

翟连林 主编

数学题

创新解法

小学版



北京教育出版社

数学题创新解法

小学版

主编	翟连林		
编委	赵光礼	陶文利	贾士代
	岳明义	梁瑞兴	张惠敏
	邸艳茹	申学华	
执笔	赵光礼	陶文利	

北京教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学题创新解法. 小学版/翟连林主编. —北京: 北京教育出版社, 2001.5

ISBN 7-5303-0158-6

I. 数… II. 翟… III. 数学课—小学—解题
IV. G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 027517 号

数学题创新解法 (小学版)

SHUXUETI CHUANGXIN JIEFA (XIAOXUEBAN)

翟连林 主编

*

北京教育出版社出版

(北京北三环中路 6 号)

邮政编码: 100011

网址: www.bph.com.cn

北京出版社出版集团总发行

新华书店经销

北京华威冶金印刷厂印刷

*

850×1168 毫米 32 开本 8.5 印张 190000 字

2001 年 5 月第 1 版 2001 年 5 月第 1 次印刷

印数 1-8000

ISBN 7-5303-0158-6

G·114 定价: 12.00 元

前 言

在实施素质教育的过程中，我们体会到，高素质的学生必须具有很强的创造思维能力。为了造就高水平的人才，教师必须注意引导学生对数学问题的解法进行创新。数学问题的“创新解法”具有思想新颖、奇特、独创、别具一格的特点，它能给学生以最好的刺激，使学生对数学产生浓厚的兴趣。为了推进素质教育，我们把多年在这方面的教学经验，精心编制成这套丛书，奉献于社会。

《新教学大纲》中指出，“能力是在知识的教学和技能的训练中，通过有意识地培养而得到发展的”。要使学生具有创新的能力，应使他们首先有扎实的数学基础，没有牢固的基础知识和对数学方法的掌握，是很难达到创新的。教师还要有意识地培养学生的发散思维能力，经常引导学生从不同的角度、沿不同的方向去观察问题、分析问题和寻找问题的不同解法。鼓励学生不因循守旧，敢于怀疑前人的结论，不满足于对问题的已有解法，大胆探索新思路、新解法。学生的思维扩散越广，发散量越大，新颖成分也越高，创新解法也越多。

这套丛书是对学生进行系统的“创新解法”教育的一次尝试，希望能起到抛砖引玉的作用。

编者 2001 年夏

目 录

第一部分 整数和小数	(1)
(一) 整数和小数的计算	(1)
(二) 整数和小数应用题	(21)
第二部分 分数和百分数	(54)
(一) 分数的计算	(54)
(二) 分数(百分数)应用题	(82)
第三部分 形体知识	(138)
(一) 数图形	(138)
(二) 周长计算	(154)
(三) 面积计算	(165)
(四) 体积计算	(200)
第四部分 比和比例	(210)
(一) 比和比例的意义与性质	(210)
(二) 比和比例应用题	(225)
第五部分 其他	(248)

第一部分 整数和小数

(一) 整数和小数的计算

1. 换了位的两位数相减

【例题 1】(1) $53 - 35$ (2) $72 - 27$

【一般解法】(1) $53 - 35 = 18$ (2) $72 - 27 = 45$

$$\begin{array}{r} 53 \\ - 35 \\ \hline 18 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 72 \\ - 27 \\ \hline 45 \end{array}$$

【创新解法】观察这两个题目的特点：相减的两个两位数的个位和十位上的数字的位置恰巧交换了一下。对于这样的算题，只要先用被减数十位上的数减去个位上的数，所得的差再乘以 9 就行了。即：

$$(10a + b) - (10b + a) = 9a - 9b = (a - b) \times 9$$

$$(1) \quad 53 - 35 = (5 - 3) \times 9 = 18$$

$$(2) \quad 72 - 27 = (7 - 2) \times 9 = 45$$

【试一试】

$$85 - 58 \qquad 94 - 49 \qquad 61 - 16$$

2. 与 11 相乘可用加法算

【例题 2】(1) 234×11 (2) 456×11

【一般解法】用竖式计算

$$(1) \quad 234 \times 11 \qquad (2) \quad 456 \times 11$$

$$\begin{array}{r}
 234 \\
 \times 11 \\
 \hline
 234 \\
 234 \\
 \hline
 2574
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 456 \\
 \times 11 \\
 \hline
 456 \\
 456 \\
 \hline
 5016
 \end{array}$$

