高中同步类型题规范解题题典 2001

海淀名师

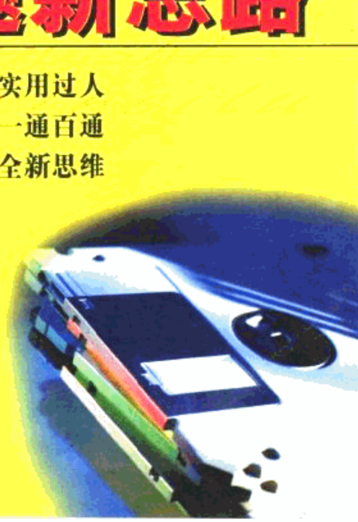
赵权忠 刘玉艳 主编

解题新思路

- 同步题解 实用过人
- 名题典范 一通百通
- 读题解题 全新思维

（上册）

高二数学



中国和平出版社

高中同步类型题规范解题题典 2001

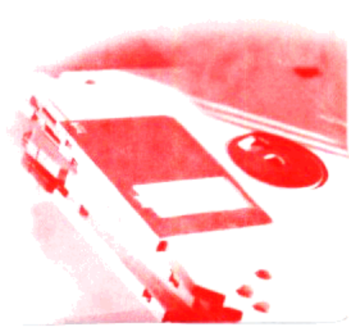
海淀名师

解题新思路

赵权忠 刘玉艳 主编

高二数学（上册）

1065 ML
AV17



中国和平出版社

高中同步类型题规范解题题典
海淀名师解题新思路
高二数学（上册）
主　编　赵权忠　刘玉艳
副主编　麻桂莲
*
中国和平出版社出版发行
（北京市东城区和平里东街民旺甲 19 号　100013）
电话：84252781
北京骤明印刷有限责任公司印刷　新华书店经销
2001 年 6 月第 2 版　2001 年 6 月第 3 次印刷
开本：850×1168 毫米　1/32　印张：8.325　字数：267 千字
ISBN 7—80101—934—2/G·707　定价：10.00 元

前　　言

编写目的

为了帮助广大中学生选择科学有效的思维方式和学习方法，走出学习的误区；教会中学生思考问题解决问题的方法，从而帮助中学生拓宽知识面，培养创新思维，从"学会"向"会学"转变，全面提高素质，以迎接新世纪的挑战。我们根据教育部最新颁布的教学大纲的要求，配合现行教材及培养学生解决问题的能力的需要，编写了这套《海淀名师解题新思路》丛书。

本书特点

本丛书与现行教材同步，全书从"题"的角度强化和训练学生对"知识点"的理解和掌握。从中揭示各知识点应用的范围和规律，并通过示范解题培养学生分析和解决问题的能力。

①不容置疑的权威性。本套丛书的编写者全是教学第一线的特高级教师，他们具有丰富的教学经验与最新最巧的解题思路。

②新颖实用。选题新颖、难易适度，循序渐进，梯度适当，便于各年级学生跟踪学习。

③重分析、重规范。通过分析和介绍"方法"揭示规律，通过"规范解"让学生清楚怎样解题才能得高分。

15/03

④题型全、新，容量大，各类题型分配比例合理，便于学生全面系统地掌握所学知识。

⑤重效减负。所使用的例题和习题皆是名题、典型题，针对性强，有助于学生排除题海困扰达到减轻负担、事半功倍的效果。

丛书栏目

本丛书根据学科不同，设计了不同的题型。所设栏目包括【解析】【解题思路】【规范解】【答案】【得分点精析】【解题关键】【错解剖析】，体现了本丛书的实用性和示范性。

[illegible]

本丛书内容充实实用，若读者能从中得到一点启示，快速提高学习成绩，这是我们的最大心愿。此外，由于编写时间仓促，水平有限，难免出现不足之处，恳请读者给予指正，使之日臻完善。

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbo

目 录

第六章　不等式

第一单元　不等式的性质

基础知识

1. 不等式的基本性质：

(1)$a>b\Leftrightarrow b<a$

(2)$a>b, b>c\Rightarrow a>c$

(3)$a>b\Leftrightarrow a+c>b+c$

(4)$a>b, c>0\Rightarrow ac>bc$

(5)$a>b, c<0\Rightarrow ac<bc$

2. 由以上不等式出发，引出如下性质，作为推论，应要求掌握：

(1)$a>b>0, c>d>0\Rightarrow ac>bd$

(2)$a>b>0, c>d>0\Rightarrow \frac{a}{d}>\frac{b}{c}$

(3)$a>b>0\Rightarrow a^n>b^n(n\in N)$

(4)$a>b>0\Rightarrow \sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$

3. 绝对值不等式的性质：$-|a|\leqslant a\leqslant|a|$.

