

SMP 英国中学数学教科书

D 册

英国中学数学教科书

S M P

D 册

上海师范大学数学系翻译组译

上海教育出版社

The School Mathematics Project

Book D

Cambridge University Press

英国中学数学教科书

S M P

D 册

上海师范大学数学系翻译组译

(原上海人民版)

上海教育出版社出版

(上海永福路123号)

新华书店上海发行所发行 上海日历印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 6 字数 131,000

1975年2月第1版 1978年4月第1版 1978年4月第1次印刷

统一书号: 7150·1811 定价: 0.38元

内部发行

219297

序

这套教科书共八册，本书是第四册。全套教材是为适合一种革新数学教学大纲的 C. S. E. 考试而编写的。

这套书取材于 SMP 普通水平一套第一册到第四册的内容。这两套 SMP 在内容上保持着这样的联系：使用某一套教材的，可以在第一学年终了或以后某一阶段转用另一套教材。例如学过这套书 A、B 两册的学生，可以改学普通水平的第二册。但在每学年内容的范围内，教材已重新编写。

这套主要学校的书和普通水平一套书之间的差别，已在 A 册的序言中详加说明，正如这两套 SMP 教科书和传统的教科书之间的差别，也在那里详加说明一样。

在 D 册的序曲中，通过循序渐进的实验引出了群表格的性质。恒等元素和逆元素的概念曾在 C 册中联系“位移”的内容而简单介绍过，而本册序曲中则在更广泛的问题中引出这些概念，并首次引进封闭性的概念。第五章将讨论结合律，并介绍一些代数法则。同时还有一些简单代数运算的练习。

D 册中有四章讲算术。前两章分别讲分数和有向数的乘法和除法。本套书中关于分数和有向数的基本内容就讲到这里。后面两章讲比和百分数，关于这两方面以后还要进一步讨论。

放大是保形不保大小的变换。这一章中所讲的主要是有实际意义的内容，但其中有些概念将为 E 册引出三角并进而学习相似形作好准备。在这册中，向量这个有用的概念是和平移及平移的组合一起引出的。

6241/12/01

A、C 两册中已讲过的对称的内容,要到本册中三维空间旋转对称一章才讲完全. 此外,D 册将用相当篇幅讲图解法. 由巴斯加三角形和斐波那契数列所引出的一些数的性质,也将在本册中加以讨论.

目 录

序	i
序 曲	1
看表, 1; 封闭性, 3; 恒等元素, 5; 逆元素, 9	
1. 分数的乘法和除法	19
分数的乘法, 19; 分数的除法, 23	
2. 放 大	27
怎样放大图形, 27; 放大中心, 28; 相似, 28;	
比例因子, 30	
3. 有向数的乘法与除法	40
正负整数的表, 40; 加减运算和大小关系, 41;	
乘法和除法, 42	
4. 向 量	55
购物单, 55; 节省时间, 58; 路程, 62; 平移, 66	
插 曲	69
数学刺绣, 69	
5. 括号和次序	72
运算的次序, 72; 映射的次序, 80	
6. 看 图	87
线性关系, 87; 直线的交点, 93; 图象不是直线的方程	
(非线性关系), 95	

复习题	97
7. 比	103
什么是比, 103; 最简形式, 106; 用相同的单位, 111; 分配, 114	
8. 箭头图和映射	118
箭头图, 118; 映射图, 121; 逆映射, 125	
插 曲	127
等宽曲线, 127; “L”形的游戏, 128	
9. 三维的对称	129
填孔, 129; 旋转对称性, 133	
10. 百分数	144
百分之几, 144; 从百分数到分数, 147; 百分数的应用, 147; 再谈百分数, 149	
11. 图象表示	152
利用图象计算, 152; 选择刻度, 154; 线性关系, 156	
12. 数的图案	166
巴斯加三角形, 166; 斐波那契数列, 169	
思考题	174
复习题	178

序曲

看表

实验 1

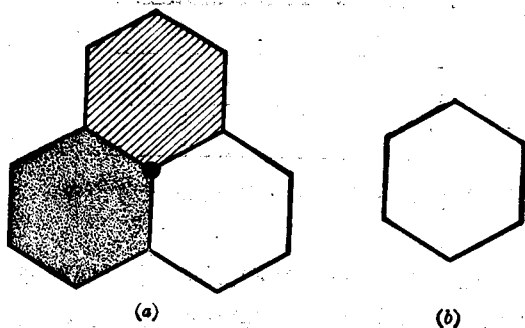


图 1

指令 A 表示：将筹码留在原处。

指令 B 表示：将筹码依逆时针方向绕黑点旋转 $\frac{1}{3}$ 周。

指令 C 表示：将筹码依顺时针方向绕黑点旋转 $\frac{1}{3}$ 周。

描出并剪成如图 1(b) 的一个六边形筹码。每次开始总把这个筹码放在图 1(a) 的白色六边形上，试看经过以下每一对指令后，筹码将在什么位置上：

- (i) B 接着进行 C ； (ii) C 接着进行 A ；
(iii) B 接着进行 B 。

当 B 接着进行 C 后，筹码仍落在白色六边形上。这个结果可更简单地用指令 A 得到；因此我们可以说：

B 接着进行 *C* 得到 *A*。

其他两对指令能否用单一的指令来代替？（记住每次从白色六边形开始。）

抄录并填充下表：

接着进行		第二指令		
		<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
第一指令	<i>A</i>			
	<i>B</i>		<i>C</i>	<i>A</i>
	<i>C</i>	<i>C</i>		

