

中学数学参考读物

北京师范学院附中

党 钧 邵元铭 主编

J

初等几何

习题选

H

原子能出版社



中学数学参考读物

初等几何习题选

北京师范大学附中
党钧 邵元铭 主编

内 容 简 介

本书是根据教育部制订的《中学数学教学大纲》的内容和要求编写的数学参考读物的初等几何部分。

本书系统地编排了中学平面几何和立体几何课外习题。重点放在发展空间想象力、逻辑推理能力和数形结合能力上。选材精全，剔除偏怪，编排由浅入深。除有相当数量的基础练习题外，特别注重有证法分析的精选例题和综合性习题的分类解证。在内部发行期间深受欢迎，此次修订后更臻完美。

本书不同于一般高考习题选解或复习参考资料。其目的是为了适应全国统编教材的日常教学的实际需要，以提高教学质量。力求作为统编教材的课外补充，较好地配合单元小结、阶段复习和升学复习。

本书可供中学的数学教师和学生使用，也可供社会青年自修时参考。

初等几何习题选

北京师范学院附中

党钧 邵元铭 主编

原子能出版社出版

(北京2108信箱)

北京外文印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

☆

开本 $787\times 1092\frac{1}{32}$ ·印张 $8\frac{1}{4}$ ·字数184千字

1981年1月第一版·1981年1月第一次印刷

印数001—330,000·统一书号:15175·314

定价: 0.72元

编 者 的 话

本书是根据教育部制订的中学数学教学大纲(草案)的内容和要求编写的。这套书,由《初等代数习题选》、《初等几何习题选》和《平面三角·平面解析几何习题选》三本组成。编写《初等几何习题选》的目的是试图对中学数学统编教材的例题、习题作必要的补充,适宜用作教师日常教学参考和学生课外自修。本书除有相当数量的、类型齐全的基本练习题外,还有适量的综合性例题和习题、并作了解答或提示;对有些章节根据我们多年的教学经验作了一些简括的总结,并配以精选的例题和习题。但是,我们水平毕竟有限,不妥之处难免,敬请读者批评指正。

《初等几何习题选》由党钧、邵元铭主编,戴汝潜、普成兴、徐自先、李长敏、于苏芳、田钦、解小立等参加了本书的编写工作。

北京师范大学附属中学数学组

党钧 邵元铭

目 录

第一部分 几何基本练习题	(1)
第一章 平行线和三角形.....	(1)
第二章 四边形.....	(12)
第三章 相似三角形.....	(19)
第四章 勾股定理和三角形解法.....	(31)
第五章 圆.....	(40)
第二部分 几何证法分析	(58)
第一章 基本推证方法.....	(58)
第二章 辅助线的添加.....	(67)
第三章 证题类选.....	(77)
[附] 第三章 练习答案与提示.....	(134)
第三部分 立体几何	(216)
第一章 空间图形.....	(216)
第二章 多面体和旋转体.....	(232)
第三章 综合练习题.....	(242)
[附] 第三章综合练习题答案与提示.....	(246)

第一部分 几何基本练习题

第一章 平行线和三角形

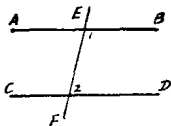
在学了平行线的定义、判定定理、性质定理，三角形（包括直角三角形、等腰三角形、等边三角形）的定义、基本定理和两个三角形全等的定义、判定定理、性质定理等的基础上，可做以下基本练习题。

§1. 平 行 线

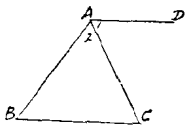
1. 已知 $AB \parallel CD$, EF 分别交 AB 、 CD 于 E 、 F , $\angle 1 : \angle 2 = 3 : 2$, 求 $\angle 1, \angle 2$ 的度数.

2. 如图, 已知 $AD \parallel BC$, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle B = 60^\circ$, 求 $\angle C$ 的度数.

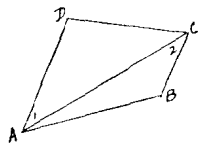
3. 如图, 已知 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle BAD = 58^\circ$, 求 $\angle B$ 的度数.



(题 1)



(题 2)

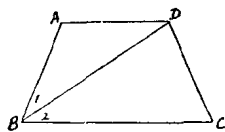


(题 3)

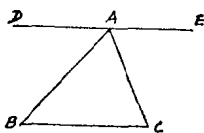
4. 如图, 已知 $AD \parallel BC$, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle A = 112^\circ$, 求 $\angle 2$ 的度数.

