

GAOKAO
KAODIAN
ZONGFUXI
GAOKAO
KAODIAN
ZONGFUXI
GAOKAO
KAODIAN
ZONGFUXI
GAOKAO
KAODIAN
ZONGFUXI
GAOKAO
KAODIAN
ZONGFUXI
GAOKAO
KAODIAN
ZONGFUXI
GAOKAO
KAODIAN
ZONGFUXI



3+X 高考命题改革研究小组 编



ZONGFUXI
GAOKAO
KAODIAN
ZONGFUXI
GAOKAO
KAODIAN
ZONGFUXI
GAOKAO
KAODIAN
ZONGFUXI
GAOKAO
KAODIAN
ZONGFUXI
GAOKAO
KAODIAN
ZONGFUXI

数学

3+X 全国高考模拟试卷精选

高考考点总复习

新高考第一、第二轮总复习用书

金榜题名丛书

金榜题名丛书

金榜题名丛书

金榜题名丛书

金榜题名丛书

金榜题名丛书

海南出版社
三环出版社



新高考第二、第三轮总复习用书

高考考点总复习

3+X全国高考模拟试卷精选

数学

3+1 高考命题改革研究小组 编

GAOKAO
KAODIAN
ZONGJIX
GAOKAO
KAODIAN
ZONGJIXI
GAOKAO
KAODIAN
ZONGJIXI
GAOKAO
KAODIAN
ZONGJIXI
GAOKAO
KAODIAN
ZONGJIXI
GAOKAO
KAODIAN
ZONGJIXI
GAOKAO
KAODIAN



ZONGI PXI
GAOKAO
KAODIAN
ZONGI PXI
GAOKAO
KAODIAN
ZONGI PXI
GAOKAO
KAODIAN
ZONGI PXI
GAOKAO
KAODIAN
ZONGI PXI

◎海南出版社
◎三环出版社

高考考点总复习

——3+X 全国高考模拟试卷精选·数学

3+X 高考命题改革研究小组 编

责任编辑:贺晓兴 夏 蓓

封面设计:田 园 昌 盛

海南出版社 三环出版社 出版发行

(海南省海口市金盘区建设三横路2号 邮政编码 570216)

全国新华书店经销

广西地质印刷厂印刷

(南宁市建政东路 邮政编码 530023)

开本:787×1092 1/16 印张:9.25 字数:265 千

2002 年 1 月第 3 版第 1 次印刷

ISBN 7-80564-826-3/G·582

定价:12.00 元

本书如有倒装缺页,请与承印厂调换

前 言

金榜题名，是经历“十年寒窗”的莘莘学子的梦想，为了帮助广大学子顺利实现这一梦想，我们经过多方努力，特别聘请了“3+X 高考命题改革研究小组”专门为高三考生精心研究策划编辑了这套《金榜题名丛书》。

“3+X 高考命题改革研究小组”由具有多年高考辅导经验、潜心研究高考思路与走向的著名教师、教研员组成，这些名师既洞悉学科知识体系的重点、难点、考点，又及时掌握高考命题的最新动态。

《金榜题名丛书》是全国省市一级的高考模拟试卷精选。我们知道，全国省市一级的高考模拟试卷，是一批深得高考命题要旨、富有高考辅导经验的著名教师、教研员智慧的结晶，其水平和可信度远远高于一般测试题。其中相当部分已经被收入高考题库，是广大考生和辅导教师多方搜求的“抢手货”。但是，全国各地模拟试卷众多，范围大，要即将参加高考的考生在备考前做完所有的考卷是不现实的，也是不可能的。为了让广大考生在有限的时间内能够有的放矢，我们应全国几百万考生之急需，请“3+X 高考命题改革研究小组”把全国各地 2001 年各省市的几百套模拟试卷精心加以整理、审核，然后从中筛选出堪称精品的部分（附答案），按照高考学科编为语文、数学、英语、文科综合、理科综合等 5 分册供广大考生复习参考。本丛书具有信息新、品位高的特点，在 2002 年高考知识能力要求、试卷结构、题型、题量相对稳定的情况下，本丛书将是最具权威性、导向性的优秀资料。本丛书精选的试卷全面覆盖了“普通高等学校招生全国统一考试学科说明（教育部考试中心编）”规定的知识要点、能力考察点，题型完备而新颖，可多角度、全方位地对考生进行省时高效的强化训练，使得考生开阔视野，活跃思维，熟练掌握各类试题的解答技巧，增强考生在高考限定时间内准确迅速答题的应变能力，从而显著地提高高考成绩，圆上北大、清华等名牌大学深造之梦。

我们衷心希望，这套《金榜题名丛书》能够成为你人生道路的助手，助你金榜题名，迈开实现人生美丽梦想的第一步。

海南出版社 三环出版社

目 录

[试卷][参考答案]

北京市海淀区高考数学模拟试卷	(1)	(59)
北京市西城区高考数学模拟试卷	(3)	(61)
北京市东城区高考数学模拟试卷	(5)	(63)
天津市高考数学模拟试卷	(7)	(66)
重庆市高考数学模拟试卷	(9)	(69)
福建省高考数学模拟试卷	(11)	(72)
湖北省八市高考数学模拟试卷	(13)	(77)
沈阳市高考数学模拟试卷	(15)	(80)
济南市高考数学模拟试卷	(17)	(83)
南京市高考数学模拟试卷(一)	(19)	(86)
南京市高考数学模拟试卷(二)	(21)	(88)
杭州市高考数学模拟试卷	(24)	(91)
福州市高考数学模拟试卷	(26)	(93)
石家庄市高考数学模拟试卷	(28)	(97)
武汉市高考数学模拟试卷	(30)	(101)
南昌市高考数学模拟试卷	(32)	(104)
太原市高考数学模拟试卷	(34)	(107)
成都市高考数学模拟试卷(一)	(36)	(109)
成都市高考数学模拟试卷(二)	(38)	(112)
南宁市高考数学模拟试卷	(41)	(115)
青岛市高考数学模拟试卷	(43)	(118)
烟台市高考数学模拟试卷	(45)	(121)
苏、锡、常、镇四市高考数学模拟试卷(一)	(47)	(123)
苏、锡、常、镇四市高考数学模拟试卷(二)	(50)	(127)
扬州市高考数学模拟试卷	(52)	(130)
宁波市高考数学模拟试卷	(54)	(133)
天门市高考数学模拟试卷	(57)	(136)

北京市海淀区高考数学模拟试卷

第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 个小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 不等式 $|3x - 12| \leq 9$ 的整数解的个数是 ()

- (A)7 (B)6 (C)5 (D)4

2. 抛物线的顶点在坐标系原点,焦点是椭圆 $4x^2 + y^2 = 1$ 的一个焦点,则此抛物线的焦点到准线的距离为 ()

- (A) $2\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (D) $\frac{1}{4}\sqrt{3}$

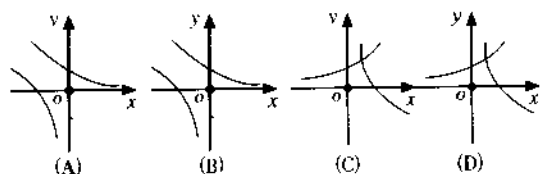
3. 已知集合 A, B, C 为非空集合, $M = A \cap C, N = B \cap C, P = M \cup N$, 则 ()