$||a|-|b||\leqslant|a\pm b|\leqslant|a|+|b|$

正确理解和运用每一性质，弄清条件与结论之间的关系，注意条件的加强及放宽.

高考命题重点

(1)利用不等式性质判断不等式或有关结论是否成立.

(2)利用不等式性质比较大小.

精典题

A 组

一、选择题：

1. 下列命题错误的是(　　).

A. 若 $a>b$，则 $a+m^2>b+m^2$

B. 若 $a<b,b<c$，则 $a<c$

C. 若 $a>b$，则 $am^2>bm^2$

D. 若 $a>b,m\neq 0$，则$\frac{a}{m^2}>\frac{b}{m^2}$

【答案】 C.

【分析】 若 $a>b$，当 $m^2=0$ 时，$am^2=bm^2$，当 $m^2>0$，$a\cdot m^2>b\cdot m^2$，所以若 $a>b$，则 $am^2\geqslant bm^2$，即选项 C 是错误的.

2. 下列命题中，正确的命题是(　　).

①若 $a>b,c>b$，则 $a>c$　②$a>b$，则 $\lg\frac{a}{b}>0$　③若 $a>b,c>d$，则 $ac>bd$　④若 $a>b>0$，则$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　⑤若$\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$，则 $ad>bc$　⑥若 $a>b,c>d$，则 $a-d>b-c$

A.①②　　B.④⑥　　C.③⑥　　D.③④⑤

【答案】 B.

【分析】 命题①不符合不等式的传递性，为假命题. 若 $a>0>b$，则$\frac{a}{b}<0$，$\lg\frac{a}{b}$无意义，命题②为假. $a>b,c>d$ 中 a,b,c,d 的符号不确定，若 $a>0>b,0>c>d$，则 $ac<bd$，命题③为假. 若 $a>b>0,ab>0$，则 $a\times\frac{1}{ab}>b\times\frac{1}{ab}$，所以$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，命题④为真. 当$\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$且 $cd<0$ 时 $ad<bc$，所以命题⑤为假. 若 $c>b$，且 $-d>-c$，又 $a>b$，所以 $a+(-d)>b+(-c)$，即 $a-d>b-c$，命题⑥为真. 应选 B.

3. 若 $a>0,b<0$，且 $a<|b|$，则下列各式中成立的是(　　).

A. $b<-a<a<-b$　　B. $-b<-a<b<a$

C. $-a<b<a<-b$　　D. $-a<-b<a<b$

【答案】 A.

【分析】 取 $a=1,b=-2$,显然 $a>0,b<0$,且 $|b|>a$,知 B.,C.,D. 都不正确.所以应选 A.

4. $p<0,-1<q<0$,则 p,pq,pq^2 大小关系为(　　).

A. $p>pq>pq^2$　　B. $pq^2>pq>p$

C. $pq>p>pq^2$　　D. $pq>pq^2>p$

【答案】 D.

【分析】 $-1<q<0$,所以 $0<q^2<1$,又 $p<0$,所以 $0>pq^2>p$. $q<0,p<0$,所以 $pq>0$,即 $pq>pq^2>p$,应选 D..

5. 若 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{4})$,则 $m=\log_{\sin\alpha}\cos\alpha$, $n=\log_{\cos\alpha}\sin\alpha$ 的大小关系是(　　).

A. $m>n$　B. $m\leqslant n$　C. $m<n$　D. $m\geqslant n$

【答案】 C.

