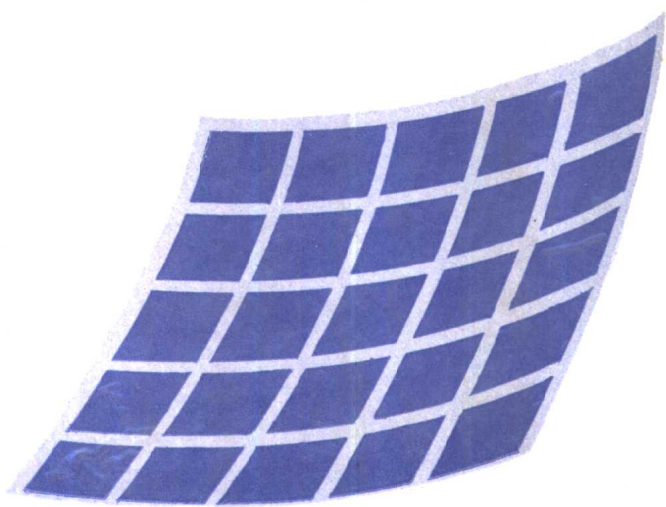


高等数学



主编 顾宝珊

编著 马今 张琪

北京邮电大学出版社

高等数学

(经济、金融和管理类专业用)

主编 顾宝珊

编者 马今 张琪

北京邮电大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学/顾宝珊等编著. —北京:北京邮电大学出版社, 1995

ISBN 7-5635-0233-5

I. 高… II. 顾… III. 高等数学-高等学校-教材
IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(95)第 20578 号

高等数学

主 编 顾宝珊
编 者 马今 张琪
责任编辑 孙伟玲

*

北京邮电大学出版社出版
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
通县向阳印刷厂印刷

*

850×1168 毫米 1/32 印张 12.125 字数 314 千字

1996 年 2 月第一版 1996 年 2 月第一次印刷

印数: 1—5500 册

ISBN 7-5635-0233-5/O · 13 定价: 12.50 元

440961

前 言

本书是为经济、金融和管理类专业专科学学生编写的高等数学教材。内容包括:函数、极限与连续、导数与微分、中值定理及导数的应用、不定积分、定积分、多元函数的微积分、无穷级数及微分方程简介共九章。书中冠以*号的内容、例题、习题,可根据专业要求及教学需要取舍。

编写时,在教材处理上力求简明扼要,重点放在基本概念与基本方法上,不追求过分严密的推导和过深的理论证明,通俗易懂、由浅入深。

本书的主要特点是:

(1) 注意教学的“适用性”。为便于学生掌握教材的重点,每章开始简要叙述本章讨论的主要问题;为便于学生复习,各章末有小结。

(2) 教材中配置了一定数量以基本为主、难易适中的例题及习题,以利读者加深、巩固对概念的理解和对定理、公式的运用。书后附有习题答案。在例题的选择上力求注意其典型性,并指出解题的方法、思路,以加强对学生掌握高等数学基本方法的训练。

(3) 为适合经济、管理类专业的需要,教材中突出了微积分在经济中的应用。

本书由顾宝珊主编。第一、二、三章由马今编写,第四、五、六章由张琪编写,第七、八、九章由顾宝珊编写。

编者衷心感谢南京邮电学院叶章钊教授、长春邮电学院魏竹轩副教授、北京邮电大学赵启松副教授、石家庄邮政专科学校陈淦英副教授的帮助,他们不但仔细地审阅了全部书稿,并且提出了中肯的意见。

书中全部插图由西安邮电学院刘军老师绘制,在此表示衷心感谢。

由于编者水平有限,书中难免有不妥之处,敬请读者批评指正。

编 者

1994年10月

目 录

第一章 函数	(1)
第一节 函数	(1)
一、常量与变量	(1)
二、函数概念	(3)
三、关于函数的表示方法	(5)
四、函数定义域的确定	(6)
习题 1-1	(8)
第二节 经济中常用的函数	(9)
一、总成本函数	(9)
二、收益函数	(9)
三、利润函数	(9)
四、价格函数与需求函数	(10)
五、供给函数	(11)
六、库存问题	(12)
习题 1-2	(12)
第三节 反函数及函数的特性	(13)
一、反函数	(13)
二、函数的几个简单性质	(14)
三、函数的零点	(18)
习题 1-3	(18)
第四节 初等函数	(19)
一、基本初等函数	(19)
二、复合函数、初等函数	(22)
习题 1-4	(24)