- (A)一定有 $C \cap P = C$
(B)一定有 $C \cap P = P$
(C)一定有 $C \cap P = C \cup P$
(D)一定有 $C \cap P = \emptyset$

4. 已知实数 a, b 满足 $ab > 0$, 则代数式 $\frac{a^2 + b^2}{ab}$ 的值 ()

- (A)有最小值但没有最大值
(B)有最大值但没有最小值
(C)既有最大值也有最小值
(D)没有最大值也没有最小值

5. 把函数 $y = a^{-x}$ 和函数 $y = \log_a(-x)$ 的图象画在同一个坐标系中, 得到的图象只可能是下面四个图象中的 ()



6. 函数 $y = (\sin x - \sqrt{3} \cos x)(\cos x - \sqrt{3} \sin x)$ 的最小正周期为 ()

- (A) 4π (B) 2π (C) π (D) $\frac{\pi}{2}$

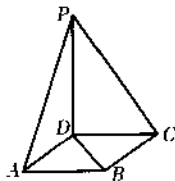
7. 如图, 点 P 在正方形 $ABCD$ 所在的平面外, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $PD = AD$, 则 PA 与 BD 所成角的度数为 ()

- (A) 30° (B) 45°
(C) 60° (D) 90°

8. (理) 参数方程

$$\begin{cases} x = \frac{2}{\sin 2\theta} \\ y = \lg \theta - \text{ctg} \theta \end{cases} \quad (\theta \text{ 是参数})$$

所表示的曲线是 ()



- (A)直线 (B)抛物线
(C)椭圆 (D)双曲线

(文) 如果等比数列 $\{a_n\}$ 的首项是正数, 公比大于

1, 那么数列 $\left\{ \log_{\frac{1}{3}} a_n \right\}$ ()

- (A)是递增的等比数列
(B)是递减的等比数列
(C)是递增的等差数列
(D)是递减的等差数列

9. $\left(2x - \frac{y}{2} \right)^5$ 的展开式中系数大于 -1 的项共有 ()

- (A)5 项 (B)4 项 (C)3 项 (D)2 项

10. 已知平面 α, β, γ 及直线 l, m 满足: $l \perp m, \alpha \perp \gamma, \gamma \cap \alpha = m, \gamma \cap \beta = l$, 那么在: ① $\beta \perp \gamma$; ② $l \perp \alpha$; ③ $m \perp \beta$ 中, 可以由上述已知条件推出的只有 ()

- (A)①和② (B)②和③
(C)①和③ (D)②

11. (理) 在极坐标系中, 方程 $\rho = 3\cos^2 \frac{\theta}{2} - \sin^2 \frac{\theta}{2} - 1$ 表示的曲线是 ()

- (A)平行于极轴的直线
(B)垂直于极轴的直线
(C)圆心在极点的圆
(D)经过极点的圆

(文) 设 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 的度数成等差数列, 则 $\lg(A+C)$ 的值为 ()

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $-\sqrt{3}$

12. 北京某中学要把 9 台型号相同的电脑送给西部地区的三所希望小学, 每所小学至少得到两台, 不同送法的种数共有 ()

- (A)10 种 (B)9 种 (C)8 种 (D)6 种

第 II 卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题:本大题满分 16 分, 每小题 4 分, 各题只要求直接写出结果.

13. 复数 $z_1 = 2 + \sqrt{5}i, z_2 = 1 - \sqrt{3}i$, 复数 $z = \frac{4z_1^4}{3z_2^3}$, 则 $|z| =$.

14. 圆锥的底面和顶点都在同一个球面上, 球心到该圆锥底面的距离是球半径的一半, 则该圆锥的体积和此球体积的比值为 (答案写成分数形式) .

15. 过点 $M(0, 4)$ 且被圆 $(x-1)^2 + y^2 = 4$ 截得的线段长为 $2\sqrt{3}$ 的直线方程为 .

16. 已知数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 都是等差数列, $a_1 = 0, b_1 = -4$, 用 S_k, S'_k 分别表示数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 k 项和 (k 是正整数), 若 $S_k + S'_k = 0$, 则 $a_k + b_k$ 的值为 .

三、解答题:本大题共6小题,共74分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17.(本小题满分12分)

设 $a > 0, a \neq 1$, 解关于 x 的不等式

$$\frac{2+x}{x} \sqrt{\log_a(3+x) - \log_a(1-x)} < 0.$$

18.(本小题满分12分)

(理)在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别表示三个内角 A, B, C 的对边, 如果 $(a^2 + b^2) \cdot \sin(A - B) = (a^2 - b^2) \cdot \sin(A + B)$, 且 $A \neq B$. 求证: $\triangle ABC$ 是直角三角形.

(文)已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边.

(I)若 $\triangle ABC$ 面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $c = 2, A = 60^\circ$, 求 b, a 的值;

(II)若 $a \cos A = b \cos B$, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状, 证明你的结论.

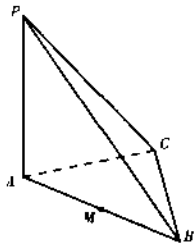
19.(本小题满分12分)

在如图的三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $PA = AC = 1, PC = BC$, PB 和平面 ABC 所成的角为 30° .

(I)求证: 平面 $PBC \perp$ 平面 PAC ;

(II)比较三个侧面的面积的算术平均数与底面积数值的大小, 并说明理由;

(III)求 AB 的中点 M 到直线 PC 的距离.



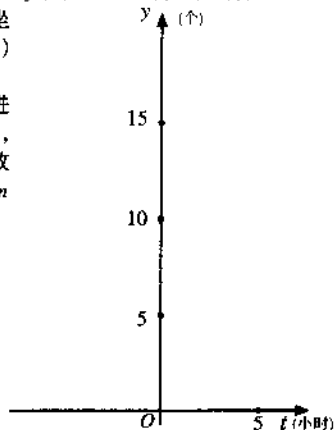
20.(本小题满分12分)

某种细菌每隔两小时分裂一次(每一个细菌分裂成两个, 分裂瞬间的时间忽略不计), 研究开始计时时有两个细菌, 在研究过程中不断进行分裂, 细菌总数 y 是研究进行时间 t 的函数, 记作 $y = f(t)$.

(I)写出函数 $y = f(t)$ 的定义域和值域;

(II)在给出的坐标系中画出 $y = f(t)$ ($0 \leq t \leq 6$) 的图象;

(III)写出研究进行到第 n 小时 ($n \geq 0, n \in \mathbb{Z}$) 时细菌的总数有多少个(用关于 n 的式子表示).



21.(本小题满分12分)

设双曲线 $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{3} = 1$ 的焦点分别为 F_1, F_2 , 离心率为 2.

(I)求此双曲线的渐近线 L_1, L_2 的方程;

(II)若 A, B 分别为 L_1, L_2 上的动点, 且 $2|AB| = 5|F_1F_2|$, 求线段 AB 的中点 M 的轨迹方程并说明轨迹是什么曲线.

22.(本小题满分14分)

已知函数 $y = \log_2 \sqrt[n]{\frac{1}{x}}$ ($n \in \mathbb{N}$).