【分析】 若 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{4})$,则 $1>\cos\alpha>\sin\alpha>0$. 函数 $y=\log_a x$,当 $0<a<1$ 时,是单调减函数.所以 $m=\log_{\sin\alpha}\cos\alpha<\log_{\sin\alpha}\sin\alpha=1$, $n=\log_{\cos\alpha}\sin\alpha>\log_{\cos\alpha}\cos\alpha=1$,即 $m<1<n$, $m<n$.

6. 若 $0<a<1$,则下列不等式中不成立的是(　　).

A. $\log_a(1-a)>0$　　B. $\sin(1+a)<\sin(1-a)$

C. $\pi^{-(1+a)}<\pi^{a-1}$　　D. $(1+a)^{\frac{3}{2}}>(1-a)^{\frac{3}{2}}$

【答案】 B.

【分析】 $0<a<1,0<1-a<1$,所以 $\log_a(1-a)>0$, A. 成立. $y=\pi^x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是单调增函数,又 $-(1+a)<a-1$,所以 $\pi^{-(1+a)}<\pi^{a-1}$, C. 成立. 函数 $y=x^{\frac{3}{2}}$,在 $[0,+\infty)$ 上是单调增函数,又 $1+a>1-a>0$, D. 成立. 故 B. 不成立.

7. 若 a、b 是任意实数,且 $a>b$,则(　　).

A. $a^2>b^2$　　B. $\frac{b}{a}<1$

C. $\lg(a-b)>0$　　D. $(\frac{1}{2})^a<(\frac{1}{2})^b$

【分析】 当 $a>b>0$ 时,可得 $a^2>b^2$, $\frac{a}{b}>1$ 及 $\frac{b}{a}<1$,但该题条件仅

是 $a>b$，故 A、B 不一定成立．对于 C 成立，需 $a-b>1$，即 $a>b+1$，故 C 不一定成立．

对于 D，考查函数 $y=(\frac{1}{2})^x$ 的单调性，当 $a>b$ 时，可得 $(\frac{1}{2})^a<(\frac{1}{2})^b$，故 D 成立．

【答案】 D．

8．设命题甲：x 和 y 满足 $\begin{cases}2<x+y<4\\0<xy<3\end{cases}$，

命题乙：x 和 y 满足 $\begin{cases}0<x<1\\2<y<3\end{cases}$，那么（　　）．

A．甲是乙的充分条件，但不是乙的必要条件

B．甲是乙的必要条件，但不是乙的充分条件

C．甲是乙的充要条件

D．甲不是乙的充分条件，也不是乙的必要条件

【分析】 由 $\begin{cases}0<x<1\\2<y<3\end{cases}$ 可推出 $\begin{cases}2<x+y<4\\0<xy<3\end{cases}$ 反之却不一定成立．例如取 $x=1,y=2$．显然满足 $\begin{cases}2<x+y<4\\0<xy<3\end{cases}$ 但不满足 $\begin{cases}0<x<1\\2<y<3\end{cases}$ 故甲是乙的必要条件，但不是充分条件．

【答案】 B．

9．已知 $1<x<d$，令 $a=(\log_d x)^2$，$b=\log_d x^2$，$c=\log_d(\log_d x)$，则（　　）．

A．$a<b<c$　　B．$a<c<b$

C．$c<b<a$　　D．$c<a<b$

【分析】 由已知，得 $0<\log_d x<1$，知 $0<a<1$，$0<b=2\log dx<2$，而 $c<0$．再 $a-b=\log_a{}^x(\log_a{}^x-2)<0$，$\therefore a<b$．

【答案】 D．

10．若 $a>b>0$，且 $a+b=1$，$A=\log_a b$，$B=\log_{\frac{1}{b}}a$，$C=\log_{(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})}ab$，则 A,B,C 的大小关系是（　　）．

A．$A<B<C$　B．$B<A<C$　C．$B<C<A$　D．$C<B<A$

【答案】 D．

【分析】 $a>b>0$，且 $a+b=1$，所以 $\frac{1}{2}<a<1$，$0<b<\frac{1}{2}$，$\frac{1}{b}>2$，$A=$

$\log_a b>0$，$B=\log_{\frac{1}{b}}a=-\log_b a>-\log_b b=-1$，且 $B<0$，$C=\log_{(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})}ab=\log_{\frac{a+b}{ab}}ab=\log_{\frac{1}{ab}}ab=-1$，即 $C<B<0<A$，应选 D.

