Cz} & \theta_{Cy} & \theta_{Cx} & \theta_{Dx} & S_{Dx} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 - l_{BC} & \sin\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ l_{AC}l_{BC} & \cos\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
	各运动副的独立运动	末杆 4' 在各运动副影响下产生的运动及其方程	方程组的系数矩阵					
回转副 $A: \theta_{Ax}$ 球副 $C: \theta_{Cx}$ θ_{Cy} 圆柱副 $D: \theta_{Dx}$ (回转副 $B: \theta_{Bx}$)	$\left. \begin{aligned} & \rightarrow S'_{Dy} = l_{AC}\theta_{Ax} + l_{BC}\cos\alpha\theta_{Bx} \\ & \rightarrow \theta'_{Dz} = \theta_{Ax} + \theta_{Bx} + \theta_{Cz} \\ & \rightarrow \theta'_{Dy} = \theta_{Cy} \\ & \rightarrow \theta'_{Dx} = \theta_{Cx} + \theta_{Dx} \\ & \rightarrow S'_{Dx} = -l_{BC}\sin\alpha\theta_{Bx} + S_{Dx} \\ & S'_{Dz} = 0 \end{aligned} \right\}$	$\begin{bmatrix} \theta_{Ax} & \theta_{Bx} & \theta_{Cz} & \theta_{Cy} & \theta_{Cx} & \theta_{Dx} & S_{Dx} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 - l_{BC} & \sin\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ l_{AC}l_{BC} & \cos\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$						
<ol style="list-style-type: none"> 将末杆 4' 再与机架固联, 则上列方程组中各式均为零, 为确定这些方程式中有几个是独立的, 列出方程组的系数矩阵, 求出系数矩阵的秩, 则此秩就是上列方程组中独立方程的个数, 也就是被割断的机架 (末杆 4') 的自由度 (独立运动) 数 λ, 图示机构的 $\lambda = 5$, 表现为 θ'_{Dx}、θ'_{Dy}、θ'_{Dz}、S'_{Dx}、S'_{Dy} 割断机架后, 4' 所不能实现的独立运动, 必然是原机构中各运动构件中所共同失去的独立运动, 或运动副共同得到的有效约束——公共约束, 即 $M = 6 - \lambda$, 求得本机构的 $M = 6 - 5 = 1$ <p>对所有机构 $\because 2 \leq \lambda \leq 6 \quad \therefore 0 \leq M \leq 4$</p> <p>考虑到圆柱副的独立运动 θ_{Dx} 对整个运动并无影响, 是多余自由度, 因此, 圆柱副实际相当一个移动副。</p> <p>故图示机构的自由度为: $W = 1 \times 3 + 3 \times 1 - (6 - 1)(4 - 3) = 1$</p>								

1.3.3 多闭环空间机构自由度的计算

- 对于由 M 相同的单闭环机构组成的多闭环机构, 其自由度仍可直接用式 (4-1-2) 计算;
- 对于由 M 不同的单闭环机构组成的多闭环机构, 其自由度应为机构各构件引入运动副后所留下的自由度减去各环割断机架后末杆的自由度 (末杆焊上所失去的自由度) 之差, 即:

$$W = P_5 + 2P_4 + 3P_3 + 4P_2 + 5P_1 - \sum_{i=1}^{i=f-n} \lambda_i \tag{4-1-3}$$

式中 λ_i ——多闭环机构中第 i 个单闭环割断机架后末杆的自由度数 $\lambda_i = 6 - M_i$;

i ——单闭环的编号, 其余符号意义同式 (4-1-2)。

1.3.4 空间机构自由度计算例题

(1) 拖拉机外轮调整机构 (单闭环机构, 图 4-1-1)

由表 4-1-7 查得此机构的 $M = 2$, 表现为不能沿 x 轴移动和绕 z 轴转动:

$n = 4, j = 5, P_5 = 5,$

所以 $W = 1 \times 5 - (6 - 2) \times (5 - 4) = 1$

(2) 割草机割刀机构 (单闭环机构)

1) 设取坐标系如图 4-1-2, 其运动方程式为:

$\theta'_z = \theta_{Dx}$

$\theta'_y = \theta_{Cy} + \theta_{Dy}$

$\theta'_x = \theta_{Ax} + \theta_{Bx} + \theta_{Dx}$

$S'_x = -a\theta_{Ax} - b\theta_{Bx} + c\theta_{Cy} + d\theta_{Dy} + \cos\alpha_4 S_E$

$$S'_y = e\theta_{A_z} + f\theta_{B_z} + g\theta_{D_z} - d\theta_{D_x}$$

$$S'_z = -k\theta_{C_y} - g\theta_{D_y} + \sin\alpha_4 S'_E$$

式中 $a = l_{AB}\sin\alpha_1 - l_{BC}\sin\alpha_2 - h$

$$b = -l_{BC}\sin\alpha_2 - h$$

$$c = l_{CD}\sin\alpha_3 + l_{DE}\sin\alpha_4$$

$$d = l_{DE}\sin\alpha_4$$

$$e = l_{AB}\cos\alpha_1 + l_{BC}\cos\alpha_2 + l_{CD}\cos\alpha_3 + l_{DE}\cos\alpha_4$$