(I)当 $n = 1, 2, 3, \dots$ 时, 把已知函数的图象和直线 $y = 1$ 的交点的横坐标依次记为 $a_1, a_2, a_3, \dots$, 求证 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n < 1$;

(II)对于每一个 n 的值, 设 A_n, B_n 为已知函数的图象上与 x 轴距离为 1 的两点, 求证: n 取任意一个正整数时, 以 $A_n B_n$ 为直径的圆都与一条定直线相切, 并求出这条定直线的方程和切点的坐标.

北京市西城区高考数学模拟试卷

第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 个小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合要求的.

1. 已知集合 $P = \{(x, y) \mid x + |y - 1| = 1\}$, $Q = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$, 则()

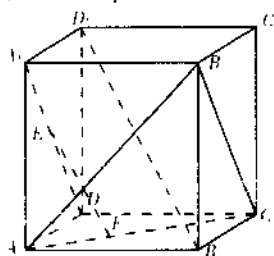
- (A) $P \subset Q$ (B) $P = Q$
(C) $P \supset Q$ (D) $P \cap Q = Q$

2. 设 α, β 均为第二象限角,且 $\sin \alpha > \sin \beta$, 则下列不等式成立的是()

- (A) $\lg \alpha > \lg \beta$ (B) $\operatorname{ctg} \alpha < \operatorname{ctg} \beta$
(C) $\cos \alpha > \cos \beta$ (D) $\sec \alpha > \sec \beta$

3. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, EF 是异面直线 AC 和 A_1D_1 的公垂线, 则 EF 和 BD_1 的关系是()

- (A) 相交不垂直
(B) 相交垂直
(C) 异面直线
(D) 互相平行



4. 设 $a = \frac{1}{2} \cos 6^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 6^\circ$, $b = \frac{2 \lg 13^\circ}{1 + \lg^2 13^\circ}$,

$c = \sqrt{\frac{1 - \cos 50^\circ}{2}}$, 则有()

- (A) $a > b > c$ (B) $a < b < c$
(C) $a < c < b$ (D) $b < c < a$

5. 已知圆的极坐标方程为 $\rho^2 + 2\rho(\cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta) = 5$, 则此圆在直线 $\theta = 0$ 上截得的弦长为()

- (A) $\sqrt{6}$ (B) $2\sqrt{6}$ (C) $2\sqrt{3}$ (D) 3

6. 甲、乙、丙三个单位分别需要招聘工作人员 2 名、1 名、1 名, 现从 10 名应聘人员中招聘 4 人到甲、乙、丙三个单位, 那么不同的招聘方法共有()

- (A) 1260 种 (B) 2025 种
(C) 2520 种 (D) 5040 种

7. 设 $f(x) = (1+x) + (1+x)^2 + \cdots + (1+x)^n$, 在 $f(x)$ 中 x^2 的系数为 T_n , 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{n \cdot 2n}$ 等于()

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) 1 (D) 2

8. 直线 $x + \sqrt{3}y = 0$ 绕原点按顺时针方向旋转 30° 所得直线与圆 $(x-2)^2 + y^2 = 3$ 的位置关系是()

- (A) 直线与圆相切
(B) 直线与圆相交但不过圆心
(C) 直线与圆相离
(D) 直线过圆心

9. 若 $x \in (1, 2)$ 时, 不等式 $(x-1)^2 < \log_a x$ 恒成立, 则 a 的取值范围是()

- (A) $(0, 1)$ (B) $(1, 2)$
(C) $(1, 2]$ (D) $[1, 2]$

10. 某产品的总成本 y (万元) 与产量 x (台) 之间的函数关系式是 $y = 3000 + 20x + 0.1x^2$ ($0 < x < 240$, $x \in \mathbb{N}$), 若每台产品的售价为 25 万元, 则生产者不亏本时(销售收入不小于总成本)的最低产量是()

- (A) 100 台 (B) 120 台
(C) 150 台 (D) 180 台

11. 已知方程 $\frac{x^2}{m} - 1 + \frac{y^2}{2-m} = 1$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆, 则 m 的取值范围是()

- (A) $m < 2$
(B) $1 < m < 2$
(C) $m < -1$ 或 $1 < m < 2$
(D) $m < -1$ 或 $1 < m < \frac{3}{2}$

12. 对于已知直线 a , 如果直线 b 同时满足下列三个条件: (1) 与 a 是异面直线; (2) 与 a 所成的角为定值 θ ; (3) 与 a 的距离为定值 d . 那么, 这样的直线 b 有()

- (A) 1 条 (B) 2 条 (C) 3 条 (D) 无数条

第 II 卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分,把答案填在题中横线上.

13. 已知 $\alpha = \arcsin\left(-\frac{3}{5}\right)$, 则 $\sin \frac{\alpha}{2}$ 的值是 _____.

14. 过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点, 且倾斜角为 $\frac{3\pi}{4}$ 的直线交抛物线于 P, Q 两点, O 是坐标原点, 则 $\triangle OPQ$ 的面积等于 _____.

15. 将一个圆形纸片沿其两个半径剪开, 得到两个扇形, 它们的圆心角之比为 1:2, 再将它们当作圆锥侧面卷成两个圆锥, 则这两个圆锥的体积之比是 _____.

16. 定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足: $f(x+1) = -f(x)$, 且在 $[-1, 0]$ 上是增函数, 下面是关于 $f(x)$ 的判断:

- ① $f(x)$ 是周期函数;
② $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称;
③ $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上是增函数;
④ $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上是减函数;
⑤ $f(2) = f(0)$.

其中正确的判断是 _____
(把你认为正确的判断都填上).

三.解答题:本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17.(本小题满分12分)

已知由正数组成的等比数列 $\{a_n\}$,若前 $2n$ 项之和等于它前 $2n$ 项中的偶数项之和的11倍,第3项与第4项之和为第2项与第4项之积的11倍,求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

18.(本小题满分12分)

已知复数 $z_1 = r + ai, z_2 = r + bi (b > a > 0, r > 0)$ 的辐角主值分别为 α, β ,求 $\lg(\beta - \alpha)$ 的最大值及对应的 x 的值.

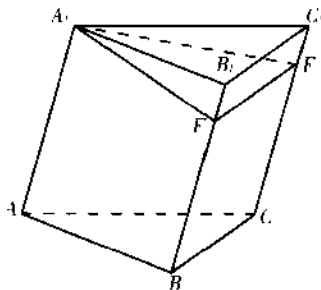
19.(本小题满分13分)

如图,已知三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 的底面是边长为2的正三角形,侧棱 A_1A 与 AB, AC 均成 45° 角.且 $A_1E \perp B_1B$ 于 $E, A_1F \perp CC_1$ 于 F .

(I)求证:平面 $A_1EF \perp$ 平面 B_1BCC_1 ;

(II)求点 A 到平面 B_1BCC_1 的距离;

(III)当 AA_1 多长时,点 A_1 到平面 ABC 与平面 B_1BCC_1 的距离相等?



20.(本小题满分12分)

某乡为提高当地群众的生活水平,由政府投资兴建了甲、乙两个企业,1997年该乡从甲企业获得利润320万元,从乙企业获得利润720万元,以后每年上交的利润是:甲企业以1.5倍的速度递增,而乙企业则为上一年利润的 $\frac{2}{3}$,根据测算,该乡从两个企业获得的利润达到2000万元可以解决温饱问题,达到8100

万元可以达到小康水平.

(1)若以1997年为第一年,则该乡从上述两个企业获得利润最少的一年是哪一年,该年还需要筹集多少万元才能解决温饱问题?