11. 不等式$\frac{|a+b|}{|a|+|b|}\leqslant 1$成立的条件是（　　）.

A. $ab>0$　B. $ab<0$　C. $ab\neq 0$　D. $a^2+b^2\neq 0$

【答案】 D.

【分析】 当$\frac{|a+b|}{|a|+|b|}\leqslant 1$时，可化为$|a+b|\leqslant|a|+|b|$，需满足$|a|+|b|\neq 0$，可得到不等式 $ab\leqslant|ab|$，此不等式恒成立. 故题设中不等式成立的条件是$|a|+|b|\neq 0$，即 a、b 不能同时为零，故选 D..

12. 不等式 $a>b$ 和$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$同时成立的充分且必要条件是（　　）.

A. $a>b>0$　B. $a>0>b$　C. $\frac{1}{b}<\frac{1}{a}<0$　D. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}>0$

【答案】 B.

【分析】 $\left.\begin{matrix}a>b\\ \frac{1}{a}>\frac{1}{b}\end{matrix}\right\}\Leftrightarrow\left.\begin{matrix}a>b\\ a\cdot b<0\end{matrix}\right\}\Leftrightarrow a>0>b$.

13. 若$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0$，则在(1)$a^2>b^2(2)ab<b^2(3)a+b>2\sqrt{ab}$ (4)$a^2+b^2>|a|+|b|$这四个式子中恒成立的个数是（　　）.

A. 一个　　B. 二个　　C. 三个　　D. 四个

【答案】 A.

【分析】 取 $b=-2$，$a=-1$，满足$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0$，代入题中四个不等式，可知(1)，(3)，(4)不等式不成立. $\because\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0$，$\therefore b<a<0$，$\therefore ab<b^2$ $\therefore$(2)不等式成立. 应选 A..

14. 已知 $a>0$，$b>0$，则不等式$-b<\frac{1}{x}<a$的解为（　　）.

A. $x<-\frac{1}{a}$或$x>\frac{1}{b}$　　B. $x<-\frac{1}{b}$或$x>\frac{1}{a}$

C. $-\frac{1}{a}<x<0$或$0<x<\frac{1}{b}$　　D. $-\frac{1}{b}<x<0$或$0<x<\frac{1}{a}$

【分析】 当 $x>0$ 时，$-b<\frac{1}{x}$恒成立，又$\because\left.\begin{matrix}\frac{1}{x}<a\\ x>0\end{matrix}\right\}\Rightarrow\left.\begin{matrix}1<ax\\ a>0\end{matrix}\right\}\Rightarrow x>$

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbo

$\frac{1}{a}$.

当 $x<0$ 时,由 $a>0$,则 $\frac{1}{x}<a$ 恒成立.又 $\because \left.\begin{array}{l}-b<\frac{1}{x}\\ x<0\end{array}\right\}\Rightarrow$

$\left.\begin{array}{l}-bx>1\\ b>0\end{array}\right\}\Rightarrow x<-\frac{1}{b}$

$\therefore$不等式 $-b<\frac{1}{x}<a(a>0,b>0)$等价于 $x>\frac{1}{a}$或$x<-\frac{1}{b}$.

【答案】 B.

15. 已知 $a\cdot b<0$,则以下不等式成立的是(　　).

A. $|a+b|>|a-b|$　　B. $|a+b|<|a-b|$

C. $|a-b|<|a|-|b|$　　D. $|a-b|<|a|+|b|$

【分析】 由 $a\cdot b<0$, $\therefore a$ 与 b 异号,故有 $|a+b|<|a-b|$, $|a-b|>|a|-|b|$, $|a-b|=|a|+|b|$.

【答案】 B.

16. 若 $a<b<0$,则下列结论中正确的是(　　).

