小学数学
奥林匹克综合训练

黎恒涛　　编著

气象出版社

小学数学
奥林匹克综合训练

黎恒涛　编著

气象出版社

（京）新登字046号

内 容 提 要

本书分十五个专题详细介绍了小学数学奥林匹克竞赛的全部内容。在每个专题中先扼要介绍基本知识，后分析典型例题，为了提高学生的解题能力，还配备了相当数量的习题及其答案。本书列入的题目具有代表性、技巧性，通过这些题目的解法，能够帮助学生深入理解和巩固基础知识，扩大视野，训练思维，提高分析问题和解决问题的能力，并能激发学生学习数学的兴趣，是少年儿童通往数学王国的桥梁。

本书适合于小学高年级和初中一年级学生使用，对参加各类数学竞赛和重点中学升学考试的学生尤为有用，也可供教师和家长作辅导材料。

小学数学奥林匹克综合训练
黎恒涛　编著
责任编辑　李如彬
*
气象出版社　出版
（北京西郊白石桥路46号）
北京昌平环球科技印刷厂印刷
新华书店总店科技发行所发行　全国各地新华书店经销
*
开本：787×1092 1/32　印张：7.125　字数：158千字
1993年5月第一版　1993年5月第一次印刷
印数：1—20000
ISBN 7-5029-1240-1/G·0260
定价：4.15元

前　言

近几年来，国内外数学竞赛已经逐渐由高中普及到初中，进而又由初中普及到了小学。全国性的“华罗庚杯”少年数学邀请赛已进行了三届，各地区也举办了各种类型的少年数学竞赛。

多年的数学竞赛实践证明，广泛深入地开展少年数学课外活动，科学合理地举办各级数学竞赛是促进数学教育发展，提高青少年数学素质的一个有力措施。

本书是为参加各类数学竞赛和重点中学升学考试的学生编写的，编写的原则是：（1）以目前小学数学竞赛大纲为依据；（2）以我国现行小学生的知识水平，认识能力和智力发展水平为依据；（3）强调科学性、技巧性和趣味性的统一；（4）力求题型面广。

本书既有专题训练又有综合练习。精选的题目都给出解答，关键之处又都有分析和说明，可帮助学生提高运用数字知识的能力。在编写过程中，努力做到使内容既源于教材又高于教材，寓知识于趣味之中。

由于数学题目解题方法的多样化，因此欢迎同学们独立思考，提出新的解法。也欢迎老师、家长及一切有志于数学教育工作的同志批评指正。

江苏省教育学院附属中学

黎恒涛　1992年8月

目　录

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

一、速算与巧算

数的加、减、乘、除运算，有时可利用运算定律、性质以及和、差、积、商的变化规律、公式等，把常规计算转化为较简便、迅速的计算，有时也可根据数本身的特点，采用一些技巧，将一些计算量大、较复杂的问题，转化为简单易算的问题。通过以下题目的训练，掌握这类问题的解题方法，以便提高计算的技能和技巧。