小结	(24)
第二章 极限与连续	(26)
第一节 数列的极限	(26)
一、数列	(26)
二、数列的极限	(27)
三、收敛数列的有界性	(30)
习题 2-1	(31)
第二节 函数的极限	(32)
一、当 x 趋于无穷大时的函数极限	(32)
二、当 x 趋近有限值时的函数极限	(34)
三、左极限和右极限	(36)
四、关于函数极限的定理	(38)
习题 2-2	(39)
第三节 无穷大量与无穷小量	(39)
一、无穷大量	(39)
二、无穷小量	(41)
三、无穷小量的比较	(43)
习题 2-3	(44)
第四节 极限的运算法则	(45)
习题 2-4	(48)
第五节 极限存在的准则	(49)
一、准则 I 和重要极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$	(49)
二、准则 II 和重要极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{\sin x}{x}) = 1$	(52)
三、利用两个重要极限求函数极限	(54)
习题 2-5	(56)
第六节 函数的连续性	(57)
一、函数的增量	(57)
二、连续函数的概念	(58)

三、函数的间断点	(60)
四、连续函数的运算法则、初等函数的连续性	(61)
五、闭区间上连续函数的性质	(62)
习题 2-6	(64)
小结	(65)
第三章 导数与微分	(67)
第一节 导数概念	(67)
一、导数概念引例	(67)
二、导数的定义	(70)
三、可导与连续的关系	(72)
习题 3-1	(73)
第二节 导数的基本公式和运算法则	(74)
习题 3-2	(94)
第三节 高阶导数	(96)
习题 3-3	(98)
第四节 微分	(99)
一、微分概念	(99)
二、微分的几何意义	(101)
三、微分公式	(102)
四、微分的应用	(104)
习题 3-4	(106)
小结	(107)
第四章 中值定理及导数的应用	(109)
第一节 中值定理	(109)
一、罗尔定理	(109)
二、拉格朗日中值定理	(112)
习题 4-1	(114)
第二节 罗必达法则	(114)
习题 4-2	(118)

第三节 函数的增减性	(119)
习题 4-3	(122)
第四节 函数的极值	(122)
习题 4-4	(128)
第五节 最大值、最小值问题	(128)
习题 4-5	(131)
第六节 函数图形的作法	(131)
一、曲线的凹向与拐点	(131)
二、曲线的渐近线	(134)
三、函数图形的作法	(136)
习题 4-6	(139)
第七节 导数在经济中的应用	(140)
一、边际分析	(140)
二、弹性分析	(142)
习题 4-7	(146)
小结	(146)
第五章 不定积分	(148)
第一节 不定积分的概念与性质	(148)
一、原函数与不定积分的概念	(148)
二、不定积分的性质	(152)
三、基本积分公式	(153)
习题 5-1	(156)
第二节 换元积分法	(157)
一、第一类换元积分法(凑微分法)	(157)
二、第二类换元积分法	(162)
习题 5-2	(165)
第三节 分部积分法	(167)
习题 5-3	(172)
小结	(172)

第六章 定积分	(175)
第一节 定积分的概念	(175)
一、定积分问题的举例	(175)
二、定积分的定义	(179)
三、定积分的几何意义	(181)
习题 6-1	(182)
第二节 定积分的基本性质	(182)
习题 6-2	(186)
第三节 定积分与不定积分的关系	(186)
习题 6-3	(191)
第四节 定积分的换元积分法	(192)
习题 6-4	(194)
第五节 定积分的分部积分法	(195)
习题 6-5	(196)
第六节 定积分的应用	(197)
一、定积分的微元法	(197)
二、平面图形的面积	(198)
三、体积	(202)
四、经济应用问题举例	(204)
习题 6-6	(205)
*第七节 广义积分	(206)
一、无限区间上的积分	(207)
二、无界函数的积分	(209)
习题 6-7	(211)
小结	(211)
第七章 多元函数的微积分	(213)
第一节 空间解析几何简介	(213)
一、空间直角坐标系	(213)
二、空间两点间的距离	(215)