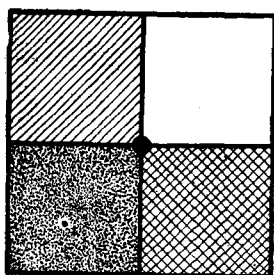
你是否总能找到一个指令来代替每一对指令？

实验 2

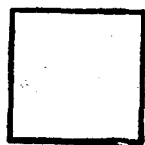
重复实验 1，但每次开始时把筹码放在上面的阴影六边形上。试比较你的两个表。你注意到什么？能作出解释么？

如果每次从左下角的黑色六边形开始，你想结果将会怎样？如想不出，试试看。

实验 3



(a)



(b)

图 2

指令 P 表示: 将筹码留在原处.

指令 Q 表示: 将筹码依逆时针方向绕黑点旋转 $\frac{1}{4}$ 周.

指令 R 表示: 将筹码依顺时针方向绕黑点旋转 $\frac{1}{4}$ 周.

描出并剪成如图 2(b) 的一个正方形筹码. 抄录下表并考虑是否可以填满它:

接着进行		第二指令		
		P	Q	R
第一指令	P		Q	
	Q			P
	R			

你是否总能找到一个指令来代替每一对指令?

1. 封闭性

在实验 1 与 2 中, 集合 $\{A, B, C\}$ 的元素由运算“接着进行”组合起来, 总得到一个仍属于这个集合的元素. 由于只用所给集合的元素可以填满上述组合表, 因此我们称集合 $\{A, B, C\}$ 在“接着进行”的运算之下是封闭的.

在实验 3 中, 只用集合 $\{P, Q, R\}$ 的元素不能填满组合表, 我们说集合 $\{P, Q, R\}$ 在“接着进行”之下不是封闭的.

实验 4

P, Q, R 的意义和实验 3 相同. 作出指令 S , 使集合 $\{P, Q, R\}$ 在“接着进行”的运算之下是封闭的. 抄录并填充下表:

		第二指令			
第一指令	接着进行	P	Q	R	S
	P	P	Q	R	
	Q	Q		P	
	R	R	P		
	S				

实验 5

做这个实验，你需要用四张如图 3 所示的具有矩形洞孔的卡片 A, B, C, D 。

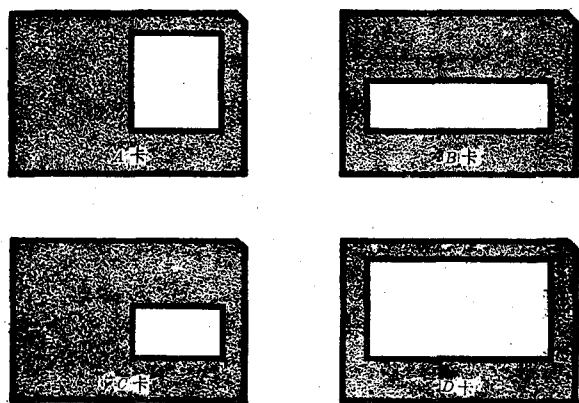


图 3

将 A 卡放在 B 卡上。(注意卡片不可以旋转或翻过来.)
现在你就得到一个和 C 卡相同的洞孔。我们可以说:

A 卡放在 B 卡之上得到和 C 卡相同的结果。

抄录并填充下表:

		第 二 卡			
放在...之上		A	B	C	D
第 一 卡	A		C		
	B				
	C				
	D				

集合 $\{A, B, C, D\}$ 在“放在……之上”的运算下是不是封闭的?

假使现在你另有一个 E 卡,如图 4. 集合 $\{A, B, C, D, E\}$ 在“放在……之上”的运算下是不是封闭的?

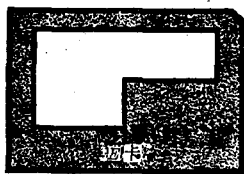


图 4

试求一个新集合,使 A, B, C, D, E 是这个集合的元素,并且这个新集合在“放在……之上”的运算下是封闭的.

作出你所要的新卡片和对这个新集合的组合表.

2. 恒等元素

再看你从实验 1 所得的组合表:

		第二指令		
接着进行		A	B	C
第一指令	A	A	B	C
	B	B	C	A
	C	C	A	B

我们看出：

A 接着进行 A 得出 A ,

A 接着进行 B 得出 B ,

A 接着进行 C 得出 C ,

B 接着进行 A 得出 B ,

C 接着进行 A 得出 C .