1． $2\frac{1}{2}\times5\frac{7}{11}\times12.5\times0.032$

解： 原式 $=2.5\times5\frac{7}{11}\times12.5\times0.08\times0.4$

$$=(2.5\times0.4)\times5\frac{7}{11}\times(12.5\times0.08)$$

$$=1\times5\frac{7}{11}\times1$$

$$=5\frac{7}{11}$$

说明： 熟记一些常用的分数与小数的互化对解题是有益的。

$\frac{1}{2}=0.5$　　$\frac{1}{4}=0.25$　　$\frac{3}{4}=0.75$

$\frac{1}{8}=0.125$　　$\frac{3}{8}=0.375$　　$\frac{5}{8}=0.625$

$\frac{7}{8}=0.875$　　$\frac{1}{20}=0.05$　　$\frac{1}{25}=0.04$

2.　$3000\div\left(3\times\frac{25}{26}\right)$

解： 原式 $=3000\div3\div\frac{25}{26}$

$=1000\times\frac{26}{25}$

$=1040$

说明： 本题利用$a\div b\div c=a\div(b\times c)$进行计算。

3.　$13.26\div26$

解： 原式 $=13.26\div13\div2$

$=1.02\div2$

$=0.51$

4.　$64\frac{1}{17}\div9$

解： 原式 $=\left(63+1\frac{1}{17}\right)\div9$

$=63\div9+\frac{18}{17}\div9$

$=7+\frac{2}{17}$

$=7\frac{2}{17}$

说明： 有些题目，可以将其中某个已知数进行分解，使

它便于口算，从而使计算简便。上面两题就是例子。

5. $12400 \div 25$

解：原式 $=(12400\times4)\div(25\times4)$

$=49600\div100$

$=496$

6. $374000\div125$

解：原式 $=(374000\times8)\div(125\times8)$

$=2992000\div1000$

$=2992$

说明：被除数和除数同时乘以或除以相同的数（除数不为零），所得商不变。

7. $54+47+51+52+48+50+49+53+51+48$

解：原式 $=50\times10+(4+1+2+3+1)-(3+2+1+2)$

$=500+11-8$

$=503$

分析：当许多大小不同彼此又比较接近的数相加时，可选取其中一个数(最好是整十,整百、整千等……)作为基数，再找出其它各数与这个数的差，大于基数的作为加数，小于基数的作为减数，把这些差累计起来，用加数的个数乘以基数，加上累计差，即得答案。

8. $9+99+999+9999+99999$

分析：题目中有许多9，若把9加上1就变成10，这样就可以把原题巧妙地变形，这是小学数学中常用的一种技巧。

解：原式 $=(9+1)+(99+1)+(999+1)+(9999+1)$
$+(99999+1)-5$

$=10+100+1000+10000+100000-5$

$=111110-5$

$=111105$

9. $1-\frac{1}{10}-\frac{1}{100}-\frac{1}{1000}-\frac{1}{10000}-\frac{1}{100000}$

解：原式 $=1-(0.1+0.01+0.001+0.0001+0.00001)$

$=1-0.11111$

$=0.88889$

10. 33333^2

解：原式 $=11111\times3\times33333$

$=11111\times99999$

$=11111\times(100000-1)$

$=1111100000-11111$

$=1111088889$

说明：本题设法转化出一个由数字 9 组成的数，然后再用第 8 题的方法求解。

11. $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}$

分析：观察此式的特点，可以看出，每个分式的分母皆为相邻两自然数之积，可利用等式 $\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$ 来求解。

解：原式 $=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{8\times9}+\frac{1}{9\times10}$

$$=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)$$

$$+\cdots+\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{9}\right)+\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{10}\right)$$

$$=1-\frac{1}{10}$$

$$=\frac{9}{10}$$

12. $\frac{1}{2\times5}+3\frac{1}{5\times8}+5\frac{1}{8\times11}+9\frac{1}{11\times14}+11\frac{1}{14\times17}$

解： 原式$=(3+5+9+11)+\frac{1}{2\times5}+\frac{1}{5\times8}+\frac{1}{8\times11}$

$$+\frac{1}{11\times14}+\frac{1}{14\times17}$$

$$=28+\frac{1}{3}\times\left(\frac{3}{2\times5}+\frac{3}{5\times8}+\frac{3}{8\times11}+\frac{3}{11\times14}\right.$$

$$\left.+\frac{3}{14\times17}\right)$$

$$=28+\frac{1}{3}\left[\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{8}\right)+\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{11}\right)\right.$$

$$\left.+\left(\frac{1}{11}-\frac{1}{14}\right)+\left(\frac{1}{14}-\frac{1}{17}\right)\right]$$

$$=28+\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{17}\right)$$

$$=28\frac{5}{34}$$

说明： 利用$\frac{1}{n(n+d)}=\frac{1}{d}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+d}\right)$来计算。

13. $\frac{1}{2}+\frac{2}{2\times3}+\frac{3}{2\times3\times4}+\frac{4}{2\times3\times4\times5}$

原式$=\frac{1}{2}+\frac{3-1}{2\times3}+\frac{4-1}{2\times3\times4}+\frac{5-1}{2\times3\times4\times5}$

$$=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2\times3}\right)+\left(\frac{1}{2\times3}-\frac{1}{2\times3\times4}\right)$$

$$+\left(\frac{1}{2\times3\times4}-\frac{1}{2\times3\times4\times5}\right)$$

$$=1-\frac{1}{2\times3\times4\times5}$$

$$=\frac{119}{120}$$

14. $\frac{1}{4\times5\times6}+\frac{1}{5\times6\times7}+\frac{1}{6\times7\times8}+\frac{1}{7\times8\times9}$

