

周筑宝 著

最小耗能原理及其应用

材料的破坏理论、本构关系理论及变分原理

科学出版社

最小耗能原理及其应用

材料的破坏理论、本构关系理论及变分原理

周筑宝 著

科学出版社

2001

内 容 简 介

本书根据非平衡态热力学理论,提出并证明了一个比现有的类似研究成果适用范围更大的最小耗能原理,在此基础上,给出了建立材料破坏理论、材料本构关系理论和变分原理的新思路和新方法。从上述思路和方法出发,本书在以上三个方面都导出了一些有意义的成果,对深入地认识以上三方面问题的内在联系以及用更加理性的方法去研究和解决这些问题或许都会有所帮助。

本书可供从事与固体力学有关的科研、教学和工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

最小耗能原理及其应用:材料的破坏理论、本构关系理论及变分原理/周筑宝著. —北京:科学出版社,2001

ISBN 7-03-008124-2

I. 最… II. 周… III. 不可逆过程热力学 IV. O414.14

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 61454 号

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

丽源印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2001 年 2 月第 一 版 开本:850×1168 1/32

2001 年 2 月第一次印刷 印张:5 1/4

印数:1—2 500

字数:134 000

定价:13.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

序

强度理论是对一切工程结构进行强度设计的依据,本构关系和变分方法则分别是进行结构分析的基本资料和重要手段。周筑宝教授在这本专著中提出并证明了一个与现有类似研究成果相比,具有更大适用范围的最小耗能原理,实现了理论突破。

1. 从材料的损伤、屈服、断裂都是一个需要消耗能量的过程因而应受到最小耗能原理规范的观点出发,分别在给定的条件下,导出了材料损伤、屈服和断裂准则。

2. 从耗散型材料本构关系应受到最小耗能原理规范的观点出发,分别在相应的给定条件下,导出了正交和广义正交法则、以及塑性力学和黏塑性力学中的一些本构关系。

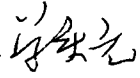
3. 从最小耗能原理出发,得到了最小功耗原理,并进而提出了三种类型的新变分原理。

以上工作包含一种全新的学术思想,它把材料破坏理论、本构关系理论和力学中的变分原理和谐地统一在最小耗能原理框架之中。这一创造性成果不仅具有重要理论价值(因为它揭示了以上三者的内在联系),而且为解决工程科学中颇感棘手的强度准则问题和本构关系问题,提供了新的思路和方法。本专著按此种新思路和新方法导出的各种成果,有的就是已得到普遍承认的一些重要结论,有的为可信的实验资料验证,有的与按其他方法得出的理论解答相吻合。因而从多方面印证了周教授的新思路和新方法的可靠性。

本专著第二章和第六章还向读者展示了有关最小耗能原理可能具有的广阔应用前景。

以上特色充分反映本专著具有重大学术意义和实际价值。我衷心祝贺本专著出版,期望它能引起更多研究者对最小耗能原理

及其在各有关学科中应用的关注和兴趣,使它在我国和世界的研究上升到一个崭新的水平。

中国工程院院士 
2000年1月8日

目 录

第一章 绪论	(1)
第二章 最小耗能原理	(7)
§ 2.1 概述	(7)
§ 2.2 最小耗能原理	(8)
§ 2.3 最小耗能原理与最小熵产生原理的区别	(12)
§ 2.4 两个例题	(13)
§ 2.5 用最小耗能原理解决问题的三种途径	(15)
第三章 基于最小耗能原理的广义强度理论新体系	(18)
§ 3.1 概述	(18)
§ 3.2 最小耗能原理与强度理论	(20)
§ 3.3 多轴应力下的新砵强度准则	(22)
3.3.1 国内外的研究现状	(22)
3.3.2 新砵强度准则的推导和建立	(23)
3.3.3 新砵强度准则的实验验证	(29)
3.3.4 新砵强度准则与现有的一些有代表性的砵强度准 则的比较	(43)
§ 3.4 各向异性材料的强度准则	(52)
3.4.1 概述	(52)
3.4.2 建立各向异性材料强度准则的思路	(53)
3.4.3 正交各向异性、线弹性、脆性材料强度准则的推导 和建立	(54)
3.4.4 正交各向异性、线弹性、脆性材料强度准则与新砵	