A. 不等式$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$和$\frac{1}{|a|}>\frac{1}{|b|}$均不能成立

B. 不等式$\frac{1}{a-b}>\frac{1}{a}$和$\frac{1}{|a|}>\frac{1}{|b|}$均不能成立

C. 不等式$\frac{1}{a-b}>\frac{1}{a}$和$(a+\frac{1}{|b|})^2>(b-\frac{1}{a})^2$ 均不能成立

D. 不等式$\frac{1}{|a|}>\frac{1}{|b|}$和$(a+\frac{1}{|b|})^2>(b+\frac{1}{a})^2$ 均不能成立

【分析】 $\because a<b<0$　$\therefore \frac{1}{|a|}<\frac{1}{|b|}<0$

$|a|>|b|>0, \frac{1}{|a|}<\frac{1}{|b|}, a<a-b<0$

$\frac{1}{|a-b|}<\frac{1}{|a|}, a+\frac{1}{|b|}<b+\frac{1}{|a|}<0$

$(a+\frac{1}{|b|})^2>(b+\frac{1}{|a|})^2>0$

【答案】 B.

17. 已知 $0<a<b<1$,则 a^b, $\log_b a$, $\log_{\frac{1}{a}} b$ 的大小关系是(　　).

A. $\log_{\frac{1}{a}} b<a^b<\log_b a$　　B. $\log_{\frac{1}{a}} b<\log_b a<a^b$

C. $\log_b a < \log_{\frac{1}{a}} b < a^b$　　D. $a^b < \log_{\frac{1}{a}} b < \log_b a$

【答案】 A.

【分析】 $\because 0 < a < 1\ \therefore \frac{1}{a} > 1$，又 $0 < b < 1$，$\therefore \log_{\frac{1}{a}} b < 0$，$\because 0 < a < b < 1$，$\therefore 0 < a^b < 1$，$\log_b a > \log_b b = 1$，$\therefore \log_{\frac{1}{a}} b < 0 < a^b < 1 < \log_b a$，应选 A..

18. 若 $a > b > c > 1$，$m = \sqrt{a} - \sqrt{c}$，$n = a - \sqrt{b}$，$p = 2(\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab})$，则 m, n, p 中最小的是　　(　　).

A. m　B. n　C. p　D. 不能确定

【答案】 C.

【分析】 $\because b > c > 1$，$\therefore \sqrt{b} > \sqrt{c}\ \therefore -\sqrt{c} > -\sqrt{b}$，$\therefore a - \sqrt{c} > a - \sqrt{b}$ $\therefore m > n\ \because a > b > 1$，$\therefore \sqrt{a} > \sqrt{b} > 1$，$\therefore p - n = 2(\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab}) - (a - \sqrt{b}) = b - 2\sqrt{ab} + \sqrt{b} = b - \sqrt{ab} - \sqrt{ab} + \sqrt{b} = -\sqrt{b}(\sqrt{a} - \sqrt{b}) - \sqrt{b}(\sqrt{a} - 1) < 0$，$\therefore p < n\ \therefore p < n < m$，$\therefore p$ 最小.

19. 已知 $P = \frac{1}{a^2 + a + 1}$，$Q = a^2 - a + 1$，则 P、Q 的大小关系是(　　).

A. $P > Q$　　B. $P < Q$

C. $P \leqslant Q$　　D. P 与 Q 大小关系不能确定

【答案】 C.

【分析】 $\because P = \frac{1}{a^2 + a + 1} = \frac{1}{(a + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} > 0$，$\therefore Q = a^2 - a + 1 = (a - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0$，又 $\because \frac{Q}{P} = (a^2 - a + 1)(a^2 + a + 1) = a^4 + a^2 + 1 \geqslant 1$，$\therefore Q \geqslant P$.

20. 设实数 a 满足 $0 < a < \frac{1}{2}$，令 $F = 1 - a^2$，$G = 1 + a^2$，$H = \frac{1}{1-a}$，$T = \frac{1}{1+a}$，则它们的大小关系是　　(　　).

A. $G < F < H < T$　　B. $F < G < H < T$

C. $T < F < G < H$　　D. $F < T < G < H$

【答案】 C.

【分析】 令 $a = \frac{1}{3}$，满足 $0 < a < \frac{1}{2}$，则 $F = \frac{8}{9}$，$G = \frac{10}{9}$，$H = \frac{3}{2}$，$T =$

$\frac{3}{4}$、$\frac{3}{4}<\frac{8}{9}<\frac{10}{9}<\frac{3}{2}$，故 A.，B.，D. 可以被排除，C. 正确.