(2)试估算2005年底该乡能否达到小康水平?为什么?

21.(本小题满分12分)

椭圆中心是坐标原点 O ,焦点在 x 轴上,过椭圆左焦点 F 的直线交椭圆于 P, Q 两点,且 $OP \perp OQ$,求椭圆离心率 e 的取值范围.

22.(本小题满分13分)

设 $f(x)$ 是定义在 $[-1, 1]$ 上的奇函数, $g(x)$ 的图象与 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称,而当 $x \in [2, 3]$ 时, $g(x) = -x^2 + 4x + c (c \text{ 为常数})$.

(1)求 $f(x)$ 的表达式;

(2)对于任意 $x_1, x_2 \in [0, 1]$ 且 $x_1 \neq x_2$,求证: $|f(x_2) - f(x_1)| < 2|x_2 - x_1|$;

(3)对于任意 $x_1, x_2 \in [0, 1]$ 且 $x_1 \neq x_2$,求证: $|f(x_2) - f(x_1)| \leq 1$.

北京市东城区高考数学模拟试卷

第 I 卷(选择题, 共 60 分)

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

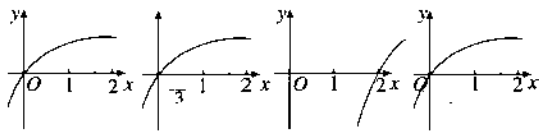
1. 若 $f(x) = a^x (a > 0, a \neq 1)$ 的定义域为 M , $g(x) = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 的定义域为 N , 令全集 $I = R$, 则 $M \cap N =$ ()

- (A) M (B) N (C) $\bar{M}$ (D) $\bar{N}$

2. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, 2a_{n-1} = a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$, 则这个数列前 n 项和的极限是 ()

- (A) 2 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 3 (D) $\frac{1}{3}$

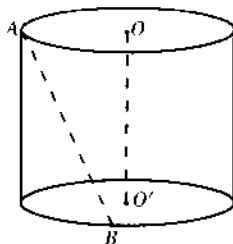
3. 已知函数 $f(x) = 3^{x-1}$, 则它的反函数 $y = f^{-1}(x)$ 的图象是 ()



- (A) (B) (C) (D)

4. 如图, 圆柱的高为 8, 点 A 和 B 分别在上下底面的圆周上, 且 $AB = 10$, 则直线 AB 与圆柱的轴 OO' 所成角的大小为 ()

- (A) $\arctg \frac{4}{3}$
(B) $\arctg \frac{3}{4}$
(C) $\arctg \frac{4}{5}$
(D) $\arctg \frac{3}{5}$



5. 函数 $y = 2\sin(3x - \frac{\pi}{4})$ 图象的两条相邻对称轴之间的距离是 ()

- (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) π (D) $\frac{4\pi}{3}$

6. 过点 $P(1, \frac{\pi}{4})$ 且平行于轴的直线的极坐标方程是 ()

- (A) $\rho \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) $\rho \sin \theta = 1$
(C) $\rho = -\sin \theta$ (D) $\rho = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \theta$

7. 圆台的侧面展开图是一个内外半径分别为 3 和 6, 中心角为 $\frac{4\pi}{3}$ 的扇环, 则此圆台的全面积是 ()

- (A) 36π (B) 38π (C) 48π (D) 54π

8. 定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的函数 $y = f(x)$ 在 $(-\infty, 2)$ 上是增函数, 且函数 $y = f(x+2)$ 图象的对称轴是 $x = 0$, 则 ()

- (A) $f(-1) < f(3)$ (B) $f(0) > f(3)$
(C) $f(-1) = f(-3)$ (D) $f(2) < f(3)$

9. 若圆 $(x-1)^2 + (y+1)^2 = R^2$ 上有且仅有两个点到直线 $4x+3y=11$ 的距离等于 1, 则半径 R 的取值范围是 ()

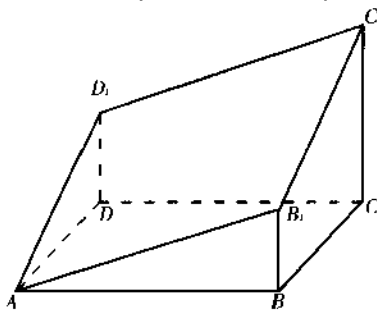
- (A) $R > 1$ (B) $R < 3$
(C) $1 < R < 3$ (D) $R \neq 2$

10. 某体育彩票规定: 从 01 至 36 共 36 个号中抽出 7 个号为一注, 每注 2 元, 某人想从 01 至 10 中选 3 个连续的号, 从 11 至 20 中选 2 个连续的号, 从 21 至 30 中选 1 个号, 从 31 至 36 中选 1 个号组成一注, 则这人把这种特殊要求的号买全, 至少要花 ()

- (A) 3360 元 (B) 6720 元
(C) 4320 元 (D) 8640 元

11. 图中多面体是过正四棱柱的底面正方形 $ABCD$ 的点 A 作截面 $AB_1C_1D_1$ 而截得的, 且 $B_1B = D_1D$. 已知截面 $AB_1C_1D_1$ 与底面 $ABCD$ 成 30° 的二面角, $AB = 1$, 则这个多面体的体积为 ()

- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (C) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{6}}{6}$



12. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率 $e \in [\sqrt{2}, 2]$, 令双曲线两条渐近线构成的角中, 以实轴为角平分线的角为 θ , 则 θ 的取值范围是 ()

- (A) $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$ (B) $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$
(C) $[\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}]$ (D) $[\frac{2\pi}{3}, \pi]$

第 II 卷(非选择题, 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分, 把答案填在题中横线上.

13. 若 $(\sqrt{x} + \frac{2}{x})^n$ 展开式中的第 5 项为常数, 则 $n =$ _____.

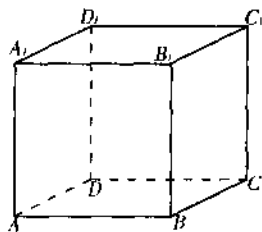
14. 抛物线 $x = 2(y-1)^2 - 5$ 的准线方程是 _____.

15. 已知 $\lg(\alpha + \beta) = \frac{3}{5}, \lg(\beta - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{3}$, 则

$\lg\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$ 的值是_____.

16. 已知如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, 过点 A 作截面, 使正方体的 12 条棱所在直线与截面所成的角皆相等, 试写出满足这样条件的一个截面_____.

(注: 只需任意写出一个)



三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

已知 $a > 0, a \neq 1, f(x) = \log_a(x+1), g(x) = \log_a x^2$, 求使 $f(x) - g(x) > \log_a 2$ 成立的自变量 x 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

已知: 复数 $z_1 = \cos\alpha + i\sin\alpha, z_2 = \cos\beta + i\sin\beta$, $z_1 + z_2 = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$, 求 $\lg(\alpha + \beta)$ 的值.

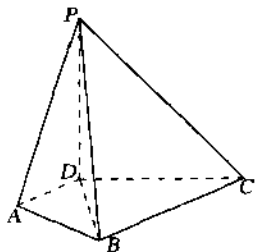
19. (本小题满分 12 分)

已知: 如图, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $AD \perp DC$, $AD \parallel BC$, $PD:DC:BC = 1:1:\sqrt{2}$.