强度准则及 Mises 准则之间的关系	(60)
§ 3.5 最小耗能原理与断裂准则	(62)
3.5.1 概述	(62)
3.5.2 按最小耗能原理建立复合型断裂准则	(63)
3.5.3 线弹性裂纹体的复合型断裂准则——最小应变能 密度因子断裂准则	(65)
3.5.4 最小应变能密度因子断裂准则的另一种导出方法	(69)
§ 3.6 最小耗能原理与损伤准则	(70)
§ 3.7 对强度理论问题的再认识及广义强度理论新 体系	(73)
3.7.1 对经典强度理论中能量理论的再认识	(73)
3.7.2 对影响强度准则因素的再认识	(76)
3.7.3 对导致当前在强度准则研究领域多种理论并存 局面的再认识	(77)
3.7.4 对研究强度问题基本思路的再认识	(79)
3.7.5 对强度理论研究范围的再认识及广义强度理论新 体系	(80)
3.7.6 应力集中现象与强度问题以及为什么会有应力集 中	(81)
第四章 基于最小耗能原理的本构关系理论	(83)
§ 4.1 概述	(83)
§ 4.2 研究本构关系的公理化方法	(84)
§ 4.3 基于内变量理论的本构关系	(86)
4.3.1 内变量与耗散型材料的本构关系	(86)
4.3.2 基于内变量理论的本构关系	(88)
4.3.3 许可性原理对本构关系的限制	(89)
§ 4.4 基于内蕴时间理论的本构关系	(90)
§ 4.5 基于最小耗能原理的本构关系	(94)

4.5.1 热流密度矢的表达式及所有内变量演化方程的一般形式	(94)
4.5.2 应用举例	(96)
§ 4.6 对本构关系理论的再认识	(103)
第五章 基于最小耗能原理的新变分原理	(109)
§ 5.1 概述	(109)
§ 5.2 最小功耗原理	(110)
§ 5.3 一种基于最小功耗原理的、按应力求解的新变分原理	(112)
§ 5.4 应用举例	(114)
§ 5.5 一种基于最小功耗原理的按位移求解的新变分原理	(126)
§ 5.6 应用举例	(128)
§ 5.7 对两种新变分原理的进一步讨论及基于最小功耗原理的第三种新变分原理	(134)
§ 5.8 新变分原理的主要特点	(141)
第六章 对最小耗能原理的应用前景展望	(143)
§ 6.1 对最小耗能原理在固体材料破坏理论研究中的应用前景展望	(143)
§ 6.2 对最小耗能原理在缺陷体强度分析中的应用前景展望	(144)
§ 6.3 对最小耗能原理在固体材料本构关系理论研究中的应用前景展望	(146)
§ 6.4 对最小耗能原理在结构分析中的应用前景展望	(147)
§ 6.5 对最小耗能原理在经典塑性力学基本理论研究中的应用前景展望	(147)
§ 6.6 对解决刚塑性平面应变问题的滑移线场理论	

的再认识·····	(149)
§ 6.7 对最小耗能原理在河流动力学研究中的应用 前景展望·····	(151)
§ 6.8 对最小耗能原理在社会科学领域中的应用前 景展望·····	(152)
§ 6.9 对最小耗能原理在其它一些学科领域中应用 前景的展望·····	(153)
第七章 最小耗能原理及其应用中的两个问题 ·····	(154)
§ 7.1 关于最小耗能原理证明的讨论·····	(154)
§ 7.2 关于约束条件的讨论·····	(155)
主要参考文献 ·····	(157)