【创新解法】观察上面两个算式的特点，它们的乘数都是11，从竖式计算的过程一眼就可以看出：一个因数的首尾两个数，仍作积的首尾两个数，另一个因数中相邻两个数的和依次排在积的中间。但要注意的是，如果相邻两个数相加时，它们的和都已经满十，那么，就应该向前一位进一。

$$(1) 234 \times 11 = 2 \quad 5 \quad 7 \quad 4$$

↖首数(2+3)(3+4)↖尾数

$$(2) 456 \times 11 = 5 \quad 0 \quad 1 \quad 6$$

↖4(4+5)(5+6)↖6

进一0进一1

【试一试】

$$257 \times 11 \quad 2357 \times 11$$

3. “头同尾补”巧求积

【例题3】(1) 45×45 (2) 57×53

【一般解法】(1) $45 \times 45 = 2025$ (2) $57 \times 53 = 3021$

$$\begin{array}{r}
 45 \\
 \times 45 \\
 \hline
 225 \\
 180 \\
 \hline
 2025
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 57 \\
 \times 53 \\
 \hline
 171 \\
 285 \\
 \hline
 3021
 \end{array}$$

【创新解法】观察这两个题目的特点：相乘的两个因数，十位上的数字相同，个位上的两个数字之和是10，这样的两个两位数简称为“头同尾补”。对于这样的算题，先用十位上的数乘以比它大1的数，然后在这个乘积后面添写上两个个位上的数相

乘的积，即为所求结果。这就是著名的爱因斯坦算法。

$$(1) 45 \times 45 = \begin{array}{r} \underline{20} \\ \swarrow \quad \searrow \\ 4 \times (4+1) \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{25} \\ \swarrow \quad \searrow \\ 5 \times 5 \end{array}$$

$$(2) 57 \times 53 = \begin{array}{r} \underline{30} \\ \swarrow \quad \searrow \\ 5 \times (5+1) \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{21} \\ \swarrow \quad \searrow \\ 3 \times 7 \end{array}$$

【试一试】

$$73 \times 77 \quad 16 \times 14 \quad 61 \times 69$$

4. “几十一乘几十一”真有趣

【例题 4】(1) 41×21 ; (2) 51×71

【一般解法】用竖式计算。

$$(1) 41 \times 21 = 861 \quad (2) 51 \times 71 = 3621$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \times 21 \\ \hline 41 \\ 82 \\ \hline 861 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 51 \\ \times 71 \\ \hline 51 \\ 357 \\ \hline 3621 \end{array}$$

【创新解法】上述两个算式的特征是：几十一乘几十一。可这样算：一个数的十位上的数字乘另一个数的十位上的数字所得的积写在积的前面；一个数的十位上的数字加上另一个数的十位上的数字的和写在积的中间（满 10 向前一位进一）；一个数的个位上的数字乘另一个数的个位上的数字的积写在积的末尾。

$$(1) 41 \times 21 = \begin{array}{ccc} \underline{8} & \underline{6} & \underline{1} \\ (4 \times 2) & (4+2) & (1 \times 1) \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \text{两个十位} & \text{两个十位} & \text{两个个位} \\ \text{上数字相} & \text{上数字相} & \text{上数字相} \\ \text{乘的积} & \text{加的和} & \text{乘的积} \end{array}$$

$$(2) 51 \times 71 = \begin{array}{r} 36 \\ (5 \times 7) \end{array} \begin{array}{r} 2 \\ (5 + 7) \end{array} \begin{array}{r} 1 \\ (1 \times 1) \end{array} \quad (\text{基本方法与上题相同})$$