5. 如图, 过 A 作 $DE \parallel BC$, 已知 $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 70^\circ$, 求 $\angle BAE$ 的度数.

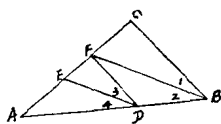
6. 如图, D 点在 AB 上, E, F 在 AC 上, 且 $DF \parallel BC$, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, 求证 $ED \parallel BF$.



(题 4)



(题 5)

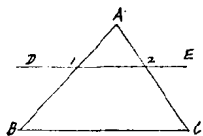


(题 6)

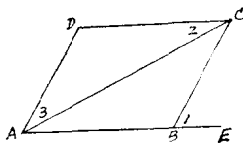
7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, 求证 $\angle 1 + \angle 2 + \angle B + \angle C = 360^\circ$.

8. 如图, $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$, 延长 AB 到 E , 求证 $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$.

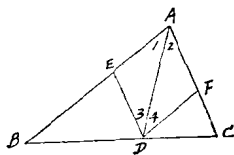
9. 如图, E, D, F 分别在 $\triangle ABC$ 的 AB, BC, CA 边上, 且 $\angle 1 = \angle 2$, $ED \parallel AC$, $FD \parallel AB$, 求证 $\angle 3 = \angle 4$.



(题 7)



(题 8)

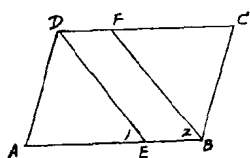


(题 9)

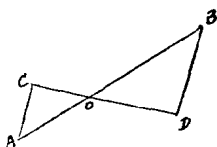
10. 如图, $\angle ABC = \angle ADC$, BF 、 DE 分别是 $\angle ABC$ 和 $\angle ADC$ 的角平分线, $\angle 1 = \angle 2$, 求证 $DF \parallel BE$, $DE \parallel BF$.

11. 如图, AB 与 CD 相交于 O , $\angle A = \angle B$, 求证 $\angle C = \angle D$.

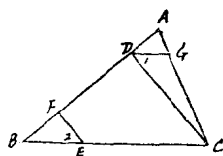
12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $EF \perp AB$, $CD \perp AB$, G 在 AC 边上, $\angle 1 = \angle 2$, 求证 $\angle AGD = \angle ACB$.



(题10)



(题11)

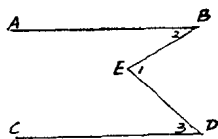


(题12)

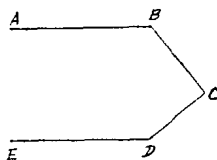
13. 如图, 已知 $AB \parallel CD$, 求证 $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$.

14. 如图, 已知 $AB \parallel ED$, 求证 $\angle ABC + \angle BCD + \angle CDE = 360^\circ$.

15. 如图, 已知 $\angle ABC + \angle BCD + \angle CDE = 360^\circ$, 求证 $AB \parallel ED$.



(题13)



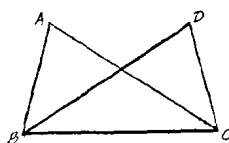
(题14、15)

§2. 三 角 形

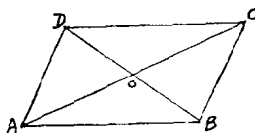
1. 如图, 已知 $AB=DC$, $AC=DB$,
求证 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$.

2. 如图, 已知 AC 与 BD 相交于 O , $OA=OC$, $OB=OD$, 求证 $\triangle AOB \cong \triangle COD$, $\triangle AOD \cong \triangle BOC$.

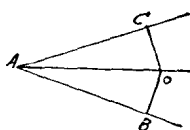
3. 如图, 已知 $OB \perp AB$, $OC \perp AC$, $OB=OC$,
求证 $\triangle AOB \cong \triangle AOC$.



(题 1)



(题 2)

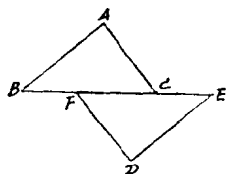


(题 3)

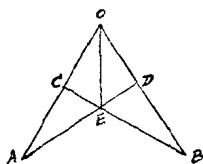
4. 如图, 已知 B, F, C, E 在一直线上, $AB \parallel DE$, $AC \parallel DF$, $BF=EC$, 求证 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

5. 如图, 已知 OE 平分 $\angle AOB$, $AD \perp OB$, $BC \perp OA$, 求证 $AE=BE$.