三、曲面与方程	(216)
习题 7-1	(221)
第二节 多元函数的概念	(221)
一、多元函数的定义	(221)
二、二元函数的定义域	(223)
三、二元函数的几何意义	(225)
习题 7-2	(225)
第三节 二元函数的极限与连续	(226)
一、二元函数的极限	(226)
二、二元函数的连续性	(228)
三、二元函数极限的求法	(229)
习题 7-3	(230)
第四节 偏导数	(230)
一、偏导数的定义和计算	(230)
二、二元函数偏导数的几何意义	(232)
三、高阶偏导数	(233)
习题 7-4	(235)
第五节 全微分	(236)
一、全微分的概念	(236)
二、全微分的几何意义	(239)
三、全微分在近似计算中的应用	(240)
习题 7-5	(242)
第六节 多元函数的复合函数微分法	(242)
一、偏导数公式	(242)
二、全导数公式	(247)
三、“抽象”复合函数的偏导数	(249)
习题 7-6	(250)
第七节 隐函数的微分法	(251)
一、一元隐函数的微分法	(251)

二、二元隐函数的微分法	(252)
习题 7-7	(254)
第八节 二元函数的极值及其求法	(255)
一、二元函数的极值	(255)
二、二元函数的最大值与最小值	(258)
* 三、条件极值与拉格朗日乘数法	(260)
习题 7-8	(263)
第九节 二重积分	(264)
一、二重积分的概念	(264)
二、二重积分的性质	(267)
三、二重积分的计算	(268)
四、二重积分的应用	(278)
习题 7-9	(282)
小结	(283)
第八章 无穷级数	(285)
第一节 无穷级数的概念	(285)
一、常数项级数的概念	(285)
二、等比级数	(287)
三、判定级数敛散性举例	(288)
习题 8-1	(290)
第二节 无穷级数的基本性质	(290)
习题 8-2	(293)
第三节 正项级数	(294)
一、正项级数	(294)
二、比较审敛法	(294)
三、比值审敛法	(298)
习题 8-3	(299)
第四节 任意项级数	(300)
一、交错级数	(300)

二、任意项级数	(302)
习题 8-4	(304)
第五节 幂级数	(305)
一、幂级数的概念	(305)
二、幂级数的收敛区间	(306)
三、幂级数的运算性质	(309)
习题 8-5	(311)
第六节 函数的幂级数展开式	(312)
一、泰勒公式	(313)
二、泰勒级数	(314)
三、函数的幂级数展开式	(315)
习题 8-6	(321)
第七节 幂级数的应用	(322)
一、函数的多项式逼近	(322)
二、计算定积分的近似值	(324)
三、级数在经济中的应用	(325)
习题 8-7	(326)
小结	(326)
第九章 微分方程简介	(329)
第一节 微分方程的基本概念	(329)
一、微分方程的定义	(329)
二、微分方程的阶	(331)
三、微分方程的解	(332)
习题 9-1	(333)
第二节 一阶微分方程	(334)
一、可分离变量的一阶微分方程	(334)
二、齐次方程	(336)
三、一阶线性微分方程	(338)
四、经济应用举例	(344)

* 五、可降阶的二阶微分方程	(346)
习题 9-2	(350)
小结	(351)
习题答案	(353)

第一章 函 数

函数是数学中最重要的基本概念之一,是客观世界中变量与变量之间依赖关系在数学中的反映。在微积分学中,函数是主要的研究对象。在这一章里,我们将在已有知识的基础上阐明一元函数的定义,总结中学里已经讲过的函数,并介绍经济学中一些常用的函数。

第一节 函 数

一、常量与变量

数学中所研究的量,大体上可以分为两类:一类是其值在研究过程中相对地保持不变的量,称为常量;另一类是其值是可以变动的,称为变量。例如在研究某种产品的成本时,我们把总成本分为两部分:一部分是由设备折旧费、车间经费及企业管理费等构成的成本,它不随产品产量的变化而变化,称为固定成本,是一个常量;另一部分是由原材料费及工人工资等构成的成本,它随着产品产量的变化而变化,称为变动成本,是一个变量。

常量与变量的确定,要依赖于所讨论问题的场合或所研究问题的过程,同一个量在某种情况下可确定为常量,而在另一种情况下就可能要确定为变量。例如:火车的速度在起动和刹车阶段是变化的,是变量,而在正常行驶阶段变化很小,速度相对地可看作不变,因而是常量。又如,商品的价格,在物价稳定的一段较短的时间内,可以看作常量,而在较长的时间内就是一个变量。

