

高中数学怎样学

鲁鹤鸣 编著

上海科学技术文献出版社

《怎样学》丛书



ISBN 7-5439-1401-8



9 787543 914018 >

ISBN7-5439-1401-8/G·359

定价：20.00 元

责任编辑：忻静芬
封面设计：何永平

高中数学怎样学

鲁鹤鸣 编著

*

上海科学技术文献出版社出版发行

(上海市武康路2号 邮政编码200031)

全国新华书店经销

江苏常熟人民印刷厂印刷

*

开本 850×1168 1/32 印张 19 字数 527 000

1999年8月第1版 2001年7月第7次印刷

印数：36 101—56 100

ISBN 7-5439-1401-8/G·359

定价：20.00 元

丛书前言

“是什么(know what)——为什么(know why)——怎样学(know how)”是学习活动中循序渐进的不同阶段。这套《怎样学丛书》从“怎样学”的角度与读者、与高中学生及教师探寻学习的捷径,研讨学习的方法。

“怎样学”比“学什么”更重要,学校的根本任务是教导学生学习“怎样学习”和“怎样思考”。当前正值世纪交替之际,高新科技发展迅猛,人类正在步入“知识经济”时代。江泽民主席说:“创新是一个民族进步的灵魂,是国家兴旺发达的不竭动力。”开发学生的创新能力,培养创造型人才,是科教兴国的基础,是我国参加国际竞争的成败关键。根据科教兴国的需要,我国制定了到2000年的发展目标,在提高教育质量方面,提出了将应试教育向素质教育转变。这就向教育、向学习提出了新的挑战:“怎样学”。

人类的教育、学习从本质上讲是:学会生存,即学会与大自然和谐共存,学会在人类社会中健康生活。

高中阶段,是从少年向青年、成年的转型期,是自然人向社会人的转变期。每个高中学生进入高中就开始面临“怎样学”的问题。

学习需要现代化,现代化的学习有别于传统的学习。不仅学习设备、工具和手段需要现代化,更重要、更迫切的是学习观念需要现代化。学习观念的现代化主要表现在:我们学习的不仅仅是人类积累的知识,还要学习前人获得知识的思想、方法和手段,更重要的是学会学习,学会应用,学会创新。

《怎样学丛书》的作者是上海外国语大学附中、复旦大学附中、浙江大学附中等名校的特级和高级教师,他们多年来辛勤耕耘在教育第一线,在教学改革中颇有成就,多次获得表彰,媒体也曾多次介绍他们的教学成绩,他们执教的试点班在高考升学中取得了

可喜的成绩。他们的教学生涯可谓“桃李满天下”，“硕果垂枝头”。因此，请他们把高中各学科的学习方法和思路，向高中学生作一介绍，启发同学们怎样掌握学习方法，使学习过程具有趣味性，从而创造最佳的学习状态和积极的学习气氛，消除学习的障碍，并且通过练习，促使思考、储存、记忆、激活等学习环节相互配合，获得事半功倍的学习效果。

《怎样学丛书》力求把高中知识的结构和技能的结构凸现在同学们面前。本丛书以学习中思维的**逻辑流向**为线索，归纳出学习、思考、理解的规律性，让同学们更容易理解高中各学科知识框架的内在构成规律及系统性，让同学们在学习丛书的过程中学到各学科发展的**科学思想和方法**，培养出严谨而又不刻板的学习思想和方法，发展思考、想象的空间。

若学习知识是此岸，使知识转化为应用则是彼岸。本丛书试图把知识与技能有机地联系在一起，架设起一座由此岸到彼岸的桥梁。作者们在教学中的辉煌成功来源于他们对学科教育的创新和发展，这正是本丛书的精华和特色。他们把日常教学实践中的经验和体会，慷慨地奉献给读者。本丛书的每一册都依据现行的教材与大纲，都有很强的**实践性与可操作性**。

本丛书是作者们丰富教学实践的心得，也是许多成功学子的一条学习轨迹，它们贴近学生的学习实际，想必会给同学们一份亲近感。

当然，探索“怎样学”是很多教育工作者、很多有志于攀登科学高峰的学生在研究和探索的一个大课题，是素质教育实践中正在走的一条路。我们出版这套丛书仅是抛砖引玉，是想使千千万万莘莘学子爱学习，学会学习，使他们在新世纪来临之际有一个崭新的现代化学习观念，走向学习的成功。