第一章 绪 论

物理学研究表明:物理系统的性状常常使得与其性状有关的某种泛函取驻值,并且该泛函取驻值问题(即变分问题)的驻值条件,通常也就是该物理现象所应遵循的控制方程。例如在力学中已被广泛应用的基于能量原理的各类变分原理,正是建立在这一物理基础之上。众所周知,在弹性力学中当确认了应变能函数的存在又假定在位移变化的过程中外力保持不变时,根据虚功原理就有最小势能原理成立(这意味着表示系统总势能的泛函取驻值),通过引入 Lagrange 乘子还可把最小势能原理加以推广,从而产生一整族的变分原理。另一方面,当应力、应变关系能保证余能函数的存在又假定在应力变化的过程中几何边界条件不变时,根据余虚功原理就有最小余能原理成立(这意味着表示系统总余能的泛函取驻值),通过引入 Lagrange 乘子把最小余能原理加以推广,同样也可产生一整族的变分原理。上述弹性力学中的各类变分原理都是与以泛函形式表示的系统总势能或总余能取驻值的条件联系在一起的,而且由这些取驻值的条件还可以得到与所讨论问题相应的控制方程,并在此意义上和控制方程等价。在一般情况下,如果某物理系统的性状可归结为一变分问题,则此变分问题的取驻值条件通常也都与此物理现象所应遵循的控制方程等价,因此借助于这些取驻值条件往往有可能使许多问题得到解决。在力学学科中的各种变分原理,就是最具代表性和最常用的解决问题的重要手段。

能量原理是热力学理论的核心,热力学虽说是一门比较古老的经典学科,但由于它包罗很广、影响很深、应用性极强,因此至今还处于一种不断发展和创新的活跃状态。本书根据非平衡态热力学的理论,提出并证明了一个与现有的类似研究成果相比,具有更

大适用范围的最小耗能原理,并着重讨论了它在固体力学中的应用问题。由于这些讨论都与系统耗能率表达式(通常是一泛函)的取驻值条件相关联,因此可以认为本书的所有结论也都是建立在“物理系统的性状,常常使得与其性状有关的某种泛函取驻值”这一物理基础之上。在分析了应用最小耗能原理解决问题的三种可能途径之后,本书分别给出了应用最小耗能原理建立广义强度理论、导出材料本构关系以及导出某些新变分原理的一般性方法和有关的具体应用实例。

这里所谓的广义强度理论,实际上就是包括材料损伤、屈服、断裂和破坏准则在内的材料破坏理论。众所周知,上述的材料破坏理论是对一切工程结构进行强度设计和强度校核的依据,因此它无论在理论上和应用上都具有重大的价值。令人遗憾的是,如今在工程实践中可供选用的各种损伤、屈服、断裂和破坏准则,不是通过观察破坏现象后提出的各种不同假设,就是通过拟合实验结果得到的一些没有物理意义的经验公式。大量的试验研究结果已经表明,材料的破坏规律与它的性能和促使其破坏的应力(或应变)状态紧密相关,鉴于实际材料性能的千差万别以及实际上可能的各种应力(或应变)状态组合的无穷性,使得按上述“假设”或“拟合”方式建立的损伤、屈服、断裂和破坏准则,也必然会呈现出目前的多种准则并存的局面。由于这些并存的多种准则通常都是根据不同的假设建立的,以致这些众多的并存准则虽然描述的都是同一类型的物理现象(即材料的破坏规律),但却具有不同的物理意义,没有一个统一的理论框架。至于那些通过拟合实验结果得到的准则,它们则仅仅是一些没有物理意义的经验公式。对于一个如此重要的问题,上述状况显然是不能令人满意的,鉴于问题的复杂性,材料的破坏理论问题至今仍未获得圆满解决,它是公认的当今力学学科中与湍流问题并列的两大难题之一。

由于材料在荷载作用下发生的破坏基本上是一种宏观现象,因此长期以来人们都习惯于以“通过观察破坏现象然后提出某种假设”的方式来建立材料的破坏理论。但按这种方式建立起来的