(I) 求 PB 与平面 PDC 所成角的大小;

(II) 求二面角 $D-PB-C$ 的正切值;

(III) 若 $AD = \frac{1}{2}BC$, 求证平面 $PAB \perp$ 平面 PBC .



20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆的两个焦点分别为 $F_1(0, -2\sqrt{2})$, $F_2(0, 2\sqrt{2})$, 离心率 $e = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

(I) 求椭圆方程;

(II) 一条不与坐标轴平行的直线 l 与椭圆交于不同的两点 M, N , 且线段 MN 中点的横坐标为 $-\frac{1}{2}$, 求直线 l 倾斜角的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

用洗衣机洗衣时, 洗涤并甩干后进入漂洗阶段. 漂洗阶段由多次漂洗和甩干组成, 每次漂洗后可使残留物均匀分布, 每次甩干后 (包括洗涤后的甩干) 衣物中的残留水分 (含有残留物) 的重量相同, 设计时, 将漂洗的总用水量定为 a 千克, 漂洗并甩干的次数定为 3 次. 为使漂洗后衣物中的残留物最少, 怎样确定每次漂洗的用水量? 并写出你的数学依据. [注: 为了便于解决问题, 可参考以下各量的字母表示, 设每次甩干后衣物中的残留水分 (含有残留物) 的重量为 m , 洗涤并甩干后衣物中的残留物 (不含水分) 为 n_0 , 三次漂洗并甩干后衣物中的残留物 (不含水分) 分别为 n_1, n_2, n_3 , 三次用水量分别为 a_1, a_2, a_3 , (以上各量单位皆为千克)]

22. (本小题满分 14 分)

数列 $\{a_n\}$ 中, 前 n 项和 $S_n = an^2 + bn$, 其中 a, b 是常数, 且 $a > 0, a + b > 1, n \in N$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n , 并证明 $a_{n+1} > a_n > 1$ ($n \in N$);

(II) 令 $c_n = \log_a a_{n+1}$, 试判断数列 $\{c_n\}$ 中任意相邻两项的大小.

天津市高考数学模拟试卷

一、选择题:本大题共 14 小题,第 1~10 小题每题 4 分,第 11~14 小题每题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 若 A, B 均为非空集合, $A \subseteq B, U$ 为全集,则表示空集的是()

- (A) $A \cap B$ (B) $(C_U A) \cap (C_U B)$
(C) $(C_U A) \cap B$ (D) $A \cap (C_U B)$

2. $a > b > 0$ 是使 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 成立的()

- (A) 充分而不必要条件
(B) 必要而不充分条件
(C) 充要条件
(D) 既不充分也不必要条件

3. 设 a, b, c 为三条直线, α, β, γ 为三个平面,下面给出的四个命题中,正确的是()

- (A) 若 $a \perp c, b \perp c$, 则 $a \parallel b$
(B) 若 $c \perp a, c \perp \beta$ 则 $a \parallel \beta$
(C) 若 $a \perp b, b \perp \alpha$ 则 $a \parallel \alpha$
(D) 若 $a \perp \gamma, \beta \perp \gamma$ 则 $a \parallel \beta$

4. 设 i, j 是互相垂直的单位向量, 向量 $a = (m+1)i - 3j, b = i + (m-1)j, (a+b) \perp (a-b)$, 则实数 m 为()

- (A) -2 (B) 2 (C) $-\frac{1}{2}$ (D) 不存在

5. 下面给出四个命题:

① $y = \lg x$ 是其定义域上的增函数;

② 函数 $y = \left| \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \right|$ 的最小正周期是 $\frac{\pi}{2}$;

③ 将函数 $y = \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个

单位, 就是函数 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ 的图象;

④ $x = \frac{5}{4}\pi$ 是函数 $y = \sin\left(2x + \frac{5\pi}{2}\right)$ 的图象的一条对称轴方程.

其中正确命题的个数为()

- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

6. 圆心在抛物线 $y^2 = 2x$ 上, 且与 x 轴和该抛物线的准线都相切的一个圆的方程是()

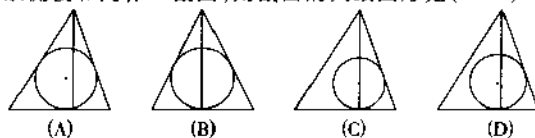
- (A) $x^2 + y^2 - x - 2y - \frac{1}{4} = 0$
(B) $x^2 + y^2 + x - 2y + 1 = 0$
(C) $x^2 + y^2 - x - 2y + 1 = 0$
(D) $x^2 + y^2 - x - 2y + \frac{1}{4} = 0$

7. 已知函数 $y = 1 + 4\cos x - 4\sin^2 x, x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{2}{3}\pi\right]$, 则函数()

- (A) 有最大值 0, 最小值 -8
(B) 有最大值 5, 最小值 0
(C) 有最大值 5, 最小值 -4
(D) 有最大值 $2\sqrt{2} - 1$, 最小值 -3

8. 正四面体内有一个与它各面都相切的球, 过一

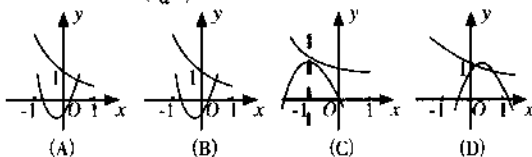
条侧棱和高作一截面, 则截面的大致图形是()



9. 由曲线 $y = x^2$ 与 $y = \sqrt{x}$ 所围图形的面积为 S , 将该图形绕 x 轴旋转后形成的旋转体的体积为 V , 则 S 与 V 分别是()

- (A) $S = \frac{1}{3}, V = \frac{3}{10}$ (B) $S = \frac{1}{2}, V = \frac{\pi}{10}$
(C) $S = \frac{1}{3}, V = \frac{3\pi}{10}$ (D) $S = \frac{1}{2}, V = \frac{3\pi}{5}$

10. 在同一坐标系中, 二次函数 $y = ax^2 + bx$ 与指数函数 $y = \left(\frac{b}{a}\right)^x$ 的图象只可能是()



11. 地球上 A, B 两地都在北纬 45° 圈上, A, B 两地经度相差 90° , A, B 两地的球面距离为()

- (A) $\frac{\pi R}{6}$ (B) $\frac{\pi R}{3}$ (C) $\frac{\sqrt{2}\pi R}{3}$ (D) $\frac{\pi R}{2}$

12. 复平面内点 A 对应的复数是 $-i$, 点 B 对应的复数是 $-\sqrt{3}$, 以 AB 为一边作正三角形 ABC , 则点 C 对应的复数为()

- (A) i 或 $-\sqrt{3} - 2i$ (B) i 或 $-\sqrt{3} - i$
(C) $2i$ 或 $-\sqrt{3} - 2i$ (D) $-2i$ 或 $-\sqrt{3} + i$

13. 函数 $f(x) = \lg(3 - 2x - x^2)$ 的定义域为 A , 值域为 B , 则 $A \cap B$ 为()

- (A) $(-\infty, \lg 4]$ (B) $(-3, \lg 4]$
(C) $(-3, 1)$ (D) $(-1, \lg 4]$

14. 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < a < b)$ 的半焦距为 c , 直线 l 过 $(a, 0), (0, b)$ 两点, 且原点到直线 l 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{4}c$, 则双曲线的离心率为()

- (A) 2 (B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (C) 2 或 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (D) $\sqrt{3}$

二、填空题:本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 把答案填在题中的横线上

15. 若动点 $P(x, y)$ 在曲线 $y = 2x^2 + 1$ 上移动, 则点 P 到点 $(0, -1)$ 的连线的中点的轨迹方程是_____.