$$f = l_{BC}\cos\alpha_2 + l_{CD}\cos\alpha_3 + l_{DE}\cos\alpha_4$$

$$g = l_{DE}\cos\alpha_4$$

$$k = l_{CD}\cos\alpha_3 + l_{DE}\cos\alpha_4$$

2) 求系数矩阵的秩: $\lambda = 6$, 即 $M = 6 - 6 = 0$

3) 机构的自由度: 此机构中 $n = 4$, $j = 5$, $P_5 = 4$, $P_3 = 1$

$$\therefore W = 1 \times 4 + 3 \times 1 - (6 - 0) \times (5 - 4) = 1$$

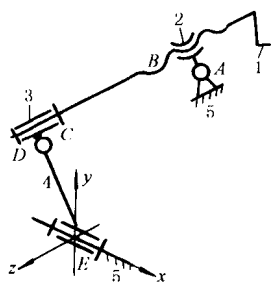


图 4-1-1 拖拉机外轮调整机构

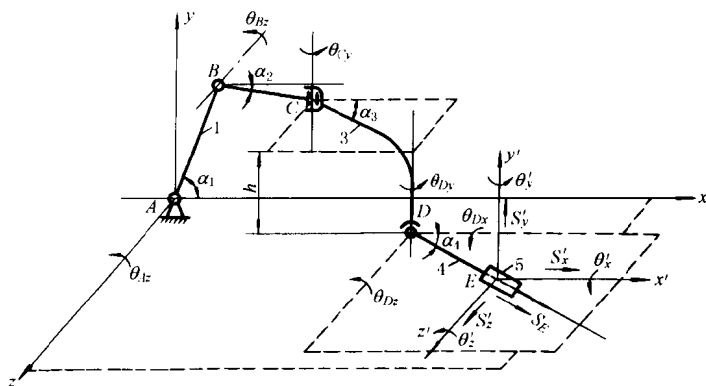


图 4-1-2 割草机割刀机构

(3) 谷物收获机的割刀机构 (多封闭环机构, 图 4-1-3)

$n = 6$, $j = 8$, $P_3 = 1$, $P_5 = 7$, 所以 $j - n = 2$ 为空间双闭环机构。

闭环 I 为 7-1-2-3-4-7, 闭环 II 为 7-4-5-6-7。分别求出环 I 和环 II 的 λ , 由式 (4-1-3) 可求出整个机构的自由度。

1) 闭环 I: 设取坐标系如图 4-1-4, 其运动方程式为:

$$\theta'_x = \theta_{C_x} + \theta_{D_x} + \theta_{E_x}$$

$$\theta'_y = \theta_{D_y}$$

$$\theta'_z = \theta_{A_z} + \theta_{B_z} + \theta_{D_z}$$

$$S'_x = -a\theta_{A_z} - b\theta_{B_z} + c\theta_{D_y} - d\theta_{D_x}$$

$$S'_y = e\theta_{A_z} + f\theta_{B_z} - g\theta_{C_x} - h\theta_{D_x}$$

$$S'_z = -i\theta_{C_x} - j\theta_{D_x}$$

式中 $a = l_{AB}\sin\alpha_1 - l_{BC}\sin\alpha_2 - l_{CD}\sin\alpha_3 - l_{DE}\sin\alpha_4$

$$b = -l_{BC}\sin\alpha_2 - l_{CD}\sin\alpha_3 - l_{DE}\sin\alpha_4$$

$$c = l_{DE}\cos\alpha_4$$

$$d = -l_{DE}\sin\alpha_4$$

$$e = l_{AB}\cos\alpha_1 + l_{BC}\cos\alpha_2 + l_{CD}\cos\alpha_3\cos\beta$$

$$f = l_{BC}\cos\alpha_2 + l_{CD}\cos\alpha_3\cos\beta$$

$$g = l_{CD}\cos\alpha_3\sin\beta + l_{DE}\cos\alpha_4$$

$$h = l_{DE}\cos\alpha_4$$

$$i = l_{CD}\sin\alpha_3 + l_{DE}\sin\alpha_4$$

$$j = l_{DE}\sin\alpha_4$$

经求解此系数矩阵为满秩, 即 $\lambda_I = 6$, $\therefore M = 0$

2) 闭环 II: 为一平面曲柄滑块机构, 其 $M = 3$, $\lambda_{II} = 3$, 由式 (4-1-2) 得:

$$W = 1 \times 7 + 3 \times 1 - (6 + 3) = 1$$