数学中研究的量,只涉及它们的数值,而不考虑其实际意义,

并且一般用字母 $a, b, c, \dots$ 等表示常量, 用字母 $x, y, z, \dots$ 等表示变量。

在数轴上, 常量用一个定点来表示, 变量用一个动点来表示。

变量的变化范围最常用的是介于两个实数, 比如说, a 与 b 之间的一切实数。在数轴上表出就是由 a 至 b 的线段。如果以 x 记变量, 我们把这个线段, 或在这个线段上的全体实数叫做变量 x 的区间, a 与 b 称为区间的端点, 而在 $a < b$ 时, a 称为左端点, b 称为右端点。

由于端点情况不同, 区间可分为:

- (1) 闭区间 两个端点都包括在内, 记作 $a \leq x \leq b$ 或 $[a, b]$;
- (2) 开区间 两个端点都不包括在内, 记作 $a < x < b$ 或 (a, b) ;
- (3) 半开区间 只包括一个端点在内, 记作: $a \leq x < b$ 及 $a < x \leq b$ 或 $[a, b), (a, b]$, 如图 1-1。

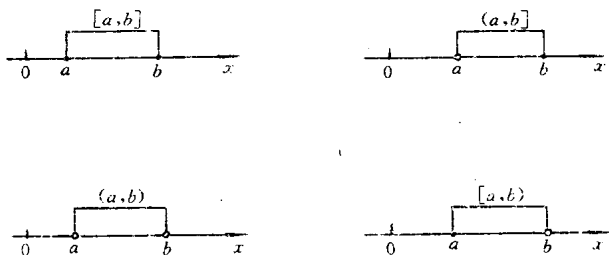


图 1-1

以上这些区间都称为有限区间, 数 $b-a$ 称为这些区间的长度。

除了这些有限区间, 还有各种无限区间。引进记号 $+\infty$ (读作正无穷大) 及 $-\infty$ (读作负无穷大), 则无限区间分为:

- (4) 无限的开区间 大于或小于 c 的一切实数, 记作: $c < x < +\infty$ 及 $-\infty < x < c$ 或 $(c, +\infty)$ 及 $(-\infty, c)$;

- (5) 无限的半开区间 不大于或不小于 c 的一切实数, 记作: $-\infty < x \leq c$ 及 $c \leq x < +\infty$ 或 $(-\infty, c]$ 及 $[c, +\infty)$;

(6) 全体实数 记作: $-\infty < x < +\infty$ 或 $(-\infty, +\infty)$ 。如图 1-2。



图 1-2

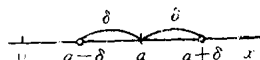
为了简便,以后讨论问题在不需要区别上述所说的各种情况时,我们就把某区间简记为 I 。

与区间有关的一个概念就是邻域。设 a 与 δ 是两个实数,且 $\delta > 0$,则满足不等式

$$|x - a| < \delta$$

的全体实数 x 称为以点 a 为中心, δ 为半径的邻域,简称为点 a 的 δ 邻域,记作 $U(a, \delta)$ 。因为绝对值不等式 $|x - a| < \delta$ 与不等式 $-\delta < x - a < \delta$ 等价,即与不等式 $a - \delta < x < a + \delta$ 等价。因此点 a 的邻域就是开区间 $(a - \delta, a + \delta)$,如图 1-3。

例如, $|x - 5| < \frac{1}{2}$,即以点 $x = 5$ 为



中心,以 $\frac{1}{2}$ 为半径的邻域,也就是开区间 $(4.5, 5.5)$ 。

图 1-3

二、函数概念

存在于我们周围的各种不同的变量之间是互相联系和相互制约的。我们不仅要研究事物的量的变化规律,而且更为重要的是研究不同的变量之间相互依赖的关系。其中一种简单而又非常重要的依赖关系就是函数关系。

定义 1.1 设在某个变化过程中,有两个变量 x 与 y ,如果对于 x 在给定的某一范围内的每一个值,依照某一确定的法则都有确定的数值 y 与之对应,则称 y 是 x 的函数。记作

$$y = f(x)$$