21. 若 $\log_2 x=\log_3 y=\log_5 z<0$，则 $x^{\frac{1}{2}},y^{\frac{1}{3}},z^{\frac{1}{5}}$之间的大小关系是(　　).

A. $y^{\frac{1}{3}}<x^{\frac{1}{2}}<z^{\frac{1}{5}}$　B. $x^{\frac{1}{2}}<y^{\frac{1}{3}}<z^{\frac{1}{5}}$　C. $z^{\frac{1}{5}}<y^{\frac{1}{3}}<x^{\frac{1}{2}}$　D. $x^{\frac{1}{2}}<z^{\frac{1}{5}}<y^{\frac{1}{3}}$

【答案】 A.

【分析】 $\because \log_2 x=\log_3 y=\log_5 z=-k,(k>0,k\in R)$，$\therefore x=(\frac{1}{2})^k$，$y=(\frac{1}{3})^k$，$z=(\frac{1}{5})^k$，$\therefore \lg x^{\frac{1}{2}}=-k\lg 2^{\frac{1}{2}}$，$\lg y^{\frac{1}{3}}=-k\lg 3^{\frac{1}{3}}$，$\lg z^{\frac{1}{5}}=-k\lg 5^{\frac{1}{5}}$ $\therefore \lg x^{\frac{1}{2}}-\lg y^{\frac{1}{3}}=k\lg\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt{2}}=k\lg\sqrt[6]{\frac{9}{8}}>0$，$\lg z^{\frac{1}{5}}-\lg x^{\frac{1}{2}}=k\lg\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[5]{5}}=k\lg\sqrt[10]{\frac{32}{25}}>0$，$\therefore \lg z^{\frac{1}{5}}>\lg x^{\frac{1}{2}}>\lg y^{\frac{1}{3}}$. $\because f(x)=\lg x$ 为增函数 $\therefore$ 有 $z^{\frac{1}{5}}>x^{\frac{1}{2}}>y^{\frac{1}{3}}$，故应选 A.

22. 设 a、b、c、d 都是正数，$a>b$，$c>d$，$a+b>c+d$，$ab=cd$，那么 a、b、c、d 之间的大小关系是　(　　).

A. $a>b>c>d$　　B. $a>c>b>d$

C. $c>a>d>b$　　D. $a>c>d>b$

【答案】 D.

【分析】 设 $a=3$，$b=\frac{1}{3}$，$c=2$，$d=\frac{1}{2}$，显然满足已知条件，则有 $a>c>d>b$ 成立.

【另解】 由题设条件可知，$a+b>c+d>0$，故 $(a+b)^2>(c+d)^2$，那么 $a^2+2ab+b^2>c^2+2cd+d^2$，而 $ab=cd$，故 $a^2-2ab+b^2>c^2-2cd+d^2$ 同样成立，即有 $(a-b)^2>(c-d)^2$，而 $a>b$，$c>d$，故可以得到 $a-b>c-d>0$，此式与已知 $a+b>c+d$ 联立，即有 $2a>2c$，$a>c$ 成立. 由 $ab=cd$ 知 $b<d$，故 $a>c>d>b$.

23. 若 x,y,z 均为大于 -1 的负数，则一定有(　　).

A. $x^2-y^2-z^2<0$　　B. $xyz>-1$

C. $x+y+z<-3$　　D. $(xyz)^2>1$

【分析】 由已知 $-1<x<0$，$-1<y<0$，$-1<z<0$，则 $0<-x<1$，$0<-y<1$，$0<-z<1$ 有 $0<-xyz<1$，即 $-1<xyz<0$. 故 B 正确. 对于 A 令 $x=-\frac{1}{2}$，$y=-\frac{1}{4}$，$z=-\frac{\sqrt{3}}{5}$，可得 $x^2-y^2>z^2$，$\therefore$ A 不一定成立. 对于 C，$x+y+z>-3$，对于 D，$0<(xyz)^2<1$.

【答案】 B.

24.已知 $a,b,c\in R^{+}$.则三个数 $a+\frac{1}{b},b+\frac{1}{c},c+\frac{1}{a}$( ).

