

状态估计和系统识别

徐建华 卞国瑞 编著
倪重匡 唐国兴

科学出版社

状态估计和系统识别

徐建华 卞国瑞 倪重匡 唐国兴 编著

科学出版社

1981

内 容 简 介

本书论述了状态估计和系统识别理论的基本概念和主要方法。第一章引论；第二章静态估计；第三章线性系统表示；第四章动态估计；第五章系统理论误差分析；第六章应用问题；第七章自适应滤波；第八章系统的识别。

本书作者结合工程实践在讲清概念的基础上介绍了一些实际可行的方法。只要具备高等数学、线性代数、概率论和数理统计的基础知识就可以阅读本书。

读者对象为从事计算机科学、概率统计、自动控制的科技人员和大专院校师生。

状 态 估 计 和 系 统 识 别

徐建华 卞国瑞 倪重匡 唐国兴 编著

*

科 学 出 版 社 出 版

北京朝阳门内大街137号

中 国 科 学 院 印 刷 厂 印 刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1981年2月第一版 开本：787×1092 1/32

1981年2月第一次印刷 印张：11 3/4

印数：0001—3,900 字数：267,000

统一书号：13031·1469

本社书号：2024·13-1

定价：1.80元

前 言

随着电子计算机的高度发展及其在国防、工业生产、生物医学、地质水文、通讯等领域的广泛应用,迫切需要对状态估计和系统识别的理论与应用进行深入的研究.近年来,我们结合工程实践在这方面作了初步研究,并获得了一些成效,还为某些部门的科技人员举办了一些讲座,组织了一些讨论班,在这个基础上编写了这本书.

本书要求读者具有高等数学、线性代数、概率论与数理统计的基础知识.

目前状态估计和系统识别的理论发展非常迅速,理论的进展和方法的改进日新月异.本书在讲清基本概念的基础上,介绍较新而又实际可行的方法.由于水平的限制,本书难免有错误和不足之处,恳切希望读者批评、指正.

参加本书编写的有徐建华(第一、二、四章),卞国瑞(第三、七章),倪重匡(第五、六章),唐国兴(第八章).

初稿完成后,吴立德、汪家冈同志曾审阅了全部书稿,并提出许多宝贵的意见和建议;张霭珠、郑惠珍同志阅读过部分原稿并提出不少建议,谨此一并致谢.

编著者

目 录

第一章 引论	1
第二章 静态估计	15
§ 2.1 最小二乘方估计	15
§ 2.2 线性无偏最小方差估计	19
§ 2.3 最大似然估计	36
§ 2.4 巴叶斯估计	43
参考文献	57
第三章 线性系统的表示	58
§ 3.1 引言	58
§ 3.2 系统模型分类	62
§ 3.3 线性模型(连续信号)	64
§ 3.4 线性模型(离散信号或采样信号)	72
§ 3.5 线性模型(随机信号)	85
§ 3.6 线性时变模型	87
参考文献	88
第四章 动态估计	89
§ 4.1 时间离散的动态递推估计	93
§ 4.2 时间连续的线性无偏最小方差估计, 卡尔曼估计与维 纳滤波	117
§ 4.3 应用中的一些推广	132
参考文献	154
第五章 最佳滤波的系统理论和误差分析	156
§ 5.1 系统的可观性	156
§ 5.2 系统的可控制性	166
§ 5.3 例子——同步地球卫星的跟踪和控制	173

§ 5.4	最佳滤波器的稳定性	179
§ 5.5	最佳滤波的误差特性	191
§ 5.6	模型误差的敏感分析	200
	参考文献	212
第六章 最佳滤波在应用中的一些问题		214
§ 6.1	关于最佳滤波的应用	214
§ 6.2	滤波的实时能力	226
§ 6.3	数值发散和平方根法	254
§ 6.4	真实发散和模型误差补偿技术	265
	参考文献	274
第七章 自适应滤波		276
§ 7.1	问题的提出	276
§ 7.2	新息(Innovation)序列的基本性质	277
§ 7.3	最佳滤波器的检测	284
§ 7.4	自调节技术	292
§ 7.5	Q 具有已知形式的协方差匹配技术	301
	参考文献	307
第八章 线性系统的识别		308
§ 8.1	系统识别问题的提法	308
§ 8.2	相关技术	316
§ 8.3	伪随机二进制输入信号的系统识别	321
§ 8.4	最小二乘法	332
§ 8.5	广义最小二乘法识别	344
§ 8.6	最大似然识别	351
	附录 最优化方法简介	361
§ 8.7	随机逼近方法	363
	参考文献	366