各种准则,由于没有与材料的破坏机理相联系,因此存在着前述的不能令人满意状况。为了搞清楚材料的破坏机理以及它们和材料宏观破坏现象之间的相互联系,从20世纪80年代起,在国内外逐渐兴起并形成了一种宏、介、微观相结合的,研究材料破坏理论的趋势和热潮,众多的学者都寄希望于,沿此途径能从根本上搞清楚材料破坏过程所应遵循的规律,并进而导出合理的材料破坏理论。由于这是一个多尺度、跨学科、难度极大的命题,因此迄今为止虽已获得了若干局部的进展,但还远未能达到所期望的目标。鉴于目前对材料进行介、微观研究以及从介、微观的研究成果出发去推导材料的宏观力学性能(包括破坏规律)时,不可避免地也要作一些假设、简化及统计处理,而且不同的假设、简化及统计处理又可能会导出不同的宏观力学性能来,这就使得由实验观察到的宏观力学性能(包括破坏规律)反过来又成了判别用上述宏、介、微观相结合方法推导出来的成果是否正确的依据。由此可见,即使是采用宏、介、微观相结合的方法来研究材料的破坏理论,实际上目前也需要根据由实验观察到的宏观力学性能来调整假设和调整相应的简化及统计处理方法。显然,这还是没能走出“通过观察破坏现象然后提出某种假设”的老路。

本书第三章所介绍的按最小耗能原理建立材料破坏理论的新思路,则是从材料的破坏将总是在与其相应的约束条件下,以最容易发生破坏的方式进行的观点来研究材料的破坏理论。这相当于认为无论何种形式的材料破坏,实际上都是一个需要消耗能量的过程,因此它应该受到最小耗能原理的规范。从这样的观点出发,把对材料破坏耗能有影响的各种因素[例如材料的性能、促使材料发生破坏的应力(或应变)状态等],在材料的破坏耗能应受到最小耗能原理规范条件下,同时溶合到按此新思路建立的准则之中。因此按此新思路建立的各种准则,它既能反映材料性能对准则的影响,又能反映促使材料发生破坏的应力(或应变)状态对准则的影响。对不同性能的材料以及对不同的导致材料发生各种形式破坏的应力(或应变)状态范围内的相应准则,它们也都可以在

一个统一的理论框架下,按一种大致相同的模式导出。在本书第三章中还给出了按此新思路建立各种准则的一般性方法,并用此方法具体导出了塑性力学中的 Mises 屈服准则、断裂力学中的最小应变能密度因子断裂准则以及损伤力学中的用损伤应变能密度释放率表示的损伤破坏准则。除此而外,还在发生破坏耗能之前是线弹性的脆性材料的条件下,导出了正交各向异性材料的强度准则和一个新的砵强度准则,并对此新砵强度准则进行了必要的实验验证。由于以上的各种准则都是按问题给定的具体条件,根据最小耗能原理推导出来的,因此,也就完全摆脱了材料的破坏理论目前都是依赖于“假设”或“拟合”的传统方法去建立的这样一种不能令人满意的状况。以上情况说明材料的破坏理论这一力学难题,或许有可能在最小耗能原理这个统一的理论框架下,以一种比较理性的方式得到解决。

现代连续介质力学理论,把连续介质力学基本方程中与材料性质有关的那部分方程称为本构方程或本构关系。由于开展材料本构关系理论的研究,对于在更高的层次和更符合材料物性的基础上,发展固体力学及其相关分支和交缘领域具有十分重要的意义,因此从 20 世纪 80 年代以来,研究材料本构关系理论的问题日益受到重视,并成为当今固体力学的热点和前沿。虽然迄今为止已经提出了多种本构关系理论并形成了许多学派,但现有的各种本构关系理论在当其真的被用来建立工程上所需要的本构关系的具体表达式时,仍然都还存在着许多不能令人满意之处。因此,目前在实用中占主导地位的,实际上依然是由塑性位势理论及 Drucker 假设引申出来的所谓正交法则假设和广义正交法则假设。鉴于至今人们还对正交及广义正交法则假设究竟只适用于一些什么情况(即在使用它们时应受到一些什么条件的限制),以及其中所谓的“塑性势”或“势函数”究竟具有什么样的物理内涵等关键问题还说不明白,因此在使用它们的时候不免总使人带有几分疑虑和遗憾。