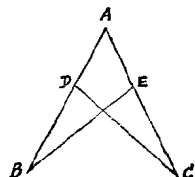
6. 如图, 已知 $AB=AC$, $AD=AE$, 求证 $\angle B = \angle C$.



(题 4)



(题 5)

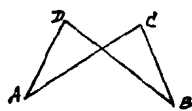


(题 6)

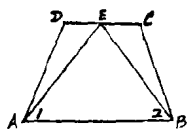
7. 如图, 已知 $AD=BC$, $AC=BD$, 求证 $\angle C = \angle D$.

8. 如图, 已知 $DC \parallel AB$, $EC=ED$, $\angle 1 = \angle 2$, 求证 $AD=BC$.

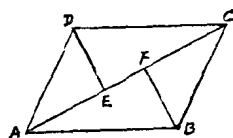
9. 如图, 已知 $AB=DC$, $AD=BC$, $DE \perp AC$, $BF \perp AC$, 求证 $DE=BF$.



(题7)



(题8)

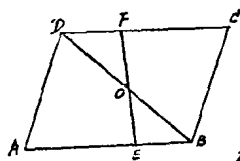


(题9)

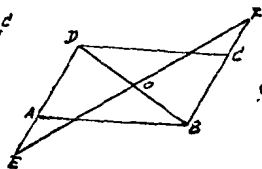
10. 如图, 已知 $AB=DC$, $AD=BC$, O 是 DB 中点. 过 O 点的直线分别交 AB 和 DC 于 E 和 F , 求证 $OE=OF$.

11. 如图, 已知 $AB=DC$, $AD=BC$, O 是 DB 中点. 过 O 点的直线分别交 DA 和 BC 的延长线于 E 和 F , 求证 $OE=OF$.

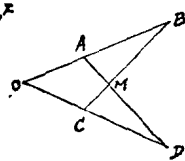
12. 如图, 已知 $OA=OC$, $OB=OD$, CB 与 AD 相交于 M , 求证 $MB=MD$.



(题10)



(题11)

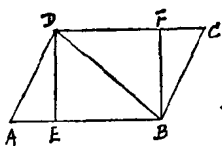


(题12)

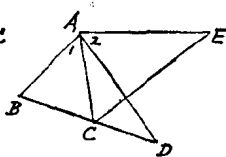
13. 如图, 已知 $\angle A = \angle C$, $AB = BD = DC$, $DE \perp AB$, $BF \perp DC$. 求证 $DE = BF$.

14. 如图, 已知 $AB = AC$, $AD = AE$, $\angle 1 = \angle 2$, 求证 $\angle D = \angle E$.

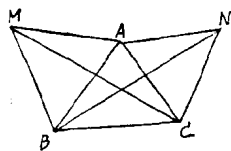
15. $\triangle ABC$, 以 AB 、 AC 为边, 向外作等边三角形 ABM 和 ACN , 求证 $CM = BN$.



(题13)



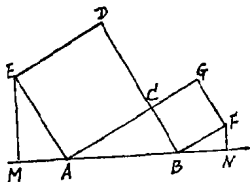
(题14)



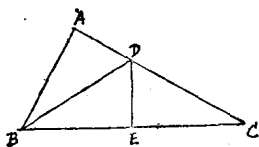
(题15)

16. 如图, A 、 B 在 MN 直线上, $\angle ACB = 90^\circ$, $ACDE$ 和 $BCGF$ 都是正方形, $EM \perp MN$, $FN \perp MN$, 求证 $AB = EM + FN$.

17. 如图, $\triangle ABC$, $\angle A = 90^\circ$, BD 为角平分线, DE 是 BC 的垂直平分线. 求 $\angle ABC$ 和 $\angle C$ 的度数.

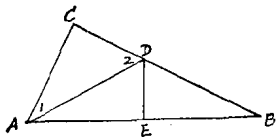


(题16)



(题17)

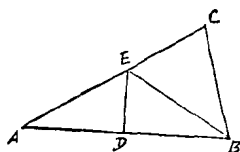
18. 如图, $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, DE 是 AB 的垂直平分线, $\angle 1 : \angle 2 = 2 : 3$. 求 $\angle CAB$ 和 $\angle B$ 的度数.



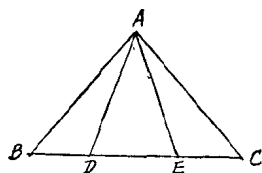
(题18)

19. $\triangle ABC$, $AB=AC$, $\angle A=40^\circ$, DE 为 AB 的垂直平分线, 交 AC 于 E . 求 $\angle EBC$ 的度数.