向前一位进 1

【试一试】

$$(1) 61 \times 41 \quad (2) 81 \times 91 \quad (3) 31 \times 71$$

5. “以乘代除”巧求商

【例题 5】(1) $1675 \div 25$ (2) $3950 \div 25$

【一般解法】(1) $1675 \div 25 = 67$ (2) $3950 \div 25 = 158$

$$\begin{array}{r} 67 \\ 25 \overline{)1675} \\ \underline{150} \\ 175 \\ \underline{175} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 158 \\ 25 \overline{)3950} \\ \underline{25} \\ 145 \\ \underline{125} \\ 200 \\ \underline{200} \\ 0 \end{array}$$

【创新解法】被除数的末尾两位数是 25 的倍数，就用被除数的前两位数乘 4，再加上末两位数除以 25 的商（这个商只可能是 0、1、2、3）。

$$(1) 1675 \div 25 = 16 \times 4 + 3 = 64 + 3 = 67$$



75 是 25 的 3 倍

$$(2) 3950 \div 25 = 39 \times 4 + 2 = 156 + 2 = 158$$



50 是 25 的 2 倍

【试一试】

$$7825 \div 25 \quad 1075 \div 25 \quad 4950 \div 25$$

6. 拆数补 1 巧凑整

【例题 6】 $999 + 99 + 9 + 5$

【一般解法】 $999 + 99 + 9 + 5 = 1098 + 9 + 5$

$$= 1107 + 5 = 1112$$

【创新解法】从5里面拆出三个1，分别与999、99、9组成整千、整百、整十，然后分别相加

$$\begin{aligned} & 999 + 99 + 9 + 5 \\ &= (999 + 1) + (99 + 1) + (9 + 1) + 2 \\ &= 1000 + 100 + 10 + 2 = 1112 \end{aligned}$$

【试一试】

$$9 + 99 + 999 + 9999 \quad 99.9 + 9.9 + 0.9 + 0.3$$

7. 中间数是平均数

【例题7】 $1969 + 1979 + 1989 + 1999 + 2009$

【一般解法】按运算顺序从左往右依次演算。(略)

【创新解法】观察题目中的五个加数，发现1969比1989少20；1979比1989少10；1999比1989大10；2009比1989大20。因此，1989正好是这五个数的平均数，所以这五个数的和是：

$$\begin{aligned} & 1969 + 1979 + 1989 + 1999 + 2009 \\ &= 1989 \times 5 = 9945 \end{aligned}$$

【试一试】

$$\begin{aligned} & 1234 + 2345 + 3456 + 4567 + 5678 \\ & 2323 + 3434 + 4545 + 5656 + 6767 \end{aligned}$$

8. 高斯巧解数列和

【例题8】 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \cdots + 98 + 99 + 100$

【一般解法】从左往右依次演算

$$\begin{aligned} & 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \cdots + 98 + 99 + 100 \\ &= \cdots \\ &= 5050 \text{ (计算过程从略)} \end{aligned}$$

【创新解法】这道题是德国大数学家高斯在小学读书时，老师出的一道数学题。高斯不到两分钟就算出它的结果是5050。

$$= 2550$$

【试一试】

$$2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 50$$

$$4 + 6 + 8 + 10 + \cdots + 1000$$

10. 巧算连续奇数的和

【例题 10】 $1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 99$

【一般解法】从左往右依次计算。(过程略)

【创新解法】(1) 用“(首数 + 尾数) $\times$ 项数 $\div 2$ ”的方法来求。

$$\begin{aligned} & 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 99 \\ &= (1 + 99) \times 50 \div 2 \\ &= 2500 \end{aligned}$$

(2) 观察下面的结果, 可知:

$$1 + 3 = 4 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$$

.....

$$\underbrace{1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 99}_{50\text{个}} = 50^2 = 2500$$