$+\cdots+\frac{1}{98\times99\times100}$

解： 原式 $=\frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{4\times5}-\frac{1}{5\times6}\right)+\left(\frac{1}{5\times6}-\frac{1}{6\times7}\right)\right.$

$$+\left(\frac{1}{6\times7}-\frac{1}{7\times8}\right)+\left(\frac{1}{7\times8}-\frac{1}{8\times9}\right)$$

$$\left.+\cdots+\left(\frac{1}{98\times99}-\frac{1}{99\times100}\right)\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{4\times5}-\frac{1}{99\times100}\right]$$

$$=\frac{1}{40}-\frac{1}{19800}$$

$$=\frac{494}{19800}$$

$$=\frac{247}{9900}$$

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

说明：利用$\frac{1}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{n(n+1)}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right]$公式解题。

15．在下面等式的括号里填上适当的数。

$$\frac{1}{10}=\frac{1}{(\quad)}+\frac{1}{(\quad)}$$

解：$\frac{1}{10}=\frac{1}{2\times5}=\frac{7}{2\times5\times7}$

$$=\frac{2+5}{2\times5\times7}=\frac{2}{2\times5\times7}+\frac{5}{2\times5\times7}$$

$$=\frac{1}{35}+\frac{1}{14}$$

分析：此类问题的解法，主要有以下几个步骤

（1）将分母10写成质因数乘积的形式，即

$$\frac{1}{10}=\frac{1}{2\times5}$$

（2）把$\frac{1}{2\times5}$的分子分母同乘以质因数的和，即

$$\frac{1}{2\times5}=\frac{7}{2\times5\times7}$$

（3）把分子拆成分母分解成的两个质因数的和，即$7=2+5$，然后拆成两个分数的和。

（4）把拆开后的两个分数约分，化成最简分数。

此题还可写成$\frac{1}{10}=\frac{1}{1\times10}=\frac{11}{1\times10\times11}=\frac{1+10}{1\times10\times11}$

$$=\frac{1}{1\times10\times11}+\frac{10}{1\times10\times11}=\frac{1}{110}+\frac{1}{11}$$

事实上，我们把分母分解成质因数后，可以得到这个分母的不同的约数，只要把分子、分母都乘以这个分母的任意两个约数的和，就可以把一个分数拆成两个分数的和。

这种方法同样适用于把一个分数拆成三个或三个以上分数的和。

16．填空，$\frac{1}{12}=\frac{1}{(\quad)}+\frac{1}{(\quad)}+\frac{1}{(\quad)}$

解：任取12的三个约数如2，3，4。

$$\frac{1}{12}=\frac{2+3+4}{12\times(2+3+4)}$$

$$=\frac{2}{12\times9}+\frac{3}{12\times9}+\frac{4}{12\times9}$$

$$=\frac{1}{54}+\frac{1}{36}+\frac{1}{27}$$

17．填空，$\frac{1}{18}=\frac{1}{(\quad)}+\frac{1}{(\quad)}+\frac{1}{(\quad)}$。要求三个括号内填的数相同。

解：$\frac{1}{18}=\frac{1+1+1}{18(1+1+1)}=\frac{1}{18\times3}+\frac{1}{18\times3}+\frac{1}{18\times3}$

$$=\frac{1}{54}+\frac{1}{54}+\frac{1}{54}$$

说明：对分数的拆分问题，所选约数如果都相同，将会把原分数拆成几个相同分数的和。

习　题　一

1．计算下列各题

（1）4.88×1.25　　（2）$8.7\div2.5$

（3）$\left[8.6-3\frac{4}{5}\left(3\frac{5}{8}-3.625\right)\right]\div 10$

（4）$\left(16.875\div 1.6875+2\frac{1}{5}\right)\times\frac{10}{61}$

（5）$63630\div 7\div 9$

（6）$75000\div 125\div 15$　　（7）$49\frac{7}{8}\div 7$

（8）$2700\div 4.5$　　（9）$57\times\frac{55}{56}$

（10）$42800\div 2.5$　　（11）$2261000\div 125$

2. 计算$88+87+89+96+95+97$

3. 计算197，202，195，203，196，201的平均数

4. 计算（1）99999×7853

（2）$123456789\times 999999999$

（3）$0.9+0.99+0.999+0.9999+0.99999$

5. 3333333333的平方有几位数字是奇数

6. 计算（1）$\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\cdots+\frac{1}{1992\times 1993}$