20. 如图, B, D, E, C 是一条直线, $\angle ADE = \angle AED$, $BD=EC$, 求证 $AB=AC$.



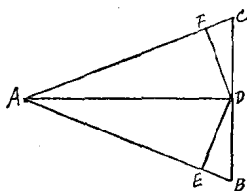
(题19)



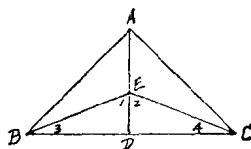
(题20)

21. 如图, $\triangle ABC$, $AB=AC$, $DE \perp AB$, $DF \perp AC$, AD 是 $\angle A$ 的平分线. 求证 $BE=CF$.

22. 如图, 已知 D 在 BC 上, E 在 AD 上, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$. 求证 $AB=AC$.

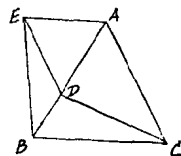


(题21)



(题22)

23. 如图, ABC 、 ADE 都是等边三角形. 求证 $EB=DC$.

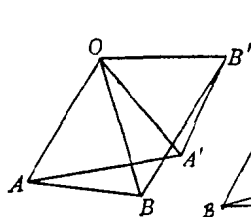


(题23)

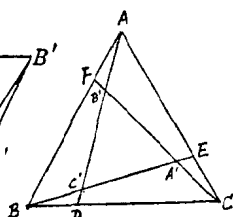
24. 如图, 已知 $\triangle OAB$ 中 $OA=OB$, $\triangle OA'B'$ 中 $OA'=OB'$, $\angle AOB=\angle A'OB'$, 求证 $AA'=BB'$.

25. 已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形, D, E, F 分别在 BC, CA, AB 上, 且 $BD=CE=AF$, 求证 $\triangle A'B'C'$ 为等边三角形.

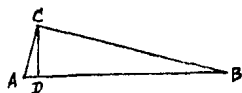
26. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, CD 为高, $CD=\frac{1}{4}AB$, 求 $\angle A, \angle B$ 的度数. (提示: 作斜边上的中线)



(题24)



(题25)

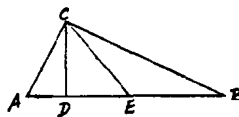


(题26)

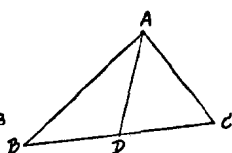
27. 如图, 已知 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, CD 为高, CE 为中线, $\angle BCD:\angle ACD=3:1$, 求证 $CD=DE$.

28. 已知 AD 为 $\triangle ABC$ 的中线, 求证 $S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ACD}$.

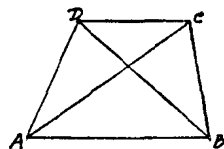
29. 如图, 已知 $AB \parallel DC$, 求证 $S_{\triangle AED}=S_{\triangle ABC}$.



(题27)



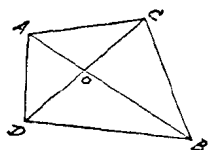
(题28)



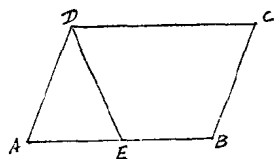
(题29)

30. 如图, 已知 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD}$, AB 与 CD 相交于 O , 求证 $OC = OD$.

31. 已知四边形 $ABCD$, $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$, $AE = EB$, 求证 $S_{\triangle ADE} = \frac{1}{4} S_{\text{四边形 } ABCD}$.



(题30)



(题31)

§3. 综合练习

1. O 为 $\triangle ABC$ 内任一点, 则 $\angle BOC > \angle A$.
2. 四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD$, $\angle D > \angle B$, 求证 $BC > DC$.
3. $\triangle ABC$, $AB = AC$, B' 在 AB 上, C' 在 AC 延长线上, 则 $\angle AB'C > \angle AC'B'$.
4. $\triangle ABC$, $AB = AC$, D 为 BC 上任一点, D' 为 BC 延长线上任一点, 则 $AD' > AC > AD$.
5. 求证: 三角形一边上的中线小于其它两边和的一半.
6. D 为 $\triangle ABC$ 内任意一点, 则 $BD + DC < AB + AC$.
7. $\triangle ABC$, $\angle A = m^\circ$, $\angle B$, $\angle C$ 的平分线交于 O , $\angle B$, $\angle C$ 的外角平分线交于 O' , 求 $\angle BOC$ 和 $\angle BO'C$ 的度数.

8. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, 延长 BC 到 D , 使 $CD=CA$, $\angle ADB=15^\circ$, $AB=18\text{cm}$, 求 CD .

9. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle C=30^\circ$, AB 的垂直平分线交 AB 于 D , 交 AC 于 E , 求 $\angle EBC$ 的度数.

10. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=14\text{cm}$, AB 的垂直平分线交 AC 于 D , 连 BD , 若 $\triangle BCD$ 的周长为 24cm , 求 BC 的长.

11. 在等腰直角三角形 ABC 的底边 BC 上取 D, E 两点, 使 $BE=AB$, $CD=AC$, 求 $\angle DAE$ 的度数.

12. 在四边形 $ABCD$ 中, $AB=AD$, $CB=CD$, 求证 $AC \perp BD$.

13. 在等边三角形 ABC 中, $\angle B, \angle C$ 的平分线交于 O , $OD \parallel AB$, $OE \parallel AC$, D, E 在 BC 上, 求证 $BD=DE=EC$.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B, \angle C$ 的平分线交于 O , 过 O 作 $DE \parallel BC$ 交 AB 于 D , 交 AC 于 E , 则 $DE=BD+CE$.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB > AC$, 在 AB 上截 $AD=AC$, 求证 $\angle BCD = \frac{1}{2}(\angle ACB - \angle ABC)$.

16. AD, AE 分别为 $\triangle ABC$ 的高线和角平分线, $AB > AC$, 则 $\angle DAE = \frac{1}{2}(\angle C - \angle B)$.

17. 求证: 五角星的五个角之和为 180° .

18. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, BD 为高, 则 $\angle DBC = \frac{1}{2}\angle A$.

19. 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = \angle C$, 则 $\angle B$ 与 $\angle D$ 的平分线互相平行.

20. 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A$ 与 $\angle D$ 的平分线交于 E . 则 $\angle AED = \frac{1}{2}(\angle B + \angle C)$.

21. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, AE 为高, BD 为角平分线, 交 AC 于 D , AE 、 BD 交于 F , 则 $AD = AF$.

22. 在 $\triangle ABC$ 中, AD 为角平分线, $AB > AC$ 在 AB 上截 $AE = AC$, $EF \parallel BC$ 交 AC 于 F , 求证 EC 平分 $\angle DEF$.

23. 求证: 三角形三内角平分线共点 (这个点叫三角形内心).

24. 求证: 三角形三边的垂直平分线共点 (这个点叫三角形的外心).

25. 若两个三角形的两边和其中一边上的高对应相等, 则两个三角形全等.

26. 若两个三角形的两边和第三边上的中线对应相等, 则两个三角形全等.

27. 等腰三角形底边延长线上任一点到两腰距离差为定值.

28. 三角形内任意一点到三个顶点的距离的和小于周长而大于周长的一半.

29. 用直尺和圆规完成下列作图题:

(1) 已知三角形的一边以及这边上的中线和高, 作三角形.

(2) 已知两边和第三边上的中线, 作三角形.

(3) 已知一边和邻这边的一个角以及其余两边的和, 作三角形.

第二章 四 边 形

本章主要研究特殊四边形, 即平行四边形(包括其特殊类型——矩形、菱形和正方形)和梯形(包括其特殊类型——等腰梯形和直角梯形), 要熟练掌握各种图形的定义、性质定理、判定定理, 特别是熟练掌握各种图形的从属关系.

四边形的处理原则通常是将四边形切割为几个三角形, 或切割成特殊的四边形和三角形.

§1. 基本计算题

1. 平行四边形一边是周长的 $\frac{3}{10}$, 这边长 9cm, 求其它各边的长.

2. 从矩形的一个顶点向所对的对角线引垂线, 垂足分对角线为 1:3 两部分, 求该垂线与另一对角线的夹角. 又若对角线交点至大边距离为 3.6cm, 求矩形各边及对角线之长.

3. 等腰直角三角形内接矩形的大边在斜边上, 大边与小边的比为 5:2, 若斜边长 45cm, 求矩形边长.

4. 矩形 $ABCD$ 的周长 24cm, M 为 BC 中点, $\angle AMD = 90^\circ$, 求矩形各边长.

5. 矩形对角线夹角为 120° , 二对角线及二小边之和为 3.6cm, 求对角线长.