第一章 引 论

在工业生产过程自动控制、雷达信号处理、预报、导航、轨道估计、地质、水文、通讯、语言声学等许多部门,提出了一类共同关心的问题:如何从受到随机干扰的局部观测资料出发,用数字电子计算机对它进行处理,来决定一个系统的数学模型,推断当时或以后一段时间中系统状态的变化情况,以便掌握系统变化规律,采取措施,在某种意义上较好地或最优地控制一些因素的变化,达到预期的目的要求。

下面,我们首先看几个实际问题。

例 1.1 由雷达观测的海面目标运动规律的预报。

用雷达观测一个海面目标的运动(图 1.1)。目标与雷达站径向距离为 r , 与指北方向夹角为 θ 。

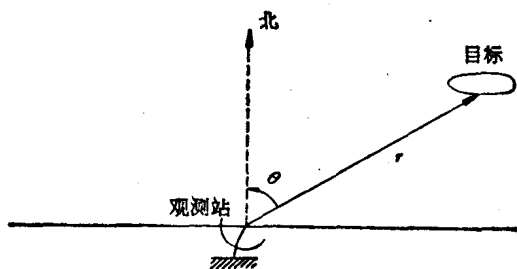


图 1.1

假定目标关于 r 和 θ 方向作匀速运动, 观测到的目标位置值受噪声干扰。

我们要求, 从初始观测时刻开始, 由观测站对目标的观测资料出发, 最优地预报目标在以后时刻的位置、速度。

为叙述方便起见, 下面只考察径向距离 r 这个量, 关于 θ 的处理完全类似.

1. 模型的归结: 我们对雷达观测信号进行等间隔采样, 采样时刻为 $t_0, t_1, \dots, t_k, \dots$. 采样间隔为 $T(t_i - t_{i-1} = T; i=1, 2, \dots)$.

以 $r(0)$ 表示在时刻 t_0 的目标与雷达站径向距离.

以 $\dot{r}(0)$ 表示在时刻 t_0 的目标与雷达站径向速度.

以 $z(k)$ 表示在时刻 t_k 雷达对目标径向位置的观测值.

那么前 k 个时刻 t_1, t_2, \dots, t_k 的观测值为

$$\begin{cases} z(1) = r(0) + T\dot{r}(0) + v(1) \\ z(2) = r(0) + 2T\dot{r}(0) + v(2) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ z(k) = r(0) + kT\dot{r}(0) + v(k) \end{cases} \quad (1.1)$$

其中 $v(1), v(2), \dots, v(k)$ 分别表示在时刻 t_1, t_2, \dots, t_k 的观测噪声, 它的统计特性(均值、方差、相关性)是已知的.

我们也可以把(1.1)写成向量形式

$$z(k) = Hx(0) + v(k) \quad (1.1)'$$

其中

$$z(k) = [z(1) z(2) \dots z(k)]^{T1)}$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ T & 2T & \dots & kT \end{bmatrix}^T$$

$$x(0) = \begin{bmatrix} r(0) \\ \dot{r}(0) \end{bmatrix}$$

$$v(k) = [v(1) v(2) \dots v(k)]^T$$

2. 要求: 为了排除由于种种原因而引起的观测噪声(或误差), 作出目标真正位置、速度的正确估计和预报, 由观测 $z(k)$ 出发, 作出 $x(0)$ (即初始位置 $r(0)$ 和速度 $\dot{r}(0)$) 的估计量 $\hat{x}(0|k)$ ($\hat{r}(0|k)$, $\hat{\dot{r}}(0|k)$), $\hat{x}(0|k)$ 这个记号表示鉴于 k 个时

1) 对任一向量或矩阵 A , A^T 表示 A 的转置.