上海科学技术文献出版社

1999年6月

前 言

怎么学好高中数学——是每位高中学生经常思考的问题。

随着教学改革的深入,学者、教师也从研究如何教深入到研究学生如何学。其实“教学”原本就是“教”与“学”两个方面,不能只研究如何教;也不能只研究如何学。

但如何学好高中数学,学好的成果要由学生反映出来。毕竟在整个教学活动过程中学生是主体;学习活动是主体的活动。

根据我国教育部公布的教学大纲、高考考纲及作者近30年的教学经验。本书想给学习者一个如何学好高中数学的启示;是研究了“教”与“学”两个方面的一些积累。

本书共三章,104个条目、代数学习方法65个条目;立体几何学习方法14个条目;解析几何学习方法25个条目。每个条目配有例题,说明和习题,书末附有习题参考答案。

学生可以系统地学,也可以根据自身学习情况学习某些条目。帮助你学好高中数学。

学习是无止境的,就高中数学而言,知识的结构在整个数学教学中起着承上启下的作用,但就数学思想、方法而言为学生继续深造打下坚实的基础。本书想通过这些条目,学生学习这些条目形成较好的数学思想与方法。

新的探索,难免有不成熟的地方,望读者指正能在再版时更趋完善。

编 者

1999.4. 于西子湖畔



作者简介

鲁鹤鸣 浙大附中高级教师，毕业于浙江大学，系中国数学会会员、浙江省中学数学研究会会员。从事高中数学教学近30年，发表论文数十篇，曾获论文一等奖、二等奖，编写的《中学生数学学习手册》获全国第一届数学教育图书三等奖。近年来致力于浙大附中理科实验班数学教学，注重开发学生的思维能力和学习方法，获得可喜的教学成果。

目 录

引言 数学学习的基本方法	1
一、教材说明了什么	1
二、教师教授知识的作用	2
三、基本学习方法是什么	2
第一章 代数的学习方法	4
一、理解集合概念,正确表示集合	4
二、用集合性质,理解集合运算	7
三、用集合概念及两集合的元素对应,理解映射、函数	14
习题一	21
四、用图象理解函数图象的变换	21
五、用“ f ”概念理解函数解析式	27
六、用“ f ”概念理解复合函数的定义域	30
七、用基本函数性质理解复合函数性质	35
习题二	55
八、用函数图象的特征,比较函数值的大小	59
九、用定义熟悉简单指数、对数方程	63
十、用方程变形求解复杂指数、对数方程	64
十一、用图象求解含参数的对数方程	68
十二、用一元二次函数图象,讨论一元二次方程根与系数的关系	71
十三、利用基本不等式,讨论一元二次方程根与系数的关系	76
十四、用图象理解方程根的个数	78
习题三	82

十五、用类比的方法理解角的扩充及弧度制	85
十六、用定义理解三角函数概念	89
十七、用单位圆中的函数线,理解函数值的大小及角的范围	95
十八、用五点法确定 $y = A \cdot \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象.....	99
十九、利用基本函数图象的变化,确定 $y = A \cdot \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	103
二十、利用 A 、 ω 、 φ 的特征,确定 $y = A \cdot \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	105
二十一、用周期概念,求解三角函数的周期	110
二十二、利用三角函数值的有界性,理解复合函数的值域	113
习题四.....	118
二十三、利用两角和的正弦、余弦公式,理解倍角、半角、 和差化积、积化和差等公式	122
二十四、用角的和、差组合,求三角函数值	127
二十五、用公式变形,求三角函数的和、差、积、商	131
二十六、用典型例题,求三角函数的和、差、积、商	135
二十七、用拆项及其逆用,求三角函数 n 项的和	138
二十八、用万能公式,求复角的三角函数值	141
二十九、利用三角函数,理解三角形内的角、边等元素	143
三十、利用三角函数值的有界性,求复合函数的最大、最 小值	150
习题五.....	155
三十一、利用反三角函数的定义,理解三角函数的反函数	157
三十二、利用反三角函数图象,理解反三角函数的性质	161
三十三、利用最简三角方程,求解三角方程	166
习题六.....	169
三十四、用非负数概念、实数运算法则、不等定义,理解	