A.都不大于 2　　　　B.都不小于 2

C.至少有一个不大于 2　　　　D.至少有一个不小于 2

【分析】 思路一:用特殊值法.令 $a=b=c=2$.可排除 A 与 C,再令 $a=1,b=10$.则 $a+\frac{1}{b}=1.1<2$.可排除 B.

思路二:不妨设 $a\geqslant b\geqslant c>0$

则 $a+\frac{1}{b}-2=\frac{ab-2b+1}{b}\geqslant\frac{b^2-2b+1}{b}=\frac{(b-1)^2}{b}\geqslant 0$

$b+\frac{1}{c}-2=\frac{bc-2c+1}{c}\geqslant\frac{c^2-2c+1}{c}=\frac{(c-1)^2}{c}\geqslant 0$

$c+\frac{1}{a}-2=\frac{ac-2a+1}{a}\leqslant\frac{a^2-2a+1}{a}=\frac{(a-1)^2}{a}\geqslant 0.$

【答案】 D.

25.设 $0<a<b<1$,则下列不等式成立的是( ).

A. $a^b>b^a$　　　　B. $\log_a{}^b>\log_b{}^a$

C. $a^{\log_b{}^a}<b^{\log_a{}^b}$　　　　D. $\frac{b}{a}<\log a^b$

【分析】 对于 A,由 $0<a<b<1$,知 $y=a^x$ 是减函数,$\therefore a^b<a^a$;且 $y=x^a$ 在 $(0,+\infty)$ 是增函数,知 $a^a<b^a$,故 $a^b<b^a$.

对于 B,$\log_a{}^b<\log_a{}^a=1,\log_b{}^a>1,\therefore\log_a{}^b<\log_b{}^a$.

对于 C,由 B 知,$a^{\log_b{}^a}<a^1=a,b^{\log_a{}^b}>b^1=b$ 故 $a^{\log_b{}^a}<a<b<b^{\log_a{}^b}$

对于 D,$\frac{b}{a}>1$,而 $\log_a{}^b<1,\therefore\frac{b}{a}>\log_a{}^b$.

【答案】 C.

26.已知 $a,b\in R$,且 $a\neq b,a+b=2$.则 $1,ab,\frac{a^2+b^2}{2}$ 的大小关系是( ).

A. $ab<1<\frac{a^2+b^2}{2}$　　　　B. $1<ab<\frac{a^2+b^2}{2}$

C. $ab<\frac{a^2+b^2}{2}<1$　　　　D. $1<ab\leqslant\frac{a^2+b^2}{2}$

【分析】 由已知 $\frac{a+b}{2}=1,a\neq b$,可利用不等式 $\frac{a^2+b^2}{2}>(\frac{a+b}{2})^2>$

ab.

【答案】 A.

27. 已知 a,b 两个正数,且关于 x 的方程 $x^2+ax+2b=0$ 和 $x^2+2bx+a=0$ 都有实根,则 $a+b$ 的最小可能值是(　　).

A. 4　B. 6　C. 8　D. 10

【分析】 两个方程均有实根,$\therefore \begin{cases}\Delta_1=a^2-8b\geqslant 0\\ \Delta_2=4b^2-4a\geqslant 0\end{cases}$ 知,$b^4\geqslant a^2\geqslant 8b$,又 $b>0$　$\therefore b\geqslant 2$,又 $\because a^2\geqslant 8b$,$\therefore a\geqslant 4$,$\therefore a+b$ 最小可能值是 6.

【答案】 B.

28. 设 $x<1$,则下列不等式一定成立的是(　　).

A. $\frac{1}{x}>1$　B. $|x|<1$　C. $x^2<1$　D. $x^3<1$

【答案】 D.

【分析】 $x<1$ 即 $x\in(-\infty,1)$,所以当 $x<-1$ 时,A.、B.、C. 都不正确. 幂函数 $y=x^3$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数,$x<1$,所以 $x^3<1^3$,即 D. 是正确的.

29. $p<0$, $-1<q<0$,则 p,pq,pq^2 大小关系为(　　).

A. $p>pq>pq^2$　B. $pq^2>pq>p$　C. $pq>p>pq^2$　D. $pq>pq^2>p$

【答案】 D.