【试一试】

$$1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 499$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 1999$$

11. 有趣的等差数列

【例题 11】 $5 + 9 + 13 + 17 + \cdots + 85$

【一般解法】从左往右依次计算。(过程略)

【创新解法】这道题既不是连续自然数, 又不是连续偶数, 也不是连续奇数。观察题目中出现的一列数, 每相邻两个数之间

的差都是4，我们把这样的数列称为“等差数列”，“4”称之为“公差”。等差数列求和，同样可用“（首数+尾数）×项数÷2”来求。但这道题中的项数又怎么求呢？一般可采用下面的方法进行计算。

$$(\text{尾数} - \text{首数}) \div \text{公差} + 1 = \text{项数}$$

用这种方法求本题中的项数为：

$$(85 - 5) \div 4 + 1 = 21 \text{ (项)} \text{ (也就是题中有 21 个加数)}$$

$$\begin{array}{ccc} \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{尾数} & \text{首数} & \text{公差} \end{array}$$

所以本题的创新解法是：

$$(5 + 85) \times 21 \div 2 = 945$$

【试一试】

$$3 + 6 + 9 + 12 + \cdots + 39 + 42$$

$$5 + 10 + 15 + \cdots + 95 + 100$$

12. 奇数减偶数

【例题 12】 $(1 + 3 + 5 + \cdots + 999) - (2 + 4 + 6 + \cdots + 998)$

【一般解法】依次分别算出奇数与偶数的和，然后相减。

(略)

【创新解法】

$$(1) \quad (1 + 3 + 5 + \cdots + 999) - (2 + 4 + 6 + \cdots + 998)$$

$$= (1 + 999) \times 500 \div 2 - (2 + 998) \times 499 \div 2$$

$$= 500 \times 500 - 500 \times 499$$

$$= 500 \times (500 - 499)$$

$$= 500$$

$$(2) \quad (1 + 3 + 5 + \cdots + 999) - (2 + 4 + 6 + \cdots + 998)$$

$$= 1 + (3 - 2) + (5 - 4) + \cdots + (999 - 998)$$

$$= 1 + \underbrace{1 + 1 + \cdots + 1}_{499 \text{ 个 } 1}$$

$$= 500$$

【试一试】

$$(1 + 3 + 5 + \cdots + 1999) - (2 + 4 + 6 + \cdots + 1998)$$

13. 巧求不规则数的和

【例题 13】求下列各数的和

$$103 \quad 98 \quad 103 \quad 97 \quad 105$$

$$106 \quad 95 \quad 99 \quad 107 \quad 101$$

$$100 \quad 94 \quad 102 \quad 97 \quad 105$$

$$96 \quad 99 \quad 102 \quad 102 \quad 89$$

【一般解法】用笔算或用算盘或用计数器一个数、一个数地相加。(略)

【创新解法】根据上述各数的特点，选用 100 作为基准数，先分别算出各个数与基准数相差数的和，比基准数大的差数则加，比基准数小的差数则减，然后再加上 100 乘数的个数就可以了。具体计算过程是：

(1) 先算出各个数与基准数 100 的相差数的和。

$$3 - 2 + 3 - 3 + 5 + 6 - 5 - 1 + 7 + 1 + 0 - 6 + 2 - 3 + 5 \\ - 4 - 1 + 2 + 2 - 11 = 0$$

(2) 再求出 20 个 100 是多少。

$$100 \times 20 = 2000$$

(3) 相差数的和与 2000 的和是多少。

$$0 + 2000 = 2000$$

【试一试】

求下列各数的和

$$99 \quad 104 \quad 103 \quad 98 \quad 101 \quad 97 \quad 105 \quad 104 \quad 96 \quad 98$$

$$98 \quad 93 \quad 105 \quad 99 \quad 96 \quad 104 \quad 103 \quad 101 \quad 102 \quad 95$$