不等式的性质	171
三十五、用不等式性质,求解整式、分式不等式	178
三十六、用典型例题,理解无理不等式的解法	187
三十七、用绝对值概念,理解绝对值不等式的解法	193
三十八、化同底,用函数单调性理解指数、对数不等式的 解法	198
习题七	203
三十九、用不等定义,理解比较法证明不等式	206
四十、用不等式性质,理解综合法、分析法证明不等式	212
四十一、用分类讨论的方法,理解含参数不等式的解法	220
四十二、把方程、函数等问题化归为不等式问题,理解不等 式的应用	230
习题八	234
四十三、用归纳法,理解数列通项公式	236
四十四、用等差数列性质,理解等差数列元素之间的 关系	240
四十五、用等比数列性质,理解等比数列元素之间的 关系	249
四十六、用等差、等比数列性质及数列的一般性质,解 数列综合题	256
四十七、用数列的递推关系式,求得数列的通项公式	265
四十八、利用典型例题,理解数列的求和	270
习题九	275
四十九、用数列极限的定义,理解数列极限存在与否 及求数列的极限	278
五十、用数列极限的定义,理解无穷递缩等比数列求 所有项的和	283
五十一、用数学归纳法证明的两个步骤的意义,理解 数学归纳法	286
五十二、利用递推方法,理解用数学归纳法证明几何问题	

.....	292
习题十	296
五十三、用复数定义及数的扩充,理解复数概念	298
五十四、用复数三角形式的特征,理解化复数的三角形式	303
五十五、利用角与其终边位置“多对一”的特征,理解 复数的辐角主值	308
五十六、利用复数概念,理解复数代数形式及向量形式 的运算法则	313
五十七、利用复数三角形式的乘、除、乘方、开方的运算 法则,理解它们的几何意义	317
五十八、利用 $ Z - P $ 两点间距离概念,理解复 平面中的曲线方程	322
五十九、利用方程 $z^3 = 1$,熟悉 1 的立方根性质	326
六十、利用复数辐角主值的取值范围及复数模的概念, 理解复数运算中的最大最小值问题	329
六十一、利用两复数相等的法则及复数的开方,理解求 解复数方程	332
习题十一	338
六十二、利用加法原理、乘法原理,理解完成一件事分类 或分步骤	341
六十三、用组合数性质理解二项式展开式的系数	349
六十四、用通项理解二项式展开式中的各项	354
六十五、利用二项式展开式的特征,理解各项的系数和 及近似计算、整除性问题等应用	358
习题十二	360
第二章 立体几何的学习方法	363
一、利用平面概念与公理,正确理解平面与共面	364
二、利用异面直线所成角、距离的概念,理解两异面直线	

之间的关系	366
三、利用直线与平面所成角,理解直线与平面的位置关系	371
四、利用两个半平面所成角,理解平面与平面的位置关系	377
五、利用两异面直线上任意两点的距离公式,理解平面图形的翻折	382
六、利用典型例题,理解线线、线面、面面角之间的关系	386
习题十三.....	388
七、利用棱柱概念,理解其各元素之间关系	392
八、利用棱锥概念,理解其各元素之间关系	398
九、利用棱台概念,理解其各元素之间关系	407
十、利用圆柱概念,理解其各元素之间关系	414
十一、利用圆锥概念,理解其各元素之间关系	416
十二、利用圆台概念,理解其各元素之间关系	423
十三、利用球概念,理解其各元素之间关系	428
十四、利用旋转体的轴截面,理解其内接几何体问题	433
习题十四.....	436
第三章 解析几何的学习方法.....	441
一、利用确定直线的两个条件,理解直线方程	442
二、利用斜率的概念,理解斜率概念的多种应用	448
三、利用解析法,理解直线围成的三角形问题	455
四、利用定义以及集合概念,理解充要条件	459
五、利用确定圆方程的条件,理解圆及其性质	466
六、了解平面上圆与直线的位置关系,理解它们的解析 关系	468
七、利用充要条件,理解曲线与方程的关系	473
习题十五.....	479

八、利用椭圆曲线定义,理解椭圆方程	481
九、利用以 $ F_1F_2 $ 为底边,顶点在椭圆上的三角形,理解 椭圆的性质	486
十、利用双曲线定义,理解双曲线方程	488
十一、利用以 $ F_1F_2 $ 为底边、顶点在双曲线上的三角形, 理解双曲线的性质	495
十二、利用抛物线定义,理解抛物线方程	498
十三、利用圆锥曲线的定义,理解椭圆、双曲线、抛物线中 的最大、最小值问题	502
十四、利用直线的参数方程,理解其应用	505
十五、利用参数方程,理解椭圆、双曲线、抛物线及其应用	508
十六、利用平移、对称,理解曲线图象的变化	515
十七、利用韦达定理,理解二次曲线的弦长问题	520
十八、利用弦的斜率与中点,理解直线被二次曲线所截弦 问题	526
十九、利用弦的斜率与中点,理解曲线上是否存在关于某 一直线对称的点	529
二十、用方程的 $\Delta = 0$,理解直线与二次曲线相切	531
二十一、利用弦的斜率与中点,理解一些定值与定点问题	534
二十二、用曲线的定义,求轨迹方程	537
二十三、用平面几何中的图形特征,求轨迹方程	538
二十四、利用一元二次函数,理解一定点与已知轨迹上 点的距离的最大、最小值问题	539
二十五、用轨迹思想,理解极坐标系中的直线方程、圆方程	542
习题十六	547
参考答案	553

