

网络、信号与系统

张永瑞 杨林耀 刘振起

西安电子科技大学出版社

(陕)新登字 010 号

内 容 简 介

本书内容包括线性网络、信号与系统分析两大部分,由双口网络、网络的频率特性(含串、并联谐振电路)、连续系统的时域分析、实频域分析、复频域分析、离散信号和系统分析等六章内容组成。

本书可作为通信工程、应用电子技术、电子工程、检测与仪器、计算机应用等专业的全日制、夜大、函大、自考的大专生教材,也可作为电子机械、应用物理等少学时专业的本科生教材;对一般电子类工程技术人员也有重要参考价值。

网络、信号与系统

张永瑞 杨林耀 刘振起

责任编辑 夏大平

西安电子科技大学出版社出版发行

地址:西安市太白路2号 邮编 710071

西安市雁塔区第二印刷厂印刷

各地新华书店经销

开本 787×1092 1/16 印张 18 8/16 字数 441 千字

1995年6月第1版 1995年6月第1次印刷 印数 0001—7 000

ISBN 7 - 5606 - 0382 - 3/TN · 0097(课) 定价:14.00 元

目 录

第一章 双口网络	1	练习题	61
§ 1.1 双口网络的方程与参数	1	§ 2.3 并联单调谐网络	62
一、Z 方程与 Z 参数	1	一、并联谐振	62
二、Y 方程与 Y 参数	3	二、频率特性	65
三、A 方程与 A 参数	4	三、通频带	68
四、H 方程与 H 参数	6	练习题	71
练习题	9	§ 2.4 双电感与双电容并联单调谐网络	72
§ 1.2 双口网络的联接	10	一、并联谐振	73
一、串联	10	二、接入系数与等效电路	76
二、并联	11	练习题	80
三、级联	11	小 结	81
四、双口网络联接有效性检验	12	习题二	84
练习题	16	自检题二	87
§ 1.3 双口网络的等效	17	第三章 连续系统的时域分析	89
一、双口网络的 Z 参数等效电路	17	§ 3.1 线性非时变连续系统的描述	
二、双口网络的 Y 参数等效电路	19	及其响应	89
练习题	20	一、系统模型	90
§ 1.4 双口网络的网络函数	21	二、微分方程解	92
一、双口网络的策动函数	22	练习题	98
二、传输函数	24	§ 3.2 阶跃函数和冲激函数	99
练习题	26	一、阶跃函数和冲激函数	99
§ 1.5 双口网络的实验参数与影象参数	27	二、单位冲激函数的性质	102
一、双口网络的实验参数	27	练习题	104
二、双口网络的影象参数	29	§ 3.3 冲激响应与阶跃响应	105
三、匹配级联网络	31	一、冲激响应	105
练习题	34	二、阶跃响应	107
小 结	35	练习题	111
习题一	36	§ 3.4 卷积积分及其应用	111
自检题一	40	一、卷积积分的基本运算过程	111
第二章 网络的频率特性	42	二、卷积积分运算规则	114
§ 2.1 一阶网络的频率特性	42	三、卷积积分应用于线性非时变	
一、一阶低通网络	42	系统分析	117
二、一阶高通网络	46	练习题	120
练习题	49	小 结	121
§ 2.2 串联单调谐网络	50	习题三	124
一、串联谐振	51	自检题三	128
二、频率特性	56	第四章 实频域分析	130
三、通频带	59	§ 4.1 周期信号的频域分析	130

一、傅里叶级数	130	练习题	201
二、傅里叶级数的指数形式和频谱	134	§ 5.5 系统函数 $H(s)$	201
三、周期信号的有效值和功率	138	一、系统的模拟	201
练习题	141	二、系统函数 $H(s)$	204
§ 4.2 非周期信号的频域分析	142	三、 $H(s)$ 的零、极点位置与时域特性 的关系	205
一、傅里叶变换	142	四、系统的因果性和稳定性	208
二、典型非周期信号的频谱	143	练习题	210
练习题	148	小 结	210
§ 4.3 傅里叶变换的性质	148	习题五	212
一、线性特性	148	自检题五	216
二、时移特性	148	第六章 离散信号和系统分析	218
三、频移特性	149	§ 6.1 离散时间信号	218
四、尺度变换特性	150	一、离散时间信号	218
五、对称性	152	二、基本离散信号	219
六、卷积定理	153	三、序列的运算	220
七、时域微分特性	154	练习题	228
八、时域积分特性	155	§ 6.2 离散系统时域分析	229
练习题	156	一、离散系统的描述	229
§ 4.4 任意信号激励下系统的响应	157	二、差分方程的解	232
一、周期信号激励下系统的响应	157	三、离散系统的单位响应	233
二、非周期信号激励下系统的响应	159	四、离散系统的零输入响应	237
练习题	162	五、离散系统的零状态响应	238
小 结	162	六、离散系统的时域分析	241
习题四	165	练习题	244
自检题四	169	§ 6.3 Z 变换	244
第五章 复频域分析	171	一、Z 变换	245
§ 5.1 由傅里叶变换到拉普拉斯变换	171	二、Z 变换的性质	246
§ 5.2 拉普拉斯变换的性质	174	三、逆 Z 变换	250
一、线性性质	174	练习题	253
二、延时特性	175	§ 6.4 离散系统的变换域分析	253
三、复频移特性	176	一、差分方程的变换域解法	254
四、尺度变换	177	二、系统函数	258
五、时域微分特性	177	三、离散系统的稳定性	262
六、时域积分特性	180	四、离散系统的频率响应特性	264
七、卷积定理	182	练习题	267
练习题	184	小 结	267
§ 5.3 拉普拉斯逆变换	185	习题六	268
练习题	189	自检题六	271
§ 5.4 电路的 S 域模型	189	参考文献	273
一、电路元件的 S 域模型	191	习题答案	274
二、基尔霍夫定律的 S 域形式	193		
三、利用拉氏变换分析电路的方法	195		

第一章 双口网络

随着集成电路技术的发展,越来越多的实用电路被集成在很小的芯片上,经封装以后使用在机器设备中。这犹如将整个网络装在“黑盒”内,只引出若干端子与其它网络或电源或负载相联接。对于这样的网络,人们往往只关注它的外部特性,而对其内部情况并不感兴趣。

一般来讲,若网络 N 有 n 个端子,如图 1.0-1(a)所示,则称为 n 端子网络;若网络的外部端子中,两两成对构成端口,如图 1.0-1(b)所示的网络有 n 个端口,则称为 n 端口网络。对于 n 端口网络,其构成端口的一对端钮中流过的电流是同一电流。也就是说,在任意时间 t 流入端口一端子的电流,等于流出该端口的另一端子的电流。如图 1.0-1(b)中, $i_1 = i_1'$, $\dots$, $i_n = i_n'$ 。在电子技术中,多端子网络与多端口网络都有应用,但单口网络和双口网络的应用更为普遍。单口网络比较简单,任何二端子元件就是最简单的单口网络。本章主要讨论线性双口网络的描述及其分析方法。在具体讨论双口网络方程、参数之前,对所涉及的双口网络有以下几点约定:(1) 双口网络的端口电压、电流参考方向关联,如图 1.0-2 所示。为了方便,采用正弦稳态频域相量模型。(2) 双口网络 N 中只包含线性非时变电路元件,如有动态元件,其初始状态为零,且在网络 N 中不含任何独立电源。(3) 双口网络的一个端口接输入信号(称输入端口),另一端口接负载(称输出端口),输入端口的各相量及参数用下脚标“1”表示,输出端口的各相量及参数用下脚标“2”表示。

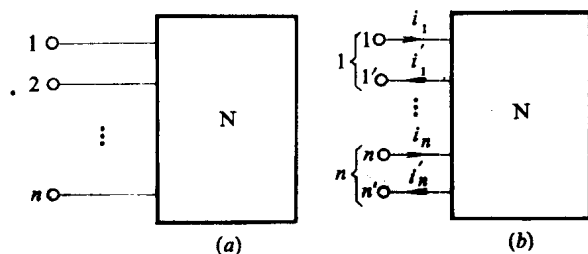
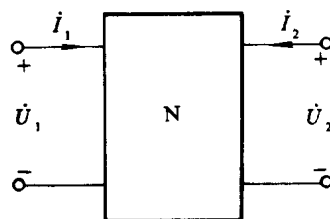
图 1.0-1 n 端子网络与 n 端口网络

图 1.0-2 端口电压、电流参考方向关联之双口网络

§ 1.1 双口网络的方程与参数

双口网络共有 4 个端口相量,即 I_1 、 U_1 、 I_2 、 U_2 。若其中任意两个作自变量,另外两个作因变量,可组成 6 种不同形式的方程,与此相应有 6 种不同的网络参数。下面讨论较常用的 Z 方程、 Z 参数, Y 方程、 Y 参数, A 方程、 A 参数和 H 方程、 H 参数。

一、 Z 方程与 Z 参数

如果以电流 I_1 、 I_2 作等效电流源对双口网络激励,其响应为 U_1 、 U_2 ,如图 1.1-1 所示,则根据叠加原理可得

$$\dot{U}_1 = Z_{11}i_1 + Z_{12}i_2 \quad (1.1-1a)$$

$$\dot{U}_2 = Z_{21}i_1 + Z_{22}i_2 \quad (1.1-1b)$$

式(1.1-1)中 i_1 、 i_2 前面的系数 Z_{ij} ($k, j=1, 2$) 称为双口网络的 Z 参数, 它们具有阻抗的量纲。该方程称为 Z 方程。 Z 参数可由 Z 方程式(1.1-1)分别令 $i_2=0$ 、 $i_1=0$ 求得, 即

$$Z_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{i_1} \right|_{i_2=0} \quad (1.1-2a)$$

$$Z_{21} = \left. \frac{\dot{U}_2}{i_1} \right|_{i_2=0} \quad (1.1-2b)$$

$$Z_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{i_2} \right|_{i_1=0} \quad (1.1-2c)$$

$$Z_{22} = \left. \frac{\dot{U}_2}{i_2} \right|_{i_1=0} \quad (1.1-2d)$$

式(1.1-2)表明了各参数的物理意义及其求取方法。 Z_{11} 表示输出端口开路时输入端口的电压相量与电流相量的比, 即输出端口开路时的输入阻抗。 Z_{21} 表示输出端口开路时的传输阻抗。 Z_{12} 表示输入端口开路时的传输阻抗。 Z_{22} 表示输入端口开路时的输出阻抗。4 个 Z 参数都是在某端口开路情况下定义的, 所以 Z 参数又叫开路阻抗参数。这组参数便于用实验方法测得; 如果知道网络的内部结构, 根据式(1.1-2)进行计算也是容易的。

无源、线性非时变网络满足互易特性, 即满足

$$\left. \frac{\dot{U}_1}{i_2} \right|_{i_1=0} = \left. \frac{\dot{U}_2}{i_1} \right|_{i_2=0} \quad (1.1-3)$$

所以, 比较式(1.1-3)与式(1.1-2b)、(1.1-2c), 可知

$$Z_{12} = Z_{21} \quad (1.1-4)$$

这就是说, 对于互易双口网络(又称可逆双口网络), 4 个 Z 参数中只有 3 个参数是相互独立的。

如果将双口网络的输入端口与输出端口对调后, 其各端口电流、电压均不改变, 则称其为对称双口网络, 这种网络从联接结构看也是对称的。若双口网络是互易的, 且又是对称的, 则有

$$\left. \begin{aligned} Z_{12} &= Z_{21} \\ Z_{11} &= Z_{22} \end{aligned} \right\} \quad (1.1-5)$$

根据互易、对称双口网络的含义, 联系 Z 方程式(1.1-1), 理解式(1.1-5)是容易的。在这种情况下, 4 个 Z 参数中只有两个是相互独立的。

将 Z 方程写为矩阵形式, 即

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

上式可简记为

$$\dot{U} = Z\dot{I} \quad (1.1-6)$$

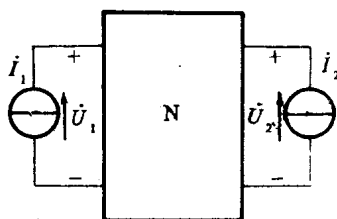


图 1.1-1 推导双口网络
 Z 方程用图

式中, $\dot{U}$ 、 $\dot{I}$ 都是列向量, Z 称为 Z 参数矩阵, 即

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \quad (1.1-7)$$

例 1.1-1 求常用 T 形双口网络(图 1.1-2)的 Z 参数矩阵。

解 由图, 根据求 Z 参数公式(1.1-2)可求得

$$Z_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0} = Z_1 + Z_2$$

$$Z_{21} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0} = Z_2$$

$$Z_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1=0} = Z_2$$

$$Z_{22} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1=0} = Z_2 + Z_3$$

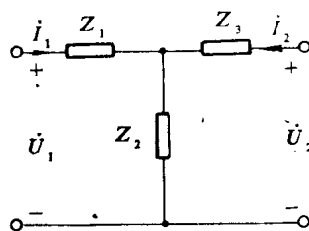


图 1.1-2 T 形双口网络

所以, 该双口网络的 Z 参数矩阵为

$$Z = \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & Z_2 + Z_3 \end{bmatrix}$$

二、Y 方程与 Y 参数

在图 1.1-3 的双口网络中, 若 $\dot{U}_1$ 、 $\dot{U}_2$ 作为等效电压源激励($\dot{U}_1$ 、 $\dot{U}_2$ 看作自变量), $\dot{I}_1$ 、 $\dot{I}_2$ 作为响应相量(看作因变量), 它们的参考方向如图上所标示, 由叠加原理, 可得方程

$$\dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \quad (1.1-8a)$$

$$\dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 \quad (1.1-8b)$$

式(1.1-8)中, $\dot{U}_1$ 、 $\dot{U}_2$ 前面的系数 Y_{kj} ($k, j=1, 2$) 称为双口网络的 Y 参数, 具有导纳量纲。该组方程称为 Y 方程。Y 参数可分别令 $\dot{U}_1=0$ (输入端口短路)、 $\dot{U}_2=0$ (输出端口短路)代入 Y 方程式(1.1-8)求得, 即

$$Y_{11} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} \quad (1.1-9a)$$

$$Y_{21} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} \quad (1.1-9b)$$

$$Y_{12} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{U}_1=0} \quad (1.1-9c)$$

$$Y_{22} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{U}_1=0} \quad (1.1-9d)$$

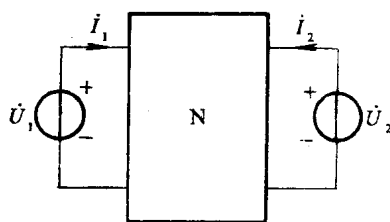


图 1.1-3 推导双口网络
Y 方程用图

式(1.1-9)表明了各 Y 参数的物理意义及计算方法。 Y_{11} 表示输出端口短路时的输入导纳。 Y_{21} 表示输出端口短路时的传输导纳, Y_{12} 表示输入端口短路时的传输导纳。 Y_{22} 表示输入端

口短路时的输出导纳。4个Y参数都是在某个端口短路时定义的,所以Y参数又称为短路导纳参数。若网络是互易的,则根据互易特性也应满足

$$\left. \frac{i_2}{U_1} \right|_{v_2=0} = \left. \frac{i_1}{U_2} \right|_{v_1=0} \quad (1.1-10)$$

对照式(1.1-10)与式(1.1-9b)、(1.1-9c)可知

$$Y_{12} = Y_{21} \quad (1.1-11)$$

这说明,在互易双口网络的Y参数中,也只有3个参数是相互独立的。同样,由互易、对称双口网络的含义,对照Y方程式(1.1-8),不难得到

$$\left. \begin{aligned} Y_{12} &= Y_{21} \\ Y_{11} &= Y_{22} \end{aligned} \right\} \quad (1.1-12)$$

所以互易、对称双口网络也仅有两个Y参数相互独立。

将Y方程写成矩阵形式,即

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

上式简记为

$$\mathbf{i} = \mathbf{Y} \mathbf{U} \quad (1.1-13)$$

式中, $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{U}$ 分别为端口电流、电压构成的列向量, $\mathbf{Y}$ 称为Y参数矩阵,即

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \quad (1.1-14)$$

例 1.1-2 图 1.1-4 为常用的 Π 形双口网络,求它的Y参数矩阵。

解 由图及求Y参数公式(1.1-9)可求得

$$Y_{11} = \left. \frac{i_1}{U_1} \right|_{v_2=0} = \frac{1}{Z_a} + \frac{1}{Z_b} = \frac{Z_a + Z_b}{Z_a Z_b}$$

$$Y_{21} = \left. \frac{i_2}{U_1} \right|_{v_2=0} = -\frac{1}{Z_b}$$

此双口网络是无源双口网络,所以遵从互易性,有 $Y_{12} = Y_{21}$,已知 Y_{21} 就不必再求 Y_{12} 了。

$$Y_{22} = \left. \frac{i_2}{U_2} \right|_{v_1=0} = \frac{1}{Z_b} + \frac{1}{Z_c} = \frac{Z_b + Z_c}{Z_b Z_c}$$

故得Y参数矩阵为

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \frac{Z_a + Z_b}{Z_a Z_b} & -\frac{1}{Z_b} \\ -\frac{1}{Z_b} & \frac{Z_b + Z_c}{Z_b Z_c} \end{bmatrix}$$

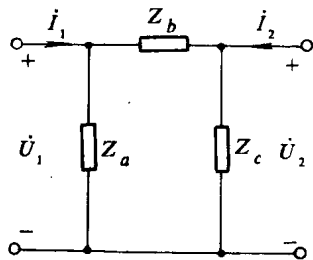


图 1.1-4 Π 形双口网络

三、A 方程与 A 参数

在信号传输中,双口网络方程常是将输入端口电压 U_1 、电流 i_1 与输出端口电压 U_2 和电流 i_2 联系起来的。按照一般习惯,接于输出端口的负载电流应由网络流出,但为了不改变前面的约定,仍设电流 i_2 流入网络,如图 1.1-5 所示。这样,A 方程可写为

$$\dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}(-\dot{I}_2) \quad (1.1-15a)$$

$$\dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}(-\dot{I}_2) \quad (1.1-15b)$$

式(1.1-15)中, $\dot{U}_2$ 、 $\dot{I}_2$ 前面的系数 $A_{ij}(i, j=1, 2)$ 称为双口网络的 A 参数, 在 4 个 A 参数中, 有的有量纲, 有的无量纲, 它们各自的物理含义可根据下列参数定义式理解, 即

$$A_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right|_{(-\dot{I}_2)=0} \quad (1.1-16a)$$

$$A_{21} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{(-\dot{I}_2)=0} \quad (1.1-16b)$$

$$A_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{(-\dot{I}_2)} \right|_{v_2=0} \quad (1.1-16c)$$

$$A_{22} = \left. \frac{\dot{I}_1}{(-\dot{I}_2)} \right|_{v_2=0} \quad (1.1-16d)$$

A_{11} 是输出端口开路时的传输电压比, 无量纲。 A_{21} 是输出端口开路时的传输导纳, 其单位为 S(西门子)。 A_{12} 是输出端口短路时的传输阻抗, 其单位为 Ω (欧姆)。 A_{22} 是输出端口短路时的传输电流比, 无量纲。

将 A 方程写成矩阵形式, 有

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ (-\dot{I}_2) \end{bmatrix} \quad (1.1-17)$$

由此可得 A 参数矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

对于互易双口网络, 可以证明 $|A|=1$, 即

$$A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1 \quad (1.1-18)$$

若网络是互易的, 且又是对称的, 则有

$$\left. \begin{aligned} A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} &= 1 \\ A_{11} &= A_{22} \end{aligned} \right\} \quad (1.1-19)$$

由式(1.1-18)、(1.1-19)可知, 在互易网络中有 3 个 A 参数是相互独立的。在互易、对称网络中, 有两个 A 参数相互独立。

例 1.1-3 求图 1.1-6 所示 X 形双口网络的 A 参数矩阵。

解 由式(1.1-16)可求得

$$\begin{aligned} A_{11} &= \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right|_{(-\dot{I}_2)=0} = \frac{\dot{U}_1}{\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}\dot{U}_1 - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}\dot{U}_1} \\ &= \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2 - Z_1} \end{aligned}$$

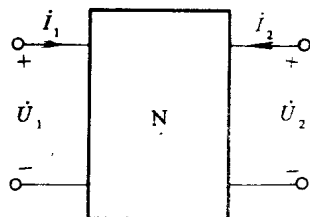


图 1.1-5 推导双口网络 A 方程用图

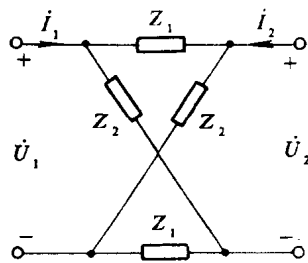


图 1.1-6 X 形双口网络

$$A_{21} = \left. \frac{I_1}{U_2} \right|_{(-I_2)=0} = \frac{I_1}{\frac{I_1}{2}Z_2 - \frac{I_1}{2}Z_1} = \frac{2}{Z_2 - Z_1}$$

$$A_{12} = \left. \frac{U_1}{(-I_2)} \right|_{v_2=0} = \frac{\frac{2Z_1Z_2}{Z_1+Z_2} I_1}{\frac{Z_2}{Z_1+Z_2} I_1 - \frac{Z_1}{Z_1+Z_2} I_1} = \frac{2Z_1Z_2}{Z_2 - Z_1}$$

$$A_{22} = \left. \frac{I_1}{(-I_2)} \right|_{v_2=0} = \frac{I_1}{\frac{Z_2}{Z_1+Z_2} I_1 - \frac{Z_1}{Z_1+Z_2} I_1} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2 - Z_1}$$

故得 X 形双口网络的 A 参数矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2 - Z_1} & \frac{2Z_1Z_2}{Z_2 - Z_1} \\ \frac{2}{Z_2 - Z_1} & \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2 - Z_1} \end{bmatrix}$$

本题的 X 形双口网络也是互易、对称网络，因而 $A_{11} = A_{22}$ ，故在求出 A_{11} 之后就不必再由定义式求 A_{22} 了。求得 A_{11} 、 A_{22} 、 A_{21} (或 A_{12}) 之后，还可应用 $|A| = 1$ 的关系式，求出 A_{12} (或 A_{21})。

四、H 方程与 H 参数

在分析晶体管电路时，常以 I_1 、 U_2 为自变量，而以 U_1 、 I_2 为因变量。这时双口网络的 H 方程可写为

$$U_1 = H_{11}I_1 + H_{12}U_2 \quad (1.1-20a)$$

$$I_2 = H_{21}I_1 + H_{22}U_2 \quad (1.1-20b)$$

式中， $H_{ij}(i, j=1, 2)$ 称为双口网络的 H 参数 (又叫混合参数)。令 $U_2=0$ (输出端口短路)、 $I_1=0$ (输入端口开路) 代入式 (1.1-20) 便可求得各 H 参数，即

$$H_{11} = \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{v_2=0} \quad (1.1-21a)$$

$$H_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{v_2=0} \quad (1.1-21b)$$

$$H_{12} = \left. \frac{U_1}{U_2} \right|_{I_1=0} \quad (1.1-21c)$$

$$H_{22} = \left. \frac{I_2}{U_2} \right|_{I_1=0} \quad (1.1-21d)$$

由式 (1.1-21) 可看清各 H 参数的物理意义。 H_{11} 是输出端口短路时的输入阻抗，单位为 Ω 。 H_{21} 是输出端口短路时的传输电流比，无量纲。 H_{12} 是输入端口开路时的传输电压比，无量纲。 H_{22} 是输入端口开路时的输出导纳，单位为 S。

H 方程也可写成矩阵形式，即

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (1.1-22)$$

由此可得 H 参数矩阵为

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}$$

若网络是互易的, 可以证明

$$H_{12} = -H_{21} \quad (1.1-23)$$

这说明 H 参数中只有 3 个参数是相互独立的。若网络是互易的且又是对称的, 则有

$$\left. \begin{aligned} H_{12} &= -H_{21} \\ |H| &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (1.1-24)$$

式(1.1-24)说明只有两个 H 参数是相互独立的。

例 1.1-4 图 1.1-7 是一晶体管放大器的等效电路, 试求它的各 H 参数。

解 将图 1.1-7 输出端口短路, 如图 1.1-8 所示。由图 1.1-8 求得

$$H_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{v_2=0} = R_1$$

$$H_{21} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \right|_{v_2=0} = \beta$$

将图 1.1-7 输入端口开路, 如图 1.1-9 所示。由图 1.1-9 可求得

$$H_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right|_{i_1=0} = 0$$

$$H_{22} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \right|_{i_1=0} = \frac{1}{R_c}$$

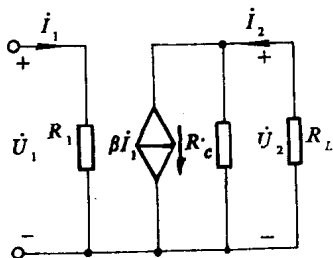


图 1.1-7 晶体管放大器的等效电路

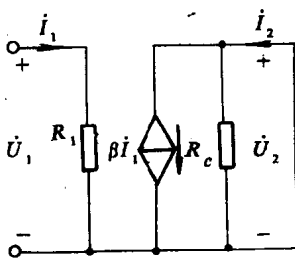


图 1.1-8

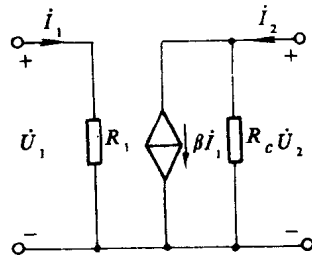


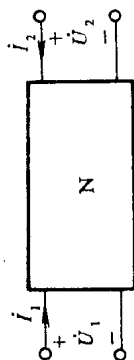
图 1.1-9

故得 H 参数矩阵

$$H = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ \beta & \frac{1}{R_c} \end{bmatrix}$$

以上介绍了双口网络常用的 4 种方程与参数, 它们都可以用来描述同一个双口网络的特性。不同类型的参数只是由于对输入、输出端口 4 个相量选用不同的自变量、因变量造成的。但无论哪一组参数, 它们都是仅决定于网络本身内部结构、元件参数及信号源频率的量, 它们与信号源的幅度大小、负载情况无关。既然各组网络参数都可以客观地描述同一个双口网络的特性, 那么对同一个双口网络来说, 只要它的各组参数有定义, 它们之间一定可以相互转换。推导参数间相互转换关系的基本思路是: 由已知参数方程, 解出用已知参数表示的所要转换的参数方程, 对照、比较相应的系数, 即可得参数间相互转换关系。

表 1-1 双口网络四种方程和参数关系



方 程	可 逆	可 逆 对 称	用 Z 表示	用 Y 表示	用 A 表示	用 H 表示
$\dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2$ $\dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2$	$Z_{12} = Z_{21}$	$Z_{12} = Z_{21}$ $Z_{11} = Z_{22}$	Z_{11} Z_{12} Z_{21} Z_{22}	$Y_{22}/ Y $ $-Y_{12}/ Y $ $-Y_{21}/ Y $ $Y_{11}/ Y $	A_{11}/A_{21} $ A /A_{21}$ $1/A_{21}$ A_{22}/A_{21}	$ H /H_{22}$ H_{12}/H_{22} $-H_{21}/H_{22}$ $1/H_{22}$
$\dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2$ $\dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2$	$Y_{12} = Y_{21}$	$Y_{12} = Y_{21}$ $Y_{11} = Y_{22}$	$Z_{22}/ Z $ $-Z_{12}/ Z $ $-Z_{21}/ Z $ $Z_{11}/ Z $	Y_{11} Y_{12} Y_{21} Y_{22}	A_{22}/A_{12} $- A /A_{12}$ $-1/A_{12}$ A_{11}/A_{12}	$1/H_{11}$ $-H_{12}/H_{11}$ H_{21}/H_{11} $ H /H_{11}$
$\dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}(-\dot{I}_2)$ $\dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}(-\dot{I}_2)$	$ A = 1$	$ A = 1$ $A_{11} = A_{22}$	Z_{11}/Z_{21} $ Z /Z_{21}$ $1/Z_{21}$ Z_{22}/Z_{21}	$-Y_{22}/Y_{21}$ $1/Y_{12}$ $- Y /Y_{21}$ $-Y_{11}/Y_{21}$	A_{11} A_{12} A_{21} A_{22}	$- H /H_{21}$ $-H_{11}/H_{21}$ $-H_{22}/H_{21}$ $-1/H_{21}$
$\dot{U}_1 = H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{I}_2$ $\dot{I}_2 = H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{I}_2$	$H_{12} = -H_{21}$	$H_{12} = -H_{21}$ $ H = 1$	$ Z /Z_{22}$ Z_{12}/Z_{22} $-Z_{21}/Z_{22}$ $1/Z_{22}$	$1/Y_{11}$ $-Y_{12}/Y_{11}$ Y_{21}/Y_{11} $ Y /Y_{11}$	A_{12}/A_{22} $ A /A_{22}$ $-1/A_{22}$ A_{21}/A_{22}	H_{11} H_{12} H_{21} H_{22}

说明：(1) 表中 $|Z| = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}$, $|Y| = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}$, $|A| = A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}$, $|H| = H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21}$ 。(2) 本表所列参数均约定电流 I_2 的参考方向为流入网络，有的教材中规定以流出网络的 I_2 为参考方向，这时表中与 I_2 有关的参数均相差一负号。

例如, 由 A 参数转换为 Z 参数的关系式可作如下推导: 由式(1.1-15b)得

$$\dot{U}_2 = \frac{1}{A_{21}} \dot{I}_1 + \frac{A_{22}}{A_{21}} \dot{I}_2 \quad (1.1-25)$$

将式(1.1-25)代入式(1.1-15a), 即得

$$\dot{U}_1 = \frac{A_{11}}{A_{21}} \dot{I}_1 + \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}}{A_{21}} \dot{I}_2 \quad (1.1-26)$$

式(1.1-25)与式(1.1-26)就是用 A 参数表示的 Z 方程, 将这两式与式(1.1-a)、(1.1-b)对照比较, 即得

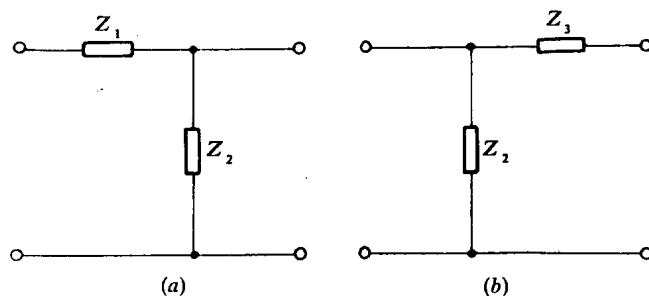
$$\left. \begin{aligned} Z_{11} &= \frac{A_{11}}{A_{21}}, & Z_{12} &= \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}}{A_{21}} \\ Z_{21} &= \frac{1}{A_{21}}, & Z_{22} &= \frac{A_{22}}{A_{21}} \end{aligned} \right\} \quad (1.1-27)$$

由式(1.1-27)并分别考虑互易网络、互易且对称网络 Z 参数特点, 即可得出式(1.1-18)与式(1.1-19)所表述的这两种网络 A 参数的特点。

表 1-1 给出了 4 种常用参数的相互转换关系, 可供读者使用时查阅。

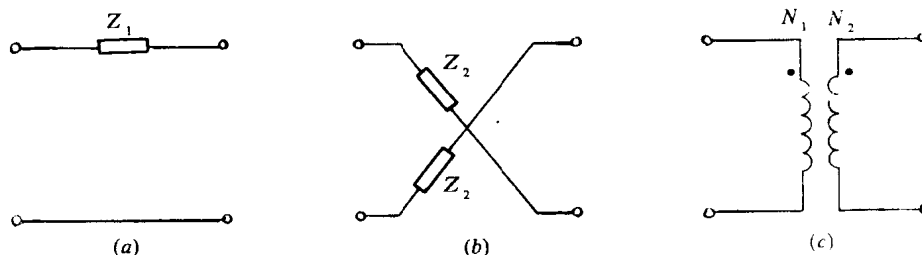
练习题

1.1-1 求图示双口网络的 Z 参数、Y 参数和 A 参数。



练习题 1.1-1 图

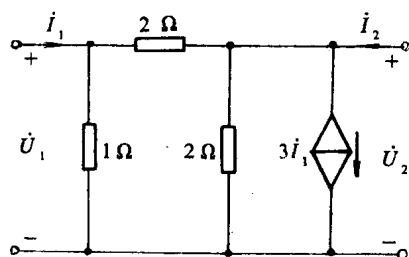
1.1-2 求图示双口网络的 A 参数。



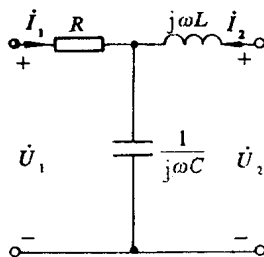
练习题 1.1-2 图

1.1-3 求图示双口网络的 Y 参数矩阵与 Z 参数矩阵。

1.1-4 求图示双口网络的 H 参数。



练习题 1.1-3 图



练习题 1.1-4 图

§ 1.2 双口网络的联接

双口网络的联接比单口网络(即二端钮网络)的联接复杂,它不但有串联、并联,而且还有串并联、并串联、级联等多种形式。这一节仅介绍常用的双口网络联接形式,即串联、并联与级联。在讨论这三种双口网络联接形式之前,应先明确双口网络联接的有效性概念。若双口网络在作各种联接以后,仍能保持流入一个端子的电流等于同一端口上另一个端子上流出的电流,则称为有效性联接。研究双口网络的有效性联接是有意义的,下面对双口网络的串联、并联、级联的讨论是在认定有效性联接条件下进行的。至于双口网络联接有效性的检验将在本节最后作介绍。

一、串联

两双口网络的输入端口和输出端口分别作串联联接,称两双口网络串联。相串联的两双口网络通常称为子双口网络,串联后构成的大双口网络称为复合双口网络,如图 1.2-1 所示。

对于双口网络的串联,采用 Z 参数分析比较方便。图 1.2-1 中, Z_a 、 Z_b 分别表示相串联的两个子双口网络的 Z 参数矩阵,虚线框内为两子双口网络串联后构成的复合双口网络。各端口的电压、电流相量如图中所标示。

由图 1.2-1 可见

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{1a} \\ I_{2a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{1b} \\ I_{2b} \end{bmatrix}$$

即

$$I = I_a = I_b \quad (1.2-1)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_{1a} \\ \dot{U}_{2a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{U}_{1b} \\ \dot{U}_{2b} \end{bmatrix}$$

即

$$\dot{U} = \dot{U}_a + \dot{U}_b \quad (1.2-2)$$

由双口网络 Z 方程,可知

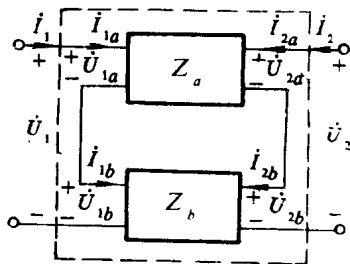


图 1.2-1 双口网络的串联

$$\dot{U}_a = Z_a \dot{I}_a \quad (1.2-3a)$$

$$\dot{U}_b = Z_b \dot{I}_b \quad (1.2-3b)$$

将式(1.2-3a)与式(1.2-3b)代入式(1.2-2),并考虑式(1.2-1),得

$$\dot{U} = (Z_a + Z_b) \dot{I} \quad (1.2-4)$$

设此复合双口网络可以用一个等效双口网络代替,并设其阻抗参数矩阵为 Z ,则应有

$$\dot{U} = Z \dot{I} \quad (1.2-5)$$

比较式(1.2-4)与式(1.2-5)得

$$Z = Z_a + Z_b \quad (1.2-6)$$

由式(1.2-6)可见,由两个双口网络串联而成的复合双口网络的阻抗参数等于相串联的两子双口网络的阻抗参数之和。

二、并联

若两双口网络的输入端口、输出端口分别并联,则称两双口网络并联,如图 1.2-2 所示。图中 Y_a 、 Y_b 分别为相并联的两子双口网络的导纳参数矩阵,虚线框内为两子双口网络并联后构成的复合双口网络。各端口的电压、电流相量标示于图上。

对于双口网络的并联,采用导纳参数分析比较方便。由图 1.2-2 可看出:

$$\dot{U} = \dot{U}_a = \dot{U}_b \quad (1.2-7)$$

$$\dot{I} = \dot{I}_a + \dot{I}_b \quad (1.2-8)$$

由双口网络的 Y 参数方程可知

$$\dot{I}_a = Y_a \dot{U}_a \quad (1.2-9a)$$

$$\dot{I}_b = Y_b \dot{U}_b \quad (1.2-9b)$$

将式(1.2-9a)与式(1.2-9b)代入式(1.2-8),并考虑式(1.2-7),得

$$\dot{I} = (Y_a + Y_b) \dot{U} \quad (1.2-10)$$

设此复合双口网络可以用一个等效双口网络代替,并设其导纳参数矩阵为 Y ,则应有

$$Y = Y_a + Y_b \quad (1.2-11)$$

式(1.2-11)告诉我们,由两个双口网络并联而成的复合双口网络的导纳参数等于相并联的两双口网络的导纳参数之和。

三、级联

图 1.2-3 为两双口网络的级联形式。级联时,第一个双口网络的输出端口是与第二个双口网络的输入端口相联的。图中, A_a 、 A_b 分别为相级联的两子双口网络的 A 参数矩阵,虚线框内为两双口网络级联后构成的复合双口网络。各端口的电压、电流相量标示于图上。

对于双口网络的级联,采用 A 参数分析比较方便。由图 1.2-3,显然有:

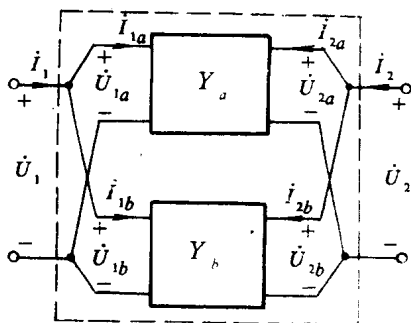


图 1.2-2 双口网络的并联

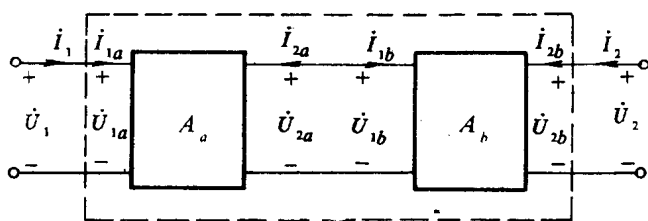


图 1.2-3 双口网络的级联

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_{1a} \\ \dot{I}_{1a} \end{bmatrix} \quad (1.2-12)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{2b} \\ -\dot{I}_{2b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad (1.2-13)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{2a} \\ -\dot{I}_{2a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_{1b} \\ \dot{I}_{1b} \end{bmatrix} \quad (1.2-14)$$

再由双口网络 A 方程可知:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{1b} \\ \dot{I}_{1b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11b} & A_{12b} \\ A_{21b} & A_{22b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{2b} \\ -\dot{I}_{2b} \end{bmatrix} \quad (1.2-15)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{1a} \\ \dot{I}_{1a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11a} & A_{12a} \\ A_{21a} & A_{22a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{2a} \\ -\dot{I}_{2a} \end{bmatrix} \quad (1.2-16)$$

将式(1.2-14)、(1.2-15)代入式(1.2-16), 得

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{1a} \\ \dot{I}_{1a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11a} & A_{12a} \\ A_{21a} & A_{22a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11b} & A_{12b} \\ A_{21b} & A_{22b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{2a} \\ -\dot{I}_{2a} \end{bmatrix} \quad (1.2-17)$$

考虑式(1.2-12)、(1.2-13), 得

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11a} & A_{12a} \\ A_{21a} & A_{22a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11b} & A_{12b} \\ A_{21b} & A_{22b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad (1.2-18)$$

在上述式(1.2-15)~(1.2-18)中,

$$\begin{bmatrix} A_{11a} & A_{12a} \\ A_{21a} & A_{22a} \end{bmatrix} = A_a, \quad \begin{bmatrix} A_{11b} & A_{12b} \\ A_{21b} & A_{22b} \end{bmatrix} = A_b$$

观察式(1.2-18), 并联系 A_a 、 A_b 参数矩阵可见: 两双口网络级联构成的复合双口网络的 A 参数矩阵等于相级联两双口网络 A 参数矩阵之乘积, 即

$$A = A_a A_b \quad (1.2-19)$$

以上讨论了在满足联接有效性条件下, 双口网络的串联、并联和级联三种形式的联接, 分别得到了复合双口网络与子双口网络 Z 参数、Y 参数、A 参数之间的重要关系。今后如遇到复杂双口网络问题分析时, 就可先将复杂双口网络分解为若干个简单双口网络的串联或者并联或者级联, 在判定联接为有效性联接后, 就可分别应用式(1.2-6)、(1.2-11)、(1.2-19)求复杂双口网络的 Z、Y、A 参数。这里应提醒读者注意, 对于不满足联接有效性条件的双口网络串联与并联, 式(1.2-6)与式(1.2-11)就不再成立。

四、双口网络联接有效性检验

由双口网络级联的联接形式(见图 1.2-3), 应用电路理论中的基尔霍夫电流定律, 可

以判定：对于级联联接的双口网络，有效性条件总是满足的。今后遇此情况毋需再作联接有效性检验。

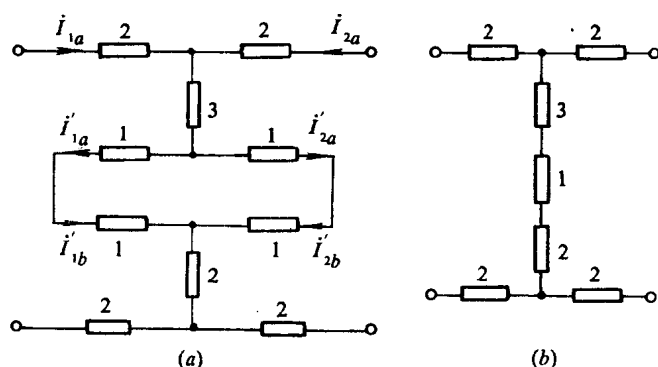


图 1.2-4 不满足联接有效性条件的串联双口网络

对于双口网络串联、并联情况就需要作检验才能判定联接是否满足有效性。为了说明双口网络作串联或者并联并不一定满足联接有效性条件，这里举一个不满足联接有效性条件的例子。图 1.2-4(a)是两个子双口网络串联的情形，图中电阻单位为 Ω 。根据电阻串、并联关系，可将图 1.2-4(a)等效为图(b)的电路。在图(a)中，两个子双口网络的 Z 矩阵分别为

$$Z_a = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \Omega, \quad Z_b = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \Omega$$

而由图(a)的等效电路图(b)求得的 Z 矩阵为

$$Z = \begin{bmatrix} 10 & 6 \\ 6 & 10 \end{bmatrix} \Omega$$

显然，这里

$$Z \neq Z_a + Z_b$$

所以说，图 1.2-4(a)是双口网络的串联联接，但它不满足联接有效性条件。这从图 1.2-4(a)网络很容易看出，若 $I_{1a}=1\text{ A}$ ， $I_{2a}=2\text{ A}$ ，根据网络的对称性可知，这时从输入端口流出的电流 $I'_{1a}=1.5\text{ A}$ ，它不等于 I_{1a} ，从输出端口流出的电流 $I'_{2a}=1.5\text{ A}$ ，也不等于 I_{2a} 。

为了使双口网络串联或并联构成的复合双口网络参数间具有式(1.2-6)或式(1.2-11)那样的关系，所以在联接前应进行有效性检验。

图 1.2-5 是双口网络串联时有效性检验的原理图，图中 I_s 是电流源。由图 1.2-5(a)，若端钮 2a 与 2b 间的电压 $U=0$ (可以测量，如果知道网络结构与元件参数也可以计算)，那么当将 2a 与 2b 短接后，由代文宁定理可知 2a、2b 短路线上无电流，所以两输入端口作串联能保证有效性条件。同理，可采用图 1.2-5(b)对输出端口作检验。

图 1.2-6 是双口网络并联时进行有效性检验的原理图。由图 1.2-6(a)，若 2a、2b 端电压为 0，那么将 2a、2b 短接后，其上也无电流，这样在输入端口作并联后能保证有效性条件。同理，可采用图 1.2-6(b)对输出端口作检验。

最后，再明确这样一点，若双口网络输入端口与输出端口具有共端(三端网络)，在作串联或并联联接时有效性也总是满足的，不必再作有效性检验。(读者可由串联或并联有效