本书第四章在现代连续介质力学的内变量理论框架下,建立

了一种基于最小耗能原理的本构关系理论。从这种新的本构关系理论出发,除了在相应的给定条件下,具体导出了经典塑性力学中现有的各种本构关系以及黏塑性力学中的 Bingham 体和 Maxwell 体的本构关系之外,还在相应的给定条件下导出了正交和广义正交法则。这就不仅回答了正交和广义正交法则假设究竟能适用于一些什么情况(即在使用它时应受到一些什么限制),以及其中所谓的“塑性势”或“势函数”究竟具有什么样的物理内涵等关键问题从而使这两个假设升华为一种理论,而且还为研究更符合于材料物性的本构关系表达式提供了一种比正交和广义正交法则更具一般性的新方法,而正交和广义正交法则仅是上述更具一般性新方法的特例。

从 20 世纪 60 年代以来,有限元法的兴起、发展和广泛应用有力地推进了基于能量原理的各类变分原理的研究工作。例如固体力学中的变分原理,已从过去主要只研究弹性力学问题而拓展到塑性力学、断裂力学和蠕变理论领域,并从小变形领域拓展到有限变形领域,从而获得了许多各式各样的新变分原理。本书第五章从最小耗能原理出发,也导出了三个新的变分原理。这三个新变分原理的主要特点是:

1. 它们既具有可引入 Lagrange 乘子建立取驻值条件带来的方便,又未对材料的应力、应变关系附加任何限制。这就使得具有不同应力、应变关系的结构分析问题,都可应用这三个新变分原理中的任何一个进行求解,从而将弹性、塑性及蠕变理论问题统一到上述任何一种形式的新变分原理之中。

2. 这些新的变分原理还具有可以研究“过程”的优点,这样就给研究与加载过程有关的弹、塑性分析问题和与加载及持载时间有关的蠕变及松弛过程问题的求解带来了方便。

综上所述,本书第三、四、五章所介绍的有关材料的破坏理论、材料的本构关系理论以及结构分析理论(即变分原理)三个方面的成果,都是在最小耗能原理这个统一的理论框架下得到的。显然这对深入地认识以上三方面问题的内在联系,并在此基础上用一

种更加理性的方法去研究和解决这些问题(尤其是有关材料破坏理论和材料本构关系理论的问题)具有重要意义。

鉴于耗能过程广泛地存在于许多学科领域之中(其中也包括生命科学领域,因为在有生命的生物体内也毫不例外地存在着耗能现象和耗能过程),因此可以预料最小耗能原理应该具有更加广阔的应用范围。因受知识面的限制,笔者不可能对最小耗能原理在各个方面的应用问题都作深入的讨论,在本书第六章中,笔者仅就所想到的几个问题略陈管见,并且是仅限于对所讨论问题应用前景的某些“展望”的管见。

本书第二章的内容,主要是提出和证明最小耗能原理,第七章的内容则是笔者针对目前已聆听到的有关最小耗能原理的证明及其应用方面的两个有代表性意见所阐述的个人看法。鉴于最小耗能原理是根据非平衡态热力学理论来证明的,还鉴于当前对非平衡态热力学理论本身就存在着许多不同的认识和争论,因此对借助于非平衡态热力学理论来证明的最小耗能原理存在一些不同的看法是不足为怪的。事实上,每一种科学理论都仅仅是在一定的条件下反映客观世界的相对真理,如果把它不适当地当成绝对正确的终极真理、把它视若神明供奉起来,并用这种虚妄的偶像禁锢我们的思想,那么科学就停滞不前了,因此在科学技术领域中需要大力提倡创新精神,但是在“创新”过程中除了需要有一丝不苟严谨认真的科学态度之外,无疑还需要有一种“坚持真理、修正错误”的坦荡心态。由于本书的所述内容在许多方面都与当今现有的一些理论和方法完全不同,再加上笔者的知识面及水平有限,因此存在某些不足或不妥之处在所难免,衷心地希望能得到各有关方面专家的指正。