14. 巧用加法运算定律

【例题 14】 $7.861 - 1.47 + 5.139 - 6.53$

【一般解法】从左往右依次演算。(略)

【创新解法】运用加法的交换律、结合律和减法的运算性质进行巧妙计算。

$$\begin{aligned}& 7.861 - 1.47 + 5.139 - 6.53 \\&= (7.861 + 5.139) - (1.47 + 6.53) \\&= 13 - 8 \\&= 5\end{aligned}$$

【试一试】

$$\begin{aligned}& 16.75 - 13.47 + 3.25 - 6.53 \\&= (9.76 - 1.69) - (3.31 - 7.24)\end{aligned}$$

15. 分成三个“家”

【例题 15】 $56789 - 56788 + 56787 - 56786 + 56785 - 56784$

【一般解法】从左往右依次运算。(具体解法从略)

【创新解法】这是一道加减混合运算式题，参与运算的六个数均为六个相邻的自然数，数的排列及运算符号的间隔均有很强的规律性。把这道综合算式分解成三道减法算式，就能一眼看出它的结果来了。

$$\begin{aligned}& 56789 - 56788 + 56787 - 56786 + 56785 - 56784 \\&= (56789 - 56788) + (56787 - 56786) + (56785 - 56784) \\&= 1 + 1 + 1 \\&= 3\end{aligned}$$

【试一试】

$$100 - 98 + 96 - 94 + \cdots + 4 - 2$$

16. 巧用乘法结合律

【例题 16】 6.3×4.4

【一般解法】用竖式进行计算。(略)

【创新解法】 6.3×4.4

$$= 7 \times 0.9 \times 4 \times 1.1$$

$$= (7 \times 4) \times (0.9 \times 1.1)$$

$$= 28 \times 0.99$$

$$= 28 \times (1 - 0.01)$$

$$= 28 - 0.28$$

$$= 27.72$$

【试一试】

$$72 \times 77 \quad 3.6 \times 8.8$$

17. 巧用乘法分配律 (1)

【例题 17】 $4.24 \times 1.1 + 0.424 \times 89$

【一般解法】按运算顺序进行计算。(略)

【创新解法】先根据积不变的规律，将 0.424×89 改写成 4.24×8.9 或将 4.24×1.1 改写成 0.424×11 后，再运用乘法分配律进行简便运算。

$$4.24 \times 1.1 + 0.424 \times 89$$

$$= 4.24 \times 1.1 + 4.24 \times 8.9$$

$$= 4.24 \times (1.1 + 8.9)$$

$$= 4.24 \times 10$$

$$= 42.4$$

【试一试】

$$6.8 \times 3.2 + 0.68 + 68$$

$$3.5 \times 8.3 + 0.35 \times 27 - 35 \times 0.1$$

18. 巧用乘法分配律 (2)

【例题 18】 $999^2 + 1999$

【一般解法】 $999^2 + 1999$
 $= 999 \times 999 + 1999$
 $= 998001 + 1999$
 $= 1000000$

【创新解法】 $999^2 + 1999$
 $= 999 \times 999 + 999 + 1000$
 $= 999 \times (999 + 1) + 1000$
 $= 999000 + 1000$
 $= 1000000$

【试一试】

$$99^2 + 199 \qquad 9999^2 + 19999$$

19. 巧用乘法分配律 (3)

【例题 19】 $11.8 \times 43 - 8.6 \times 9$

【一般解法】按运算顺序进行计算。(略)

【创新解法】 $11.8 \times 43 - 8.6 \times 9$
 $= 118 \times 4.3 - 4.3 \times 2 \times 9$
 $= (118 - 2 \times 9) \times 4.3$
 $= 100 \times 4.3$
 $= 430$

【试一试】

$$124 \times 2.9 - 58 \times 1.2$$

$$7.52 \times 0.28 + 0.56 \times 1.24$$

20. 巧结合，巧结果

【例题 20】 $123 \times 456 \div 7.89 \div 4.56 \times 7.89 \div 12.3$