16. 某种灯泡的耐用时数超过 1000 小时的概率为 0.2, 求 3 个相互独立的灯泡在使用 1000 小时以后, 最多只有一个损坏的概率为_____.

17. 已知 $f(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + n$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[f(n)]^2}{f(n^2)} = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. 将进货单价为 8 元的商品按 10 元一个销售时, 每天可卖出 80 个, 若这种商品的销售价每个涨 1 元, 则销售量就减少 10 个. 为了获得最大利润, 此商品的销售价每个应为 元.

三、解答题: 本大题共 6 个小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

19. (本小题满分 12 分)

解不等式 $\log_{0.2}(\sqrt{x+2} - x + 1) > 0$.

20. (本小题满分 12 分)

铁道机车运行 1 小时所需的成本由两部分组成: 固定部分为 m , 变动部分与运行速度 v (千米/时) 的平方成正比例, 比例系数为 k ($k > 0$), 如果机车匀速从甲站开往乙站, 为了使成本最省, 应以怎样的速度运行?

21. (本小题满分 12 分)

过曲线 $y = 1 - x^2$ ($x > 0$) 上的点 P 作该曲线的切线, 与 x 轴、 y 轴分别交于点 M 、 N , 试确定点 P 的坐标, 使 $\triangle MON$ 的面积最小.

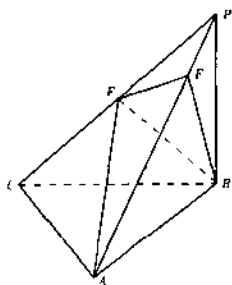
22. (本小题满分 12 分)

已知三棱锥 $P-ABC$, $PB \perp$ 底面 ABC , $\angle BCA = 90^\circ$, $PB = BC = CA = 4$, E 是 PC 的中点, $FA = 3PF$.

(I) 求证: 侧面 $PAC \perp$ 侧面 PBC ;

(II) 求异面直线 PA 与 BE 所成角的大小;

(III) 求三棱锥 $F-ABE$ 的体积.



23. (本小题满分 12 分)

设椭圆 $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的焦点为 F_1 和 F_2 , P 是椭圆上一点, 若 $\angle F_1PF_2$ 的最大值为 $\frac{2\pi}{3}$.

(I) 求椭圆的离心率;

(II) 设直线 l 与椭圆相交于 M 、 N 两点, 且 l 与以原点为圆心, 半径等于短半轴长的圆相切, 已知线段 MN 的长度最大值为 4, 求椭圆方程与直线 l 的方程.

24. (本小题满分 14 分)

已知二次函数 $y = f(x)$ 在 $x = \frac{t+2}{2}$ 处取得最小值 $-\frac{t^2}{4}$, $t > 0$, $f(1) = 0$.

(I) 求 $y = f(x)$ 的表达式;

(II) 若任意实数 x 都满足等式 $f(x) \cdot g(x) + a_n x + b_n = x^{n+1}$ ($g(x)$ 为多项式, $n \in \mathbb{N}$), 试用 t 表示 a_n 和 b_n ;

(III) 设圆 C_n 的方程为 $(x - a_n)^2 + (y - b_n)^2 = r_n^2$, 圆 C_n 与圆 C_{n-1} 外切 ($n = 1, 2, \dots$), $\{r_n\}$ 是各项都是正数的等比数列, 记 S_n 为前 n 个圆的面积之和, 求 r_n, S_n .

重庆市高考数学模拟试卷

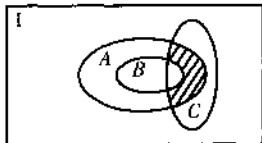
第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 个小题,每小题 5 分,共 60 分.在给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设复数 $z_1 = 2 - i$, $\overline{z_2} = 1 - 3i$, 则复数 $z_1 + z_2$ 的虚部等于()

- (A) $2i$ (B) $-4i$ (C) 2 (D) -4

2. 如图, I 是全集, A, B, C 是它的子集, 则阴影部分所表示的集合是()



- (A) $(\overline{A} \cap B) \cap C$
(B) $(A \cap \overline{B}) \cap C$
(C) $(A \cap B) \cap \overline{C}$
(D) $(\overline{B} \cup \overline{A}) \cap C$

3. 复数 $z = m + 2i$, 且 z 的模的最大值为 4, 那么实数 m 的取值范围是()

- (A) $[-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3}]$ (B) $[-2, 2]$
(C) $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ (D) $[-3, 3]$

4. 一个有 $3k$ 项的等差数列, 它的前 $2k$ 项的和为 100, 后 $2k$ 项的和为 200. 则它的中间 k 项之和为()

- (A) 50 (B) 75 (C) 100 (D) 150

5. 如果函数 $y = \sin 2x + a \cos 2x$ 的图象关于 $x = -\frac{\pi}{8}$ 对称, 那么 a 等于()

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $-\sqrt{2}$ (C) 1 (D) -1

6. 函数 $y = f(x)$ 在 $(0, 2)$ 上是增函数, 而函数 $y = f(x+2)$ 是偶函数, 则下列不等式成立的是()

- (A) $f(1) < f(\frac{5}{2}) < f(\frac{7}{2})$
(B) $f(\frac{7}{2}) < f(1) < f(\frac{5}{2})$
(C) $f(\frac{5}{2}) < f(1) < f(\frac{7}{2})$
(D) $f(\frac{7}{2}) < f(\frac{5}{2}) < f(1)$

7. (理) 函数 $y = 2 \arccos(x^2 - x + \frac{1}{4})$ 的值域是()

- (A) $[0, \frac{2\pi}{3}]$ (B) $[\frac{2\pi}{3}, 2\pi]$
(C) $[\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}]$ (D) $[0, \frac{4\pi}{3}]$

(文) 函数 $y = 2 \cos(\sin x)$ 的值域是()

- (A) $[0, 2 \cos 1]$ (B) $[-2, 2]$
(C) $[2 \cos 1, 2]$ (D) $[-2 \cos 1, 2 \cos 1]$

8. 方程 $x^8 = 1$ 的所有解在复平面上所对应的点的集合为 M , 在以 M 中的元素为顶点的三角形中, 直角三角形的个数是()

- (A) 12 个 (B) 18 个
(C) 24 个 (D) 48 个

9. 先将函数 $y = 2 \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的周期扩大到原来的 3 倍, 再将其图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位, 则所得的函数的解析式为()

- (A) $y = 2 \sin(\frac{2}{3}x - \frac{\pi}{6})$
(B) $y = 2 \sin(\frac{3}{2}x - \frac{2\pi}{3})$
(C) $y = 2 \sin \frac{2}{3}x$
(D) $y = 2 \sin(\frac{2}{3}x - \frac{2\pi}{9})$

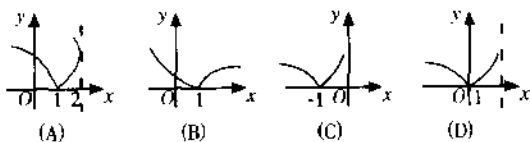
10. 已知 $xy < 0$ 且 $x + y = 2$, 而 $(x + y)^7$ 按 x 的降幂排列的展开式中, 第三项不大于第四项, 那么 x 的取值范围是()

- (A) $(-\infty, 0) \cup (0, \frac{5}{4})$ (B) $[\frac{5}{4}, +\infty)$
(C) $(-\infty, 0)$ (D) $(-\infty, \frac{5}{4})$

11. 已知 $a, b \in \mathbb{R}^+$, 且 $2a + b = 1$, 则 $2\sqrt{ab} - 4a^2 - b^2$ 的最大值是()

- (A) $\sqrt{2} + 1$ (B) $\frac{\sqrt{2} + 1}{2}$
(C) $\frac{\sqrt{2} - 1}{2}$ (D) $\sqrt{2} - 1$

12. 函数 $f(x) = 10^x - 1$, 则 $y = |f^{-1}(1-x)|$ 的图象是()



第 II 卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分.把答案填在题中横线上.

13. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_4 + a_7 + a_{10} = 18$, $a_6 + a_8 + a_{10} = 27$. $a_k = 21$, 则 $k =$.

14. 从 6 种不同的蔬菜种子 a, b, c, d, e, f 中选出四种, 分别种在四块不同的土壤 A, B, C, D 中进行试验, 已有资料表明: A 土壤不宜种 a , B 土壤不宜种 b , 但 a, b 品种高产, 现 a, b 必种的试验方案有 _____ 种.

15. 若不等式 $ax^2 + bx + 2 > 0$ 的解集是 $\{x | -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}\}$. 设二次函数 $y = ax^2 + bx + 2$ 在区间 $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ 的最大值为 M , 最小值为 N , 则 $M +$

$N =$ _____.

16. 给出下列四个命题: ① α, β 都是第四象限的角, 若 $\cos \alpha > \cos \beta$, 则 $\tan \alpha > \tan \beta$; ② 若 $x < 0$, 则 $2x + \frac{1}{3x}$ 的最小值是 $-\frac{2}{3}\sqrt{6}$; ③ $y = f(x+1)$ 是奇函数, 则 $y = f(x)$ 的图象关于点 $(1, 0)$ 成中心对称; ④ 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $S_7 > S_8$, 可推出 $S_6 > S_9$. 其中正确的命题的序号是 _____.

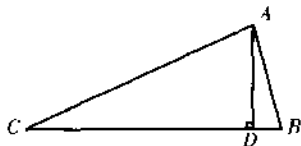
三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

如图在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 60^\circ$, AD 是 BC 边上的高, 且 $AD = AC - AB$.

(I) 求证: $\frac{1}{\sin C} - \frac{1}{\sin B} = 1$;

(II) 求 $\sin \frac{B-C}{2}$ 的值.



18. (本小题满分 12 分)

已知复数 z_1, z_2 满足 $|z_1| = 3, |z_2| = 4, z_1 - z_2 = 2 - 2\sqrt{3}i$.

(I) 求 $z_1 \cdot z_2$ 的模及辐角主值;

(II) 求复数 $\frac{z_1}{z_2}$ 的辐角的余弦值.

19. (本小题满分 12 分)

$f(x)$ 是定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 的奇函数, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数.

(I) 试判断 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上的单调性, 并证明你的结论;

(II) 若 $f(1) = 0$, 画出一个满足上述条件的 $f(x)$ 函数示意图, 解关于 x 的不等式 $f[1 + \log_a(1-x^2)] > 0$ (其中 $a > 1$).

20. (本小题满分 12 分)

在正数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, 前 n 项的和为 S_n , 且

$$2S_{n-1} = \frac{1}{a_n} - a_n (n \geq 2).$$

(I) 求证: 数列 $\{S_n^2\}$ 是等差数列;

(II) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(III) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n} a_n)$ 的值.

21. (本小题满分 12 分)

生态问题是我国当前最为突出的问题之一, 全国约有 9000 万亩 25 度以上的坡耕地需要退耕还林. 其中 70% 在西部. 国家规定 2000 年西部退耕还林面积为 500 万亩, 以后每年退耕土地面积在上一年的基础上递增 12%. 试问, 从 2000 年起, 到哪一年西部地区完成退耕还林的任务? [本题可以利用近似公式 $(1+a)^n \approx 1 + na + \frac{n(n-1)a^2}{2}$]

22. (本小题满分 14 分)

(理) 是否存在实数 a, b, c , 使得函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 对于任意实数 a , 均满足下面条件:

① $f(\sin \alpha) \geq 2$; ② $f(2 - \cos \alpha) \leq 2$; ③ $f(4) > c$.

若存在, 找出一组数 a, b, c , 并画出 $f(x)$ 的图象. 若不存在, 试说明理由.

(文) 已知函数 $f(x) = ax^2 + bx (a \neq 0)$ 满足 $f(2) = 0$, 且方程 $f(x) = x$ 有两个相等的根.

(I) 求 $f(x)$ 的解析式;

(II) 是否存在 $m, n \in \mathbb{R} (m < n)$, 使 $f(x)$ 的定义域为 $[m, n]$, 且值域为 $[2m, 2n]$. 若存在, 找出所有的 m, n . 若不存在, 试说明理由.

福建省高考数学模拟试卷

第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = n^2 + bn + c$, $a_1 = 3$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n^2}{S_n}$ 等于()

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 2 (C) $\frac{1}{4}$ (D) 4

2. 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, A \neq 0$) 的图象与函数 $y = A \cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, A \neq 0$) 的图象在区间 $(x_0, x_0 + \frac{\pi}{\omega})$ 上()

- (A) 至少有两个交点 (B) 至多有两个交点
(C) 至多有一个交点 (D) 至少有一个交点

3. 设长方体的三条棱长分别为 a, b, c , 若长方体所有棱的长度之和为 24, 一条对角线长度为 5, 体积为 2, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ 等于()

- (A) $\frac{11}{4}$ (B) $\frac{4}{11}$ (C) $\frac{11}{2}$ (D) $\frac{2}{11}$

4. 在极坐标系中, 方程 $\rho = -\cos \theta$ ($-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) 所表示的曲线是()

- (A) 以点 $(\frac{1}{2}, 0)$ 为圆心, 半径为 $\frac{1}{2}$ 的圆
(B) 以点 $(1, \pi)$ 为圆心, 半径为 1 的圆
(C) 以点 $(\frac{1}{2}, \pi)$ 为圆心, 半径为 $\frac{1}{2}$ 的半圆
(D) 以点 $(\frac{1}{2}, \pi)$ 为圆心, 半径为 $\frac{1}{2}$ 的圆

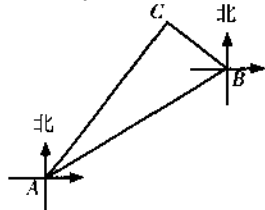
5. AB 是抛物线 $y^2 = 2px$ 过焦点的弦 P_1P_2 在准线上的射影, 若以 AB 为直径的球面面积为 S_1 , P_1P_2 绕准线旋转一周所得的圆台侧面积为 S_2 , P_1P_2 所在直线的倾斜角为 α , 则 $S_1:S_2$ 等于()

- (A) $\sin^2 \alpha$ (B) $\cos^2 \alpha$
(C) $\tan^2 \alpha$ (D) $\cot^2 \alpha$

6. 某海上缉私小分队驾驶缉私艇以 40km/h 的速度由 A 处出发沿北偏东 60° 方向航行, 进行海面巡逻, 当行驶半小时到达 B 处时, 发现在北偏西 45° 方向有一艘船 C. 若船 C 位于 A 处北偏东 30° 方向上, 则缉私艇 B 与船 C 的距离是()

- (A) $5(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ km (B) $5(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ km
(C) $10(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ km (D) $10(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ km

7. 已知 $ab \neq 0$, 点 $M(a, b)$ 是圆 $x^2 + y^2 = r^2$ 内



一点, 直线 m 是以点 M 为中点的弦所在的直线, 直线 l 的方程是 $ax + by = r^2$, 则下列结论正确的是()

- (A) $m \parallel l$, 且 l 与圆相交
(B) $l \perp m$, 且 l 与圆相切
(C) $m \parallel l$, 且 l 与圆相离
(D) $l \perp m$, 且 l 与圆相离

8. 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 不是常数函数, 且满足 $f(x-1) = f(x+1)$, $f(1+x) = f(1-x)$, 则 $f(x)$ ()

- (A) 是奇函数也是周期函数
(B) 是偶函数也是周期函数
(C) 是奇函数但不是周期函数
(D) 是偶函数但不是周期函数

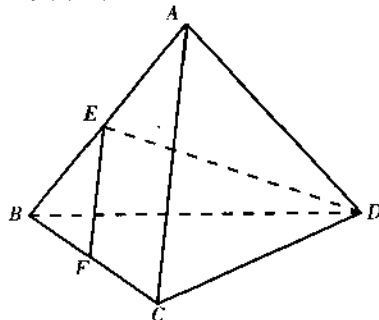
9. 已知圆锥的母线长为 4, 若过圆锥顶点的所有截面的面积取值范围为 $(0, 4\sqrt{3}]$, 则该圆锥侧面展开图扇形的圆心角等于()

- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\sqrt{3}\pi$ (C) π (D) $\frac{\pi}{3}$

10. 设函数 $f(x) = \begin{cases} (\frac{1}{2})^x - 3, & x \leq 0, \\ x^{\frac{1}{2}}, & x > 0, \end{cases}$ 已知 $f(a) > 1$, 则实数 a 的取值范围是()

- (A) $(-2, 1)$
(B) $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$
(C) $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$
(D) $(1, +\infty)$

11. 如图, 在正三棱锥 $A-BCD$ 中, E, F 是 AB, BC 的中点, $EF \perp DE$, 若 $BC = a$, 则正三棱锥 $A-BCD$ 的体积为()



- (A) $\frac{\sqrt{2}}{12} a^3$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{24} a^3$
(C) $\frac{\sqrt{3}}{12} a^3$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{24} a^3$

12. 点集 C_1, C_2, C_3, C_4 分别表示函数 $f_1(x) = \sqrt{4+x}$, $f_2(x) = \sqrt{4+|x|}$, $f_3(x) = \sqrt{4-x}$, $f_4(x) = \sqrt{4-|x|}$ 的图象, 给出以下四个命题: ① $C_1 \subseteq C_2$; ② $C_4 \subseteq C_3$; ③ $C_1 \cup C_3 = C_2 \cup C_4$; ④ $C_1 \cap C_3 = C_2 \cap C_4$. 其中正确的命题是()

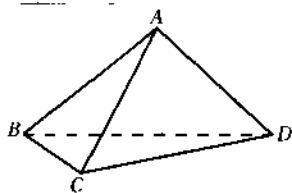
- (A)①② (B)②④
(C)①③ (D)③④

第Ⅱ卷(非选择题 共90分)

二、填空题:本大题共4小题,每小题4分,共16分.把答案填在题中横线上.

13. 若 P 是双曲线 $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ 右支上一个动点, F 是双曲线的右焦点, 已知 A 点的坐标是 $(3, 1)$, 则 $|PA| + |PF|$ 的最小值是 _____.

14. 如图, 将正方形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折成直二面角, 有如下四个结论: ① $AC \perp BD$; ② $\triangle ACD$ 是等边三角形; ③ AB 与面 BCD 成 60° 角; ④ AB 与 CD 成 60° 角, 请你把正确的结论的序号都填上 _____.



15. 若对实数 $x \in [10, +\infty)$ 恒有 $|\log_m x| \geq 2$, 则实数 m 的取值范围是 _____.

16. 某国际旅行社共有9名专业导游, 其中6人会英语, 4人会日语, 若在同一天要接待5个不同的外国旅游团队, 其中有3个队要安排会英语的导游, 2个队要安排会日语的导游, 则不同安排的方法共有 _____ 种.

三、解答题:本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分12分)

设 $z = \frac{1+i}{\cos\theta - i\sin\theta}$, 已知 $-\frac{\pi}{2} < \theta < 0$, 且 $\arg z = \frac{1}{3}$.

求: $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sqrt{1 - \sin 2\theta}} + \frac{\sqrt{2}\sin 2\theta}{\sqrt{1 + \cos 4\theta}}$ 的值.

18. (本小题满分12分)

若 $a > 2$, 解关于 x 的不等式 $\sqrt{a^x - a} < \left| \frac{1}{2}a^x - 1 \right|$.

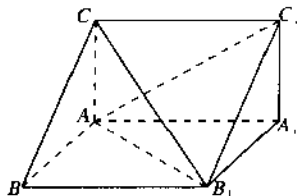
19. (本小题满分12分)

如图, 已知斜三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的各棱长均为2, 侧棱 BB_1 与底面 ABC 所成角为 $\frac{\pi}{3}$, 且侧面 ABB_1A_1 垂直于底面 ABC .

(Ⅰ) 求证: 点 B_1 在平面 ABC 上的射影为 AB 的中点;

(Ⅱ) 求二面角 $C - AB_1 - B$ 的大小;

(Ⅲ) 判定 B_1C 与 C_1A 是否垂直, 并证明你的结论.



20. (本小题满分12分)

某汽车销售公司为促销采取了较为灵活的付款方式, 对购买10万元一辆的轿车在一年内将款全部付清的前提下, 可以选择以下两种分期付款的方案购车:

方案一 分3次付清, 购买后4个月第1次付款, 再过4个月第2次付款, 再过4个月第3次付款.

方案二 分12次付清, 购买后1个月第1次付款, 再过1个月第二次付款, …… 购买后12个月第12次付款.

规定分期付款中每期付款额相同; 月利率为0.8%, 每月利息按复利计算, 即指上月利息要计入下月本金.

(Ⅰ) 试比较以上两种方案的哪一种方案付款总额较少?

(Ⅱ) 若汽车销售公司将收回的售车款进行再投资, 可获月增长2%的收益. 为此决定对一次性付款给予降价 $p\%$ 的优惠. 为保证一次性付款经一年后的本金低于方案一、二中较少一种的付款总额, 且售车款再投资一年后的本金要高于车价款一年后的本金, 试确定 p 的取值范围.

注: 计算结果保留三位有效数字. 参考数据: $1.008^3 \approx 1.024$, $1.008^4 \approx 1.003$, $1.008^{11} \approx 1.092$, $1.008^{12} \approx 1.1$, $1.02^{11} \approx 1.243$, $1.02^{12} \approx 1.268$.