第二章 最小耗能原理

§ 2.1 概 述

稻秆和麦秆等植物都是空心的,其奥妙在于用最少的材料可取得最稳固的结构。许多果实及单细胞藻类植物都呈圆球形,这是因为建造球形容器耗费的材料最少而容积最大。另外据测定在35℃时水的比热最小,这意味着人的体温为35℃时为保持体温恒定所需吸收和放出的热量最小,即人体总是在耗能最小的情况下保持着自身体温的恒定。所有这些在有生命体中发生的奇妙现象,都曾被认为是在生物进化过程中经过“适者生存”这一自然法则长期选择的结果,并被称之为大自然的节约法则。有趣的是类似的节约法则在无生命的耗能过程中依然比比皆是。例如风、雨、水流侵蚀山崖、土体形成新的地貌时,总是遵循“欺软怕硬”的“省力”方式进行。又如驱动物体破坏的能量,总是在物体的薄弱部位(如裂纹尖端、孔洞、缺陷等)聚集,从而导致著名的应力集中以及一些金属总是在薄弱部位特别容易被锈蚀等奇妙现象的出现。再如液滴总试图保持最小表面以维持最小表面能……,显然,对这些无生命耗能过程中依然存在的奇妙现象,是不能用“适者生存”的自然选择法则来解释的。

本章提出并证明的最小耗能原理指出:“任何耗能过程,都将在与其相应的约束条件下以最小耗能的方式进行。”这里所谓“以最小耗能的方式进行”的含意,是指在耗能过程中的任意时刻,其耗能率都取当时所有可能耗能率的最小值。由于这个结论对有生命或无生命的耗能过程都同样成立,因此它不仅能用来解释无生命耗能过程中的种种奇妙现象,而且也揭示了有生命耗能过程中发生的各种奇妙现象的本质,从而将大自然的节约法则提升到理

性认识的高度。

关于最小耗能原理的研究,如果从 Helmholtz 针对不可压缩黏性流体提出的最小能耗原理算起已有 100 多年的历史了。以后众多的学者都对类似的问题作过进一步的研究,但他们的研究都需加上“平衡态”或“稳定态”的限制条件^[1~6],即认为只有当系统处于平衡态或稳定态时,其能量或其耗能率才取与施加于该系统的约束条件相适应的最小值。而文献[7]及本章的讨论则是在一般情况下对整个耗能过程进行的,在引入瞬时稳定态的概念之后证明了在任何耗能过程的每一瞬时,系统都将在与其相应的约束条件下取当时所有可能耗能率的最小值。于是,只要已知耗能过程中耗能率的表达式及耗能过程所应满足的约束条件表达式,则相对于整个耗能过程的任意时刻均可建立取驻值条件,由这些取驻值条件则有可能求得一些适用于耗能全过程的有用结果。

§ 2.2 最小耗能原理

线性非平衡态热力学中的最小熵产生原理指出:在线性非平衡态的条件下,若唯象系数可视为常数且具有对称性,则和外界恒定约束条件相适应的非平衡定态的熵产生将具有极小值^[8~10]。考虑一连续的微系统,由于连续的假设允许我们把此微系统极小化,于是微系统的耗能率可用耗散函数表示为^[10]

$$\varphi = TP = T \sum_{k=1}^n J_k X_k \quad (2.1)$$

其中 T 为微系统的绝对温度、 P 为微系统中产生熵的速率(即熵产生)、 J_k 为第 k 种不可逆过程的热力学流、 X_k 为第 k 种不可逆过程的热力学力,它们一般都是时间 t 的函数。如果此微系统处于线性非平衡定态且唯象系数可视为常数并满足 Onsager 倒易关系,则由最小熵产生原理及(2.1)式可以推知,此微系统的耗能率将是该微系统在相应约束条件下的极小值。由文献[8~10]知,在前述限制条件下线性非平衡区中与任何耗能过程相对应的熵产