无论 A 是第一还是第二指令, 集合中任一元素和 A 组合后, 结果还是得出该元素自己. 由于 A 有这样的性质, 所以称 A 是这个集合的恒等元素.

试考察从实验 3, 4, 5 所得的表, 判定每个集合的恒等元素.

普通的数当 (i) 相加, (ii) 相乘时, 恒等元素分别是什么?

求出下表中集合 $\{K, L, M, N\}$ 对运算 $*$ 的恒等元素:

		第二元素			
$*$		K	L	M	N
第一元素	K	M	N	K	L
	L	N	K	L	M
	M	K	L	M	N
	N	L	M	N	K

实验 6

“农舍, 皇宫, 公寓, 猪棚, 农舍, 皇宫, ……”, 这是儿童用以数李子核的歌。

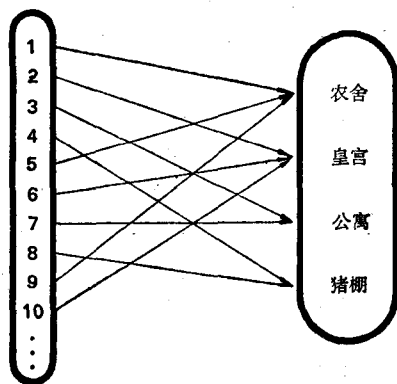


图 5

图 5 中的箭头图表示从集合 $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ 映成集合 $\{\text{农舍}, \text{皇宫}, \text{公寓}, \text{猪棚}\}$ 。

图 6 中的表说明同样的关系:

农 舍	皇 宫	公 寓	猪 棚
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮

图 6

抄录这个表, 并在每列中添上几个数。这里假设你有很多个核。

假定你有两份李子核: 一份有 5 个, 另一份有 3 个。总共

有多少核？

5 ———→ 农舍

3 ———→ 公寓

8 ———→ 猪棚

我们说农舍“接着进行”公寓得到猪棚。

选出另外两个数，一个取自标为农舍的一列，另一个取自标为公寓的一列，并相加。结果在哪一列？再在农舍和公寓两列中选取其它若干对的数。我们能否说农舍“接着进行”公寓总是得出猪棚？

假定现在你选取两个数，一个取自标为公寓的一列，另一个取自标为皇宫的一列，并相加。你的答数在哪里？不管你选取什么数，答数是否都在同一列？

抄录下表，试试看是否能填充此表：

接着进行		第 二 元 素			
		农 舍	皇 宫	公 寓	猪 棚
第 一 元 素	农 舍			猪 棚	
	皇 宫				
	公 寓		农 舍		
	猪 棚				

在“接着进行”的运算下，集合{农舍，皇宫，公寓，猪棚}是否是封闭的？是否有恒等元素？如果是的，说出是哪一个。如果不是，说出理由。

如果

(i) 农舍“接着进行”？得到猪棚；

(ii) ？“接着进行”皇宫得到猪棚。

利用你的表，找出在这个集合中“?”必定是哪一个元素。

3. 逆元素

(a) 再看你从实验 4 所得的组合表：

		第 二 指 令			
接着进行		P	Q	R	S
第 一 指 令	P	$\textcircled{P}$	Q	R	S
	Q	Q	S	$\textcircled{P}$	R
	R	R	$\textcircled{P}$	S	Q
	S	S	R	Q	$\textcircled{P}$

恒等元素是 P ，下面四对指令的组合得到恒等元素：

P 接着进行 P 得到 P ，

Q 接着进行 R 得到 P ，

R 接着进行 Q 得到 P ，

S 接着进行 S 得到 P 。

当一个集合的两个元素可依任一次序组合而得到恒等元素时，称这两元素互为逆元素。

在实验 4 中， Q 是 R 的逆元素， R 也是 Q 的逆元素；我们称 Q 和 R 成逆元素对。

S 是它本身的逆元素，我们称 S 是自逆元素。 P 怎样呢？它是否是自逆元素？

(b) 现在再看从实验 1 所得的组合表：

		第二指令		
接着进行		A	B	C
第一指令	A	A	B	C
	B	B	C	A
	C	C	A	B

我们已经知道 A 是恒等元素。

哪个指令是自逆元素？

其他两个指令构成一个逆元素对。你能否看出为什么是这样吗？

(c) 根据实验 6 的表。

(i) 哪一个是集合 {农舍, 皇宫, 公寓, 猪棚} 的恒等元素？

(ii) 哪些是自逆元素？

(iii) 哪些成逆元素对？

(d) 对实验 5 中每个表, 说出

(i) 是否有一恒等元素；

(ii) 如果有的话, 哪些卡片是自逆元素；

(iii) 如果有的话, 哪些卡片是逆元素对；

(iv) 如果有的话, 哪些卡片没有逆元素。

(e) 试看下列对集合 $\{a, b, c\}$ 用运算 $*$ 所得的表。

		第二元素		
$*$		a	b	c
第一元素	a	a	c	b
	b	c	b	a
	c	b	a	c