（2）$\frac{1}{1\times 5}+\frac{1}{5\times 9}+\frac{1}{9\times 13}+\frac{1}{13\times 17}+\frac{1}{17\times 21}$

（3）$\frac{2}{12\times 14}+\frac{2}{14\times 16}+\frac{2}{16\times 18}+\frac{2}{18\times 20}+\frac{1}{20}$

（4）$\frac{1}{1\times 2\times 3\times 4}+\frac{1}{2\times 3\times 4\times 5}+\frac{1}{3\times 4\times 5\times 6}$

$+\cdots+\frac{1}{97\times 98\times 99\times 100}$

(5) $\dfrac{2}{1\times(1+2)}+\dfrac{3}{(1+2)(1+2+3)}$

$+\dfrac{4}{(1+2+3)(1+2+3+4)}+\cdots$

$+\dfrac{100}{(1+2+3+\cdots+99)(1+2+3+\cdots+100)}$

7. 在下列等式的括号内填上适当的自然数，使等式成立（分母不能相同）

(1) $\dfrac{1}{16}=\dfrac{1}{(\quad)}+\dfrac{1}{(\quad)}+\dfrac{1}{(\quad)}$

(2) $\dfrac{1}{20}=\dfrac{1}{(\quad)}+\dfrac{1}{(\quad)}+\dfrac{1}{(\quad)}+\dfrac{1}{(\quad)}+\dfrac{1}{(\quad)}$

二、数列问题

数列问题首先要会寻找它们的排列规律，而要寻找它们内在的排列规律，通常先寻找各项与项数之间的关系，或者把某一项与它相邻的前后项联系起来考虑，看看它们之间有什么共同的关系，然后应用由具体到一般的归纳法，总结出排列规律。

数列求和问题的关键，是要巧算，并熟记求和公式。

等差数列的通项公式：$a_n=a_1+(n-1)d$，

等差数列的求和公式：$s=\frac{n\times(a_1+a_n)}{2}$。

s表示前n项的和，a_1表示首项，a_n表示第n项，d表示公差。n表示项数。

1． 根据前四个数的规律，填出最后一个数

（1）$\frac{1}{2}$，$\frac{3}{5}$，$\frac{5}{8}$，$\frac{7}{11}$，（　　）

（2）$\frac{2}{3}$，$\frac{4}{9}$，$\frac{8}{27}$，$\frac{16}{81}$，（　　）

（3）$\frac{15}{15}$，$\frac{10}{12}$，$\frac{6}{9}$，$\frac{3}{6}$，（　　）

（4）$\frac{1}{9}$，$\frac{15}{16}$，$\frac{9}{25}$，$\frac{13}{36}$，（　　）

解：（1）$\longrightarrow\frac{9}{14}$，（2）$\longrightarrow\frac{32}{243}$，（3）$\longrightarrow\frac{1}{3}$， （4）$\longrightarrow \frac{17}{49}$

分析：第一题后一个数与相邻前一个数相比较，分母大3分子大2，因此第五个数为$\frac{9}{14}$；

第二题后一个数与其前一个数相比较，后一个数的分母是前一个数分母的3倍，后一个数的分子是前一个数分子的2倍，因此第五个数为$\frac{32}{243}$；

第三题前一个数与其后一个数相比较，分母之差是3，分子之差依次递减相差1，即为5，4，3，2；因此第五个数为$\frac{1}{3}$；

第四题后一个数的分子与其前一个数分子相差4，但分母分别是各数的序数加2的和的平方，即$(2+1)^2=3^2$，$(2+2)^2=4^2$，$(2+3)^2=5^2$，$(2+4)^2=6^2$，$(2+5^2)=7^2$，因此第五个数为$\frac{17}{49}$。

2. 如果将自然数1到40，按下表排列

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40

（1）围成下图所示形式字形，上一行是连续两个数，下一行是连续四个数，这六个数之和为95，求这六个数？

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com