【分析】 $-1<q<0$,所以 $0<q^2<1$,又 $p<0$,所以 $0>pq^2>p$. $q<0$,$p<0$,所以 $pq>0$,即 $pq>pq^2>p$,应选 D..

30. 若 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{4})$,则 $m=\log_{\sin\alpha}\cos\alpha$, $n=\log_{\cos\alpha}\sin\alpha$ 的大小关系是(　　).

A. $m>n$　B. $m\leqslant n$　C. $m<n$　D. $m\geqslant n$

【答案】 C.

【分析】 若 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{4})$,则 $1>\cos\alpha>\sin\alpha>0$. 函数 $y=\log_a x$,当 $0<a<1$ 时,是单调减函数. 所以 $m=\log_{\sin\alpha}\cos\alpha<\log_{\sin\alpha}\sin\alpha=1$, $n=\log_{\cos\alpha}\sin\alpha>\log_{\cos\alpha}\cos\alpha=1$,即 $m<1<n$, $m<n$.

31. 下列命题中,正确的命题是(　　).

A. 若 $ac>bc$,则 $a>b$　　　B. 若 $a^2>b^2$,则 $a>b$

C. 若$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$,则 $a<b$　　　D. 若$\sqrt{a}<\sqrt{b}$,则 $a<b$

【答案】 D.

【分析】 $ac>bc$,当 $c>0$ 时,$a<b$,A. 为假.若 $a^2>b^2$,可令 $a=-2,b=1$,但 $a<b$,知 B. 为假.$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$,当 $ab<0$ 时,$a>b$,C. 为假.若$0<\sqrt{a}<\sqrt{b}$,则有$(\sqrt{a})^2<(\sqrt{b})^2$,即 $a<b$,D. 为真.

32.若 a、b 是任意实数,且 $a>b$,则(　　).

A. $a^2>b^2$　B. $\frac{b}{a}<1$　C. $\lg(a+b)>0$　D. $(\frac{1}{2})^a<(\frac{1}{2})^b$

【答案】 D.

【分析】 取 $a=1,b=-1$,满足 $a>b$,代入 A.,B.,C. 中,不等式均不成立,从而排除 A.,B.,C. 指数函数 $y=(\frac{1}{2})^x$ 在$(-\infty,+\infty)$上是单调减函数,又 $a>b$,所以$(\frac{1}{2})^a<(\frac{1}{2})^b$.

33.若$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0$,则在(1)$a^2>b^2(2)ab<b^2(3)a+b>2\sqrt{ab}$ (4)$a^2+b^2>|a|+|b|$这四个式子中恒成立的个数是(　　).

A. 一个　B. 二个　C. 三个　D. 四个

【答案】 A.

【分析】 取 $b=-2,a=-1$,满足$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0$,代入题中四个不等式,可知(1),(3),(4)不等式不成立.$\because\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0,\therefore b<a<0,\ \therefore ab<b^2\therefore$(2)不等式成立.应选 A.

34.已知 $f(x)=ax^2-c$,且 $-4\leqslant f(1)\leqslant -1,-1\leqslant f(2)\leqslant 5$,求 $f(3)$的最大值和最小值.

【分析】 $\because\begin{cases}a-c=f(1)\\4a-c=f(2)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{3}[f(2)-f(1)]\\-c=\frac{4}{3}f(1)-\frac{1}{3}f(2)\end{cases}\quad\therefore f(3)=9a-c$
$=\frac{8}{3}f(2)-\frac{5}{3}f(1)\ \because -1\leqslant f(2)\leqslant 5,\ -\frac{8}{3}\leqslant\frac{8}{3}f(2)\leqslant\frac{40}{3},\because -4\leqslant f(1)\leqslant -1,\ \therefore 1\leqslant -f(1)\leqslant 4,\therefore\frac{5}{3}\leqslant -\frac{5}{3}f(1)\leqslant\frac{20}{3}\ \therefore -1\leqslant\frac{8}{3}f(2)-\frac{5}{3}f(1)\leqslant 20$,即 $-1\leqslant f(3)\leqslant 20$,即 $f(3)$的最大值是 20,最小值是 -1.

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbo