

锁相环原理 及计算机辅助分析

田孝文 编

成都电讯工程学院出版社

· 1988 ·

内 容 提 要

锁相环主要应用于通信、雷达、导航、遥测遥控、电子仪器等技术领域。

本书主要特点是：对锁相环路的稳定势；频域、时域的线性和非线性、相图的绘制和数字锁相环的分析等问题增加了计算机辅助分析，并给出了一、二阶环、高阶环和噪声环路相位误差等的计算程序约28个；将准线性分析范围扩大到跟踪极限，使具有很大的工程价值；非线性分析给出了任意鉴相特性的 $1-n$ 阶环的捕捉性能和对加速度信号的捕捉，以及各种环路捕捉性能的比较。

本书原理与应用并重、对频率合成器、锁相接收机等都作了详细的介绍，可供通信工程、无线电技术、电子仪器等有关专业的本科生、研究生和教师以及从事类似技术领域工作的工程技术人员参考。

锁 相 环

原理及计算机辅助分析

田孝文 编

成都电讯工程学院出版社出版
四川省石油管理局青年印刷厂印刷
四川省新华书店发行

开本 787×1092 1/32 印张 20.25 字数 433千字
版次 1986年5月第一版 印次 1988年12月第二次印刷
印数 4501—5500册

中国标准书号 ISBN 7—81016—064—8/TN·19
(15452·4) 定价：5.60元

目 录

第一部分 概 论

第一章 工作原理	(1)
1.1 锁相的性质.....	(1)
1.2 环路的基本工作原理.....	(2)
1.3 锁相环的应用.....	(10)
第二章 环路的基本部件	(12)
2.1 鉴相器.....	(12)
2.2 压控振荡器 (V C O).....	(45)
2.3 环路滤波器.....	(62)
2.4 锁相环的集成电路.....	(69)

第二部分 线性分析

第三章 锁相环的线性化	(71)
3.1 线性化的概念.....	(72)
3.2 传递函数.....	(74)
3.3 环路的稳定性.....	(78)
3.4 用计算机分析稳定性.....	(106)
第四章 线性跟踪的时域分析	(143)

4.1	瞬态响应	(143)
4.2	稳态误差	(150)
4.3	用计算机进行时域分析	(152)
第五章	正弦调制信号的原理	(177)
5.1	正弦相位调制	(177)
5.2	正弦频率调制	(190)
5.3	正弦角调制信号响应的计算机分析	(196)
第六章	噪声性能的线性分析	(208)
6.1	噪声的基本知识	(208)
6.2	存在加性噪声的锁相环	(222)
6.3	存在加性噪声时环路的线性分析	(226)
第七章	环路性能的最佳化	(236)
7.1	维纳线性滤波器	(236)
7.2	锁相环的最佳化	(238)
第八章	参数的自适应	(252)
8.1	自动增益控制 (A G C)	(253)
8.2	限幅器	(262)
第九章	准线性分析	(272)
9.1	环路的准线性模型	(272)
9.2	稳态跟踪误差和同步带	(276)
9.3	准同步和准同步时间	(282)
9.4	角调制信号跟踪的准线性分析	(294)
9.5	噪声性能的准线性分析	(303)

第三部分 非线性分析

第十章	环路的捕捉性能	(313)
------------	----------------	---------

10.1	相平面图的基本概念	(314)
10.2	一阶环的信号捕捉	(325)
10.3	二阶环的信号捕捉	(332)
10.4	频率阶跃信号捕捉的近似分析	(349)
10.5	加速度信号捕捉的近似分析	(362)
10.6	捕捉性能的比较	(369)
10.7	锁相环非线性分析的计算机方法	(376)
第十一章	辅助捕捉方法	(418)
11.1	扫描法	(418)
11.2	鉴频鉴相法	(427)
11.3	变带宽法	(434)
11.4	记忆和锁定指示	(437)
第十二章	非线性跟踪	(440)
12.1	稳态极限	(440)
12.2	瞬时极限	(440)
12.3	调制极限	(444)
第十三章	噪声性能的非线性分析	(458)
13.1	噪声性能的观察	(458)
13.2	非线性分析	(461)
13.3	其他	(465)

第四部分 取样锁相环和数字锁相环

第十四章	取样锁相环	(467)
14.1	取样保持鉴相器	(468)
14.2	取样环路的性能分析	(477)

第十五章	数字锁相环	(487)
15.1	数字环的分类和部件.....	(488)
15.2	数字环的线性分析.....	(501)
15.3	过零取样数字环(ZC—DP L L).....	(517)
15.4	计算机分析数字环的时间响应.....	(535)

第五部分 锁相环的应用

第十六章	锁相接收机和应答器	(545)
16.1	锁相接收机.....	(545)
16.2	相关应答器和测速.....	(553)
第十七章	锁相调制和解调	(556)
17.1	锁相调制器.....	(556)
17.2	锁相解调器.....	(558)
第十八章	锁相振荡器和频率合成器	(584)
18.1	锁相稳频.....	(584)
18.2	锁相倍频和分频器.....	(588)
18.3	频率偏移环路.....	(588)
18.4	频率合成器.....	(592)
第十九章	载波同步和位同步	(598)
19.1	载波同步.....	(599)
19.2	位同步.....	(604)
参考文献	(614)
附录	国产集成锁相环路性能	(622)

第一部分 概述

这部分就锁相环作为负反馈系统作个概括的介绍，并在第二章中介绍了环路的基本部件，使读者对环路有粗略的了解，建立一些感性认识，为以后各部分的分析作准备。

第一章 工作原理

1.1 锁相的性质

锁相就是自动相位控制（APC）。完成这一任务的负反馈环称为锁相环（PLL）。

如图1.1所示，锁相环路包含三个基本的部分：鉴相器（PD）环路滤波器（实际是低通滤波器）和压控振荡器（VCO）。

鉴相器将输入信号与压控振荡器输出信号间的相位差进

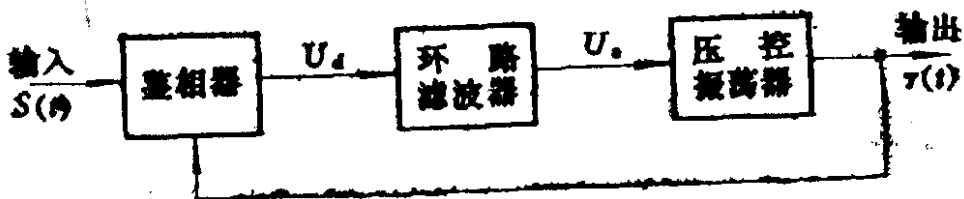


图 1.1 基本锁相环路

行比较，输出一个随相位差而变的误差电压 U_d 。 U_d 经环路滤波器平滑之后加到压控振荡器上，使之朝着减小两信号相位差的方向，改变VCO输出的频率和相位。最后使两信号间的频差消失且相位差足够小而达到锁定（同步）的目的。

1.2 环路的基本工作原理

为了便于对环路进行分析和讨论，首先应建立环路的数学模型与相位模型。

一、环路的模型

这里分别讨论图 1.1的三个部件的模型来合成环路的模型。

1. 鉴相器 (PD)

鉴相器是相位比较装置，用来比较输入信号 $S(t)$ 与参考信号 $r(t)$ 间的相位，它输出的电压 U_d 是 S 与 r 之间的相位差 φ 的函数。设 K_d 为鉴相器的增益系数，用符号 $g(\cdot)$ 表示鉴相器特性，则 U_d 可表为

$$U_d = K_d g(\varphi) \quad (1.1)$$

鉴相器的电路很多，有相乘电路也有序列电路。它的特性有正弦形、三角形、锯齿形和正切形等多种。作为原理分析，通常总是用正弦形。任何一个理想模拟乘法器都可以作为有正弦特性的鉴相器，如图 1.2所示。

现设信号 $S(t)$ 为

$$S(t) = U_s(t) \sin[\omega_s t + \theta_s(t)] \quad (1.2)$$

或
$$S(t) = U_s(t) \sin \Theta(t) \quad (1.3)$$

其中 $U_s(t)$ 是信号的幅度,通常是调幅信号的幅度, $\Theta(t)$ 是信号的总相位

$$\Theta(t) \triangleq \omega_s t + \theta_s(t) \quad (1.4)$$

ω_s 是信号的工作频率, $\theta_s(t)$ 是信号的瞬时相位。

又设VCO输出(参考)信号 $r(t)$ 为

$$r(t) = U_r \cos [\omega_0 t + \theta_v(t)] \quad (1.5)$$

$$\text{或} \quad r(t) = U_r \cos \Theta_v(t) \quad (1.6)$$

式中 U_r 是VCO的振幅, ω_0 是VCO的自然(中心)频率, $\theta_v(t)$ 是VCO的瞬时相位。 $\Theta_v(t)$ 是VCO输出信号的总相位

$$\Theta_v(t) \triangleq \omega_0 t + \theta_v(t) \quad (1.7)$$

一般情况下,两信号的频率 ω_s 和 ω_0 是不相等的。锁相环研究和控制的对象是相位,为了便于比较两信号的相位和简化运算,现以 $\omega_0 t$ 为参考来重新改写信号的总相位为

$$\Theta(t) = \omega_0 t + \theta(t) \quad (1.8a)$$

$$\theta(t) \triangleq (\omega_s - \omega_0)t + \theta_s(t) \quad (1.8b)$$

其中 $\theta(t)$ 是重新定义的信号瞬时相位,一般的情况下接收机的输入信号相位可表示为

$$\theta(t) = d(t) + M(t) + \Psi_1(t) \quad (1.9)$$

$d(t)$ 是信号传输过程中引入的多普勒(Dopple)相移, $M(t)$ 是模拟或数字调制, $\Psi_1(t)$ 是发射机频率相对于 ω_0 不稳定造成的相移。

按上面的新定义,输入信号可改写为

$$S(t) = U_s(t) \sin[\omega_0 t + \theta(t)] \quad (1.10)$$

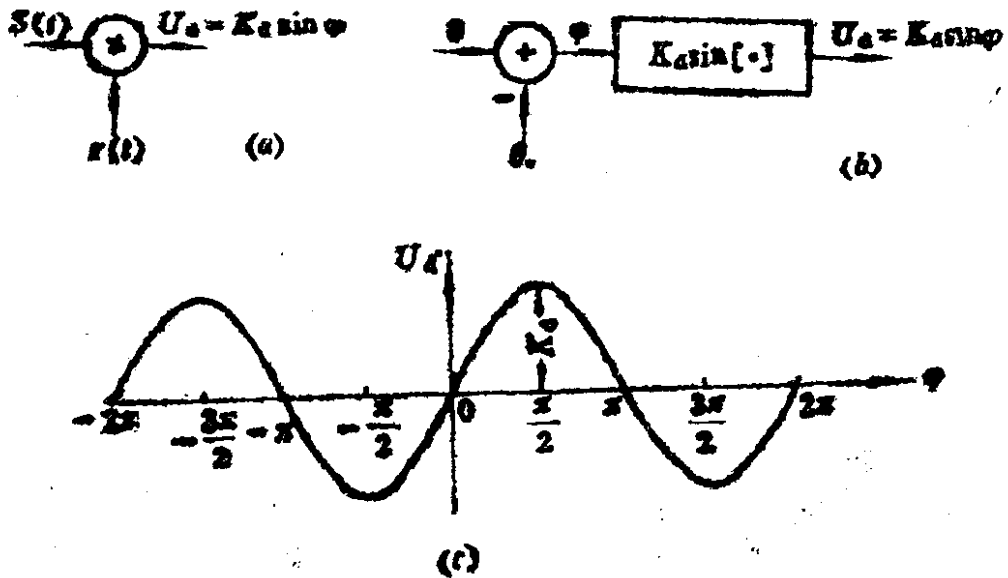


图 1.2 正弦鉴相器 (a)简化功能方块图;(b)相位模型;
(c)鉴相特性曲线。

$S(t)$ 〔按1.10式〕与 $r(t)$ 经乘法器相乘后输出为

$$\begin{aligned} U_d &= K_m \cdot S(t) \cdot r(t) \\ &= \frac{1}{2} K_m U_c U_r \{ \sin[\theta(t) - \theta_v(t)] \\ &\quad + \sin[2\omega_0 t + \theta(t) + \theta_v(t)] \} \end{aligned}$$

其中 K_m 为乘法器的增益系数,量纲为 $1/V$,式中 $2\omega_0$ 项被输出端滤波器滤掉,得到

$$U_d = K_d \sin \varphi(t) \quad (1.11)$$

式中 $K_d \triangleq \frac{1}{2} K_m U_s U_r$ [V/rad] (1.12)

$$\varphi(t) \triangleq \theta(t) - \theta_v(t) \quad (1.13)$$

(1.11)式也就是正弦鉴相器的数学模型,并表示于图1.2(a),

也可等效成为图1.2(b),这是锁相技术中最常用的表示法。其特性示于图1.2(c)。

一般特性的鉴相器也用图1.2的方法表示,但要把正弦符号按公式(1.1)改为 $g(\cdot)$,如图1.3所示。

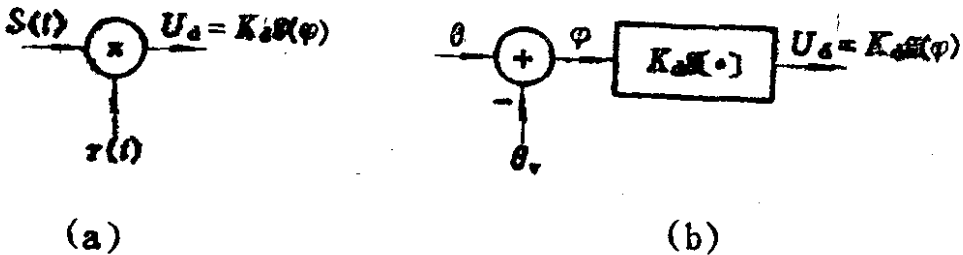


图 1.3 一般鉴相器 (a)简化功能方块图;(b)相位方块图。

2. 环路滤波器(LF)

环路滤波器是线性电路,由线性元件电阻、电容和电感组成,有时还包括运算放大器在内。它是低通滤波器,其传递函数通常都很简单。若在零初始条件下来讨论,可用传递函数来把输入和输出的拉普拉斯变换联系起来,如图1.4所示。

设环路滤波器的传递函数为 $F(s)$,则滤波器的输出 U_c 为

$$U_c(s) = F(s)U_d(s) \quad (1.14)$$

也由于不考虑初始条件,可将拉氏算符 s 用微分算符 $p \triangleq d/dt$ 与之对应,因而也有

$$U_c(p) = F(p)U_d(p) \quad (1.15)$$

3. 压控振荡器(VCO)

压控振荡器是振荡频率 $\omega_v(t)$ 受控制电压 $U_c(t)$ 控制的振荡器。我们要求频率 ω_v 与输入的控制电压 U_c 之间是线性关系。如图1.5所示,图中的线性段可用下列方程表示

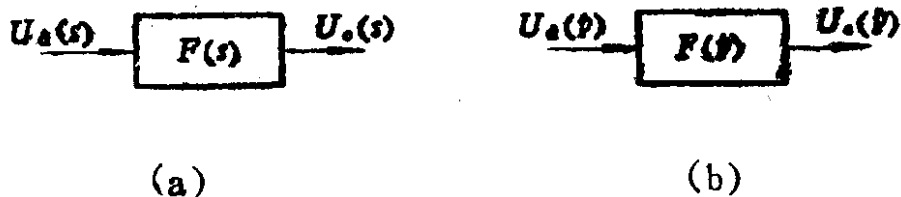


图 1.4 环路滤波器模型

$$\omega_v = \omega_0 + K_v U_c(t) \quad (1.16)$$

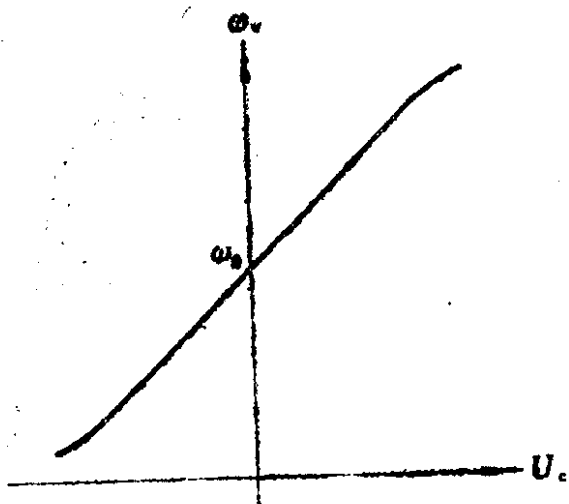


图 1.5 压控振荡器特性

式中 ω_0 是由 VCO 中的固定偏置决定的中心频率， K_v 是 VCO 特性曲线的斜率，也称为 VCO 增益，量纲为 $\text{rad/s} \cdot \text{V}$ 。由于通常使用特性的线性部分，故式 (1.16) 代表了 VCO 的频率控制特性。

在锁相环路中，VCO 输出对鉴相器起作用的不是瞬时频率而是瞬

时相位，此瞬时相位由 (1.16) 式积分得到

$$\int_0^t \omega_v(t) dt = \omega_0 t + K_v \int_0^t U_c(t) dt \quad (1.17)$$

将 (式 1.17) 与 (式 1.16) 比较，得到以 $\omega_0 t$ 为参考的输出相位瞬时值为

$$\theta_v(t) = K_v \int_0^t U_c(t) dt \quad (1.18)$$

由此可见，VCO在锁相环中起了一次积分的作用，故又称它为环路中的固有积分环节，因而在锁相环中，VCO是电压—相位变换器。为了方便，用微分算符将(1.18)式可改写为

$$\theta_v(t) = K_v U_c(t) / p \quad (1.19)$$



图 1.6 压控振荡器模型

图1.6是VCO的模型。

将图1.3(b)、图1.4(b)

和图1.6按图1.1的组合连接起来，就构成了图1.7的锁相环的数学模型，它清楚的表示了环路相位的反馈关系，它又称为环路的相位模型。

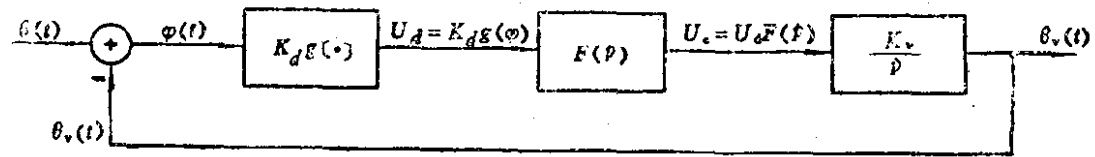


图 1.7 锁相环路的相位模型

由图1.7可以写出环路方程

$$\begin{aligned} \varphi &= \theta - \theta_v \\ &= \theta - KF(p) \frac{1}{p} g(\varphi) \end{aligned} \quad (1.20)$$

式中 $K = K_d K_v$ 称环路开环增益常数，若有时增益 $K_d K_v$ 不够高，环路内还引入增益为 K_A 的直流放大器，则这时的 $K = K_d K_A K_v$ 。 θ 和 θ_v 是 $\theta(t)$ 和 $\theta_v(t)$ 的简写。以后也常采用这种形式。式(1.20)还可写

$$\dot{\varphi} = \dot{\theta} - KF(p)g(\varphi) \quad (1.21)$$

式中 $\dot{\varphi} = d\varphi/dt$ $\dot{\theta} = d\theta/dt$

式(1.20)和(1.21)是环路的基本方程，以下的讨论都从分析和研究这一方程来进行。

二、环路工作过程的定性说明

为了方便，以最简单的情况来进行说明。设开机时参考信号为 $\Theta_v(t) = \omega_0 t$ ， $\theta_v(t) = 0$ ，输入信号是频率 ω_i 恒定不变的等幅振荡，即(1.9)式中的 $d(t)$ 和 $M(t)$ 都为零， $\Psi_1(t)$ 变为与时间无关的初始相位 θ_0 ，输入相位变为

$$\begin{aligned}\theta(t) &= (\omega_i - \omega_0)t + \theta_0 \\ &= \Omega_0 t + \theta_0\end{aligned}\quad (1.22)$$

式中 $\Omega_0 = \omega_i - \omega_0$ 称为起始频差。

当环路开机时，鉴相器输入端两信号之间存在着起始频差 Ω_0 和起始相差 θ_0 。若用乘法器作鉴相器，根据式(1.11)可以认为，开机时鉴相器的输出是差拍频率为 Ω_0 的电压

$$U_d = K_d \sin(\Omega_0 t + \theta_0) \quad (1.23)$$

如果差拍电压 U_d 的频率 Ω_0 很高，它将被环路(低通)滤波器滤除掉，则控制 VCO 频率变化的滤波器输出端电压 U_c 基本上为零(不变)，即 VCO 的频率基本上仍是 ω_0 。那么，鉴相器输出电压 U_d 的差拍频率仍基本保持为 Ω_0 不变。这种情况将一直持续下去。

如果 ω_i 与 ω_0 的频差 Ω_0 很小，则鉴相器输出的差拍波将顺利通过环路滤波器，加到 VCO 的输入端上。在这个差拍电压作用下，VCO 的瞬时频率 ω 就会围绕 ω_0 在一定范围内摆动。当 ω 摆动到等于 ω_i ，且满足一定条件下，就会在这个

频率上稳定下来。这时 $\omega - \omega_0 = 0$ ，或者说环路的瞬时频差 $\dot{\varphi} = 0$ ，而相位差 φ 是个较小的数值且不再随时间变化了。这时鉴相器输出一个较小的直流误差电压，并经滤波器以后去控制 VCO，使它的频率维持在 $\omega = \omega_0$ 的情况。这时环路的状态称为锁定状态或跟踪（同步）状态，开机至环路锁定以前的这一状态称为捕捉状态。

上述第一种情况是不能捕捉锁定的情况；第二种是能够捕捉锁定的情况。所有这些都将在以后详细讨论。

锁相环从开机到环路锁定为止，所经过的时间 T_c 称为捕捉时间。环路能够捕捉成功的最大初始频差 $|\Omega_0| = |\omega - \omega_0|$ 称为捕捉带，用 $|\Omega_0|$ 表示。

在环路处于锁定状态时，如果输入信号的频率或相位稍有变化，立刻会在两信号的相位差上反映出来，鉴相器输出也随之改变并驱使 VCO 的频率和相位发生相应的变化。故锁相环是一个相位自动控制系统，其锁定状态的取得是靠相位差的作用，锁定状态的维持也靠相位差的作用。如果输入信号的频率或相位以一定规律变化，只要它不超出一定范围，VCO 的频率或相位也会以同样规律跟随着变化，环路的这种状态也称跟踪状态。环路锁定时，很缓慢地改变信号频率 ω_0 ，系统能保持跟踪的最大频差 $|\omega_1 - \omega_0| \triangleq \Omega_0/s$ 称为同步带。

输入信号经常受到噪声的污染，故噪声也在鉴相器的输出端上出现。使它输出的误差信号 U_e 围绕其中心值抖动。为了抑制噪声，用低通滤波器作环路滤波器。滤波器的截止频率足够低时，它将噪声滤除到忽略不计的程度，使误差信号

得到平滑而不再抖动，输出稳定的控制信号 U_c 去控制VCO的频率与输入信号频率 ω 准确一致。换句话说，输入信号虽受到噪声的污染，而VCO的输出却是提纯了的输入信号。因此，可将锁相环看成一种通过信号而抑制噪声的窄带跟踪滤波器。

获得相位锁定的锁相环，具有两个重要特性。一是带宽可以很窄；二是自动跟踪信号频率。锁相接收机正是以这两点作为它的主要用途。窄的带宽可以抑制大量的噪声，所以通常用锁相环把深埋于噪声中的信号恢复出来。

1.3 锁相环的应用

先举个空间技术中的例子，已知接收机中噪声功率与带宽成正比，当飞行器发射频率在S波段时，多普勒频移范围大约等于 $\pm 75\text{kHz}$ ，而锁相接收机带宽可以小到 3Hz ，若采用普通超外差技术，灵敏度将降低 47dB ，这种代价是接受不了的，这就是高灵敏度接收机要采用窄带锁相跟踪接收机的原因。

以下仅简单列举锁相环路在无线电领域的应用。

(1) 载波跟踪：在相干通信技术中，从一个受噪声污染的接收信号中，恢复一个提纯了的载波。这在载波跟踪中是很重要的。

(2) 抑制载波跟踪：许多系统要求在发射信号中不包含载波成分，用锁相环能从接收到的信号中恢复这些载波成分。

(3)模拟与数字调制信号的相干解调：锁相环提取出来的载波参考信号与输入信号一起加到乘法器，通过相乘作用，将输入信号的调制成分解调出来。这种解调方式称相干解调。例如用锁相环作频率解调器，它的性能比普通鉴频器高得多。

(4)位同步提取：在数字通信的接收系统中，首先应建立载波及副载波（如果有的话）的同步，获得相干解调，然后就是建立位同步（比特同步）。提供准确的定时信息。锁相环能直接从接收的数据比特流中提取定时信息。无论从经济、可靠和抗干扰方面它都是很有有效的。

(5)锁相稳频：将含有噪声的振荡器放在锁相环内，把它锁到一个纯的信号上，使振荡器本身的噪声被抑制，它的输出将大大提纯。例如用它稳定微波振荡器。

(6)测量飞行器的速度和距离：一个锁相接收机在锁定时没有频率误差，因而能恢复多普勒频率，用以测定飞行器的速度。速度的积分得到距离。也可直接从信号脉冲的延迟测得飞行器的距离。

(7)用锁相环作倍频器和分频器：锁相环可以对输入频率进行 N/M 次分（倍）频（ N 和 M 都是整数）。这一技术也用于飞行器上的相干应答器。

(8)频率合成：锁相环有优良的分频倍频和频率变换性能，是间接式频率合成器的重要组件，在现代通讯、雷达、电讯仪器及频率标准中都广泛的被使用。