引言 数学学习的基本方法

数学学习方法指导,是一个很久远的话题,从有学校以来,教师们做的就是这一项工作;学生们做的是在寻找适应自己的学习方法。共同的是想探索一条学习行之有效的途径。

俗话说:“教无定法”、“学无定数”。那么到底有没有“法”和“数”呢?从编者多年从事教学实践中得出的结论是:有“基本学习方法”,没有“根本学习方法”,就是说:有入门的基本学习方法,但要深入地学习,并且能有所发现,有所创造,那要随教授者、学习者综合素质的变化而定了。

但不论道路有多么曲折,“路漫漫兮,其修远”,数学学习方法的探索与数学历史的发展一样在一步步前进。人们总是在摸索中慢慢了解事物的本质,人们的认识也在慢慢地贴近事物的本来面目。

一、教材说明了什么

教材,有学校以来就有之,到现今为止。中外教材无论它如何变化,就中学数学教材而言,基本上给学生的是一个知识的结构以及这个结构的形成。有定义的给予和概念的描述;有逻辑的合理推理;有定义,概念内涵、外延的拓宽;有解决新问题要求的提出,再下定义再推理、再拓宽。

这样,教材揭示了两点:一是数学知识的结构;二是数学发展的历史。

就学习方法而言,教材一般很少论述,甚至不论述。

二、教师教授知识的作用

只“照本宣科”显然不是现代教师教授知识的方法,但又必须有“照本宣科”的环节。就是说要把数学知识传授给学生,但更重要的是要教会学生如何学习,如何学好数学。这是教师工作的“创造性”。或者说教学过程是教师对教材进行再创造的过程。对自学者而言,也是学习过程中的再创造过程。在教授知识、学习知识的同时更重要的是学会学习。

三、基本学习方法是什么

基本学习方法:是对数学定义、概念的深刻理解、对数学图形的熟知;进而学会逻辑的推理、数学符号的运用;最终达到掌握知识目的的一种方法。

1. 深刻理解数学定义与概念

数学的每一个分支学科都是在公理与定义下建立的一个严密体系。所以数学的定义、概念一般都是无懈可击的。理解它,应该做到“咬文嚼字”,反复推敲;并且在比较中确立。这是学习的第一步。这一点教授者和学习者往往容易忽视。

2. 数学的逻辑推理与数学符号的运用

数学问题的解答,实际上就是用定义、概念理解问题,用数学的逻辑推理,并用约定的数学符号表达出来。给人一个显而易见的结论。

3. 数形结合

数学研究的对象是“数与形”,由笛卡儿引进了直角坐标系后,使数与形联系起来,反过来,也给学习者一个很重要的启示:用数形结合的方法来学习数学,是抽象与形象结合的学习方法。

4. 空间想象

就立体几何这门学科而言;画好图,读懂图是学习、学好立体

几何的主要途径。因为弄清空间的“点、线、面、体”之间的关系，即学习者在头脑中建立“图”与实物的对应，那么立体几何的学习就入门了，就有了初步的空间想象能力。在学习立体几何时，学生不妨可花较多的时间练习实物与“图”之间的画图与读图。

5. 讨论与分类

正因为数学是一门严密性很强的学科，因此它要求我们考虑问题必须十分全面，“点水不漏”。从小学学习算术到中学的代数、几何。从具体的自然数 $1, 2, 3, \dots$ 到字母 $x, y, z \dots$ 反过来，也告诉我们必须考虑字母的适用范围，及图形的位置关系。简言之，“讨论”与“分类”是真正进入中学数学学习的必要途径。

本书想告诉读者的就是这样一种基本的高中数学的学习方法，方法的掌握是“造桥”，掌握了方法就能成功地走到掌握知识的“彼岸”。