刻 t_1, \dots, t_k 的观测 $z(k)$ 对向量 $x(0)$ 的估计量:

$$\hat{x}(0|k) = \begin{bmatrix} \hat{r}(0|k) \\ \hat{v}(0|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{鉴于观测 } z(1), \dots, z(k) \text{ 对 } r(0) \text{ 的估计量} \\ \text{鉴于观测 } z(1), \dots, z(k) \text{ 对 } \dot{r}(0) \text{ 的估计量} \end{bmatrix}$$

使它在某种意义上是 $x(0)$ 的最优估计。

在 $\hat{x}(0|k)$ 求得的基础上, 根据目标在 r 方向作匀速运动的假定, 再求得 $t_{k+l} (l \geq 0)$ 时刻目标位置、速度的估计值:

$$\hat{x}(k+l|k) = \begin{bmatrix} \hat{r}(k+l|k) \\ \hat{v}(k+l|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{鉴于 } z(1), \dots, z(k) \text{ 对 } r(k+l) \text{ 的估计量} \\ \text{鉴于 } z(1), \dots, z(k) \text{ 对 } \dot{r}(k+l) \text{ 的估计量} \end{bmatrix}$$

例 1.2 氧气炼钢生产过程中钢水含碳量的估计。

氧气炼钢生产过程中, 钢水含碳量是一个重要的指标, 尤其在中期和后期, 它是钢质量好坏的关键之一。为了实时得到钢水含碳量信息, 在吹炼中期可以从废气中一氧化碳(CO)、

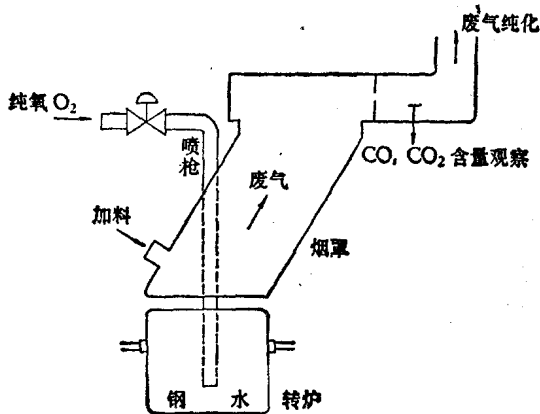


图 1.2

二氧化碳 (CO₂)、流速和百分比而得到的脱碳速度观测值出发,用电子计算机来估计吹炼中期含碳量。

纯氧顶吹生产过程示意图如图 1.2 所示。

1. 模型的归结: 由气体分析得到的钢水脱碳速度这一观测值是等间隔采样的, 采样间隔为 T 。以 $d(k)$ 表示时刻 t_k 钢水真正脱碳速度, $v(k)$ 表示时刻 t_k 的观测噪声。那么, 时刻 t_k , 脱碳速度的观测值可以表示为

$$z(k) = d(k - \tau) + v(k) \quad (1.2)$$

这里 τ 表示传输延迟, 即 t_k 时刻观测到的只是炉内前 $T\tau$ (秒) 真正脱碳速度的值。

随着时间的变化观测噪声有一系列值: $v(1), v(2), \dots, v(k), \dots$ 它反映了我们使用的观测方法、仪器在不同时刻的误差值。一般可以假定在各时刻它们的均值为零, 在各个时刻之间是不相关的。

$$\begin{cases} E\{v(k)\} = 0 \\ E\{v(i)v(j)\} = r\delta_{i,j} \end{cases} \quad (1.3)$$

其中

$$\delta_{i,j} = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

r 是噪声方差, 反映噪声变化大小的程度。

在吹炼中期 $d(k)$ 的变化规律可以由下列两式来描述

$$\begin{cases} d(k+1) = d(k) + \eta(k) \\ \eta(k+1) = \alpha\eta(k) + w(k) \end{cases} \quad (1.4)$$

上面第一个式子表示相邻两时刻脱碳速度有个差值 $\eta(k)$, 第二个式子表示后一时刻差值是前一时刻差值的 α 倍再加上一个误差 $w(k)$ 。

$w(k)$ 也称为系统噪声, 它可以刻划模型误差, 其统计特性为:

$$\begin{cases} E\{w(k)\} = 0 \\ E\{w(i)w(j)\} = q\delta_{ij} \\ E\{w(i)v(j)\} = 0 \quad (\text{对一切 } i, j) \end{cases} \quad (1.5)$$

观测方程 (1.2) 和 $d(k)$ 满足的状态方程 (1.4) 中含有三个未知参数: α , r , q , 其中 α 为状态方程中含有的未知参数 (实际上它是 $\eta(k)$ 在相邻两时刻的相关系数), r , q 分别是 $\{v(k)\}$, $\{w(k)\}$ 的方差。

我们也可以把 (1.4), (1.2) 写成向量形式:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \Phi \mathbf{x}(k) + \Gamma w(k) & (1.4)' \\ \mathbf{z}(k) = H \mathbf{x}(k-\tau) + v(k) & (1.2)' \end{cases}$$

其中

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} d(k) \\ \eta(k) \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$H = [1 \quad 0]$$

2. 要求: 由观测值 $\{z(i)\} (i=1, 2, \dots, k+\tau)$ 出发。

(1) 在某种最优意义上, 估计 α , r , q , 决定这个脱碳速度 $d(k)$ 所满足的状态模型中的未知参数。

(2) 在某种最优意义上作出脱碳速度 $d(k)$ 的估计:

$\hat{d}(k+l|k)$: 鉴于观察 $z(1), \dots, z(k+\tau)$,

$d(k+l)$ 的估计 ($l \geq 0$)。

由脱碳速度估计值 $\hat{d}(k+l|k)$ 立即可得到钢水含碳量估计值。

例 1.3 矽钢片生产过程中, 退火炉炉温的定值控制。

在矽钢片生产过程中, 为了控制矽钢片质量, 要求用数字电子计算机来调节时刻 t_i 退火炉上下层电功率 (z_i, x_i) 以控制

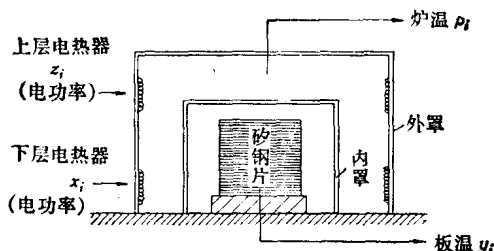


图 1 3

炉温 (p_i) 和矽钢片 (板) 温度 y_i (图 1.3).

采样间隔 $T = t_i - t_{i-1}$ ($i = 1, 2, \dots$) 保持定值.

要求通过对 z_i, x_i 的调节, 使板温达到 y^* 时, 连续七小时保持板温在 y^* 左右. 这是一个定值控制问题.

模型的归结和问题的要求如下:

1. 为了进行比例、积分、微分控制 (P. I. D.), 建立差分方程:

$$y_{i+3} - y_i = b_1(y_i - y_{i-1}) + b_2x_i + b_3z_i + b_4 + v_i \quad (1.6)$$

$$i = 1, 2, \dots, n-3, \quad (n: \text{退火最后时刻})$$

(1.6) 描述了退火炉输入 (z_i, x_i) 与输出 (y_i) 间数量关系. v_i 是均值为零的测量误差.

通过试验我们取得三组实测值:

$$\{y_0, y_1, \dots, y_n\}, \{z_0, z_1, \dots, z_n\}, \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$$

我们希望由这三组观测值出发来估计 b_i ($i = 1, 2, 3, 4$), 使得估计量 \hat{b}_i 是 b_i 在某种意义下的最优估计. 我们用

$$y_{i+3} - y_i = \hat{b}_1(y_i - y_{i-1}) + \hat{b}_2x_i + \hat{b}_3z_i + \hat{b}_4 \quad (1.6)'$$

来描述 y_i 与 x_i, z_i 间的数量关系 (数学模型).

2. 控制策略的建立:

升温阶段, 始终打开下层电热器 ($x_i = 1$ 表示全开)

则 (1.6)' 成为

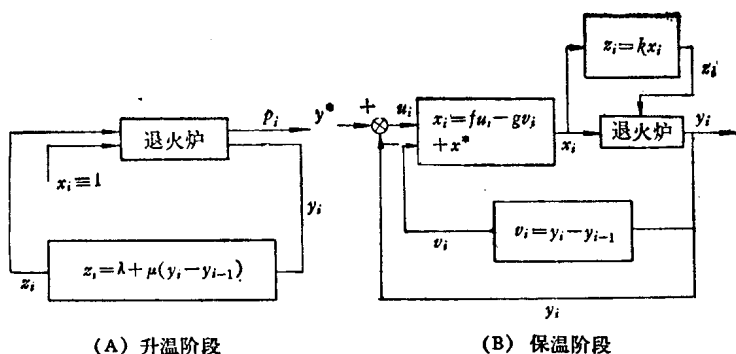


图 1.4

$$y_{i+3} - y_i = \hat{b}_1(y_i - y_{i-1}) + \hat{b}_2 + \hat{b}_3 z_i + \hat{b}_4 \quad (1.6)''$$

在 t_i 时刻已测得 y_i, y_{i-1} , 要决定 z_i 使得以后升温速度为 $25^\circ\text{C}/\text{时}$, 即

$$y_{i+3} - y_i = 3 \times 25 = 75$$

代入(1.6)'' 得到比例控制法则:

$$z_i = \lambda + \mu(y_i - y_{i-1}) \quad (1.7)$$

其中

$$\lambda = \frac{75 - \hat{b}_2 - \hat{b}_4}{\hat{b}_3}, \quad \mu = -\frac{\hat{b}_1}{\hat{b}_3}$$

参见图 1.4(A).

保温阶段, 始终取 $z_i = K x_i$ (K 为常数), 则(1.6)' 成为

$$y_{i+3} - y_i = \hat{b}_1(y_i - y_{i-1}) + (\hat{b}_2 + K \hat{b}_3) x_i + \hat{b}_4 \quad (1.6)'''$$

时刻 t_i 已测得 y_i, y_{i-1} , 要求决定 x_i 使以后时刻板温 y_i 接近 y^* . 因此, 令 $y_{i+3} = y^*$. 由(1.6)''' 得到比例微分控制法则:

$$x_i = f(y^* - y_i) - g(y_i - y_{i-1}) + x^* \quad (1.7)'$$

其中

$$f = \frac{1}{\hat{b}_2 + K \hat{b}_3}, \quad g = \frac{\hat{b}_1}{\hat{b}_2 + K \hat{b}_3}, \quad x^* = -\frac{\hat{b}_4}{\hat{b}_2 + K \hat{b}_3}$$

参见图 1.4(B).

由此可见, 为了建立控制法则(1.7), (1.7)', 关键在于建立描述退火炉输入输出关系的数学模型(1.6).

我们也可以把(1.6)改写成向量形式:

$$\mathbf{z}(n) = H(n)\mathbf{B} + \mathbf{v}(n) \quad (1.8)$$

其中 $\mathbf{B} = [b_1 b_2 b_3 b_4]^T$ 是待估计参数向量.

$$H(n) = \begin{bmatrix} y_1 - y_0 & x_1 & z_1 & 1 \\ y_2 - y_1 & x_2 & z_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{n-3} - y_{n-4} & x_{n-3} & z_{n-3} & 1 \end{bmatrix}$$

是 $(n-3) \times 4$ 观测矩阵, $\mathbf{v}(n) = [v_1 v_2 \cdots v_n]^T$ 是均值为零的观测噪声向量.

$$\mathbf{z}(n) = \begin{bmatrix} y_4 - y_1 \\ y_5 - y_2 \\ \vdots \\ y_n - y_{n-3} \end{bmatrix}$$

是观测向量.

问题化为: 已知 $\mathbf{z}(n)$, $H(n)$, 求 \mathbf{B} 的某种意义下最优的估计量 $\hat{\mathbf{B}}$.

$$\hat{\mathbf{B}} = [\hat{b}_1 \hat{b}_2 \hat{b}_3 \hat{b}_4]^T$$

例 1.4 上海市地面沉降的控制.

控制上海市地面沉降的基本思想是: 通过计算由于地下水的开采(Q_1)与回灌(Q_2)所引起的水位升降值(h)来合理安排开采、回灌的水量, 使地下水水位变化符合地面不沉的要

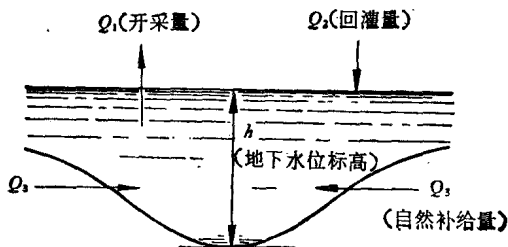


图 1.5

求, 从而控制地面下沉(参见图 1.5)。

这个问题要求确定地下水位、灌水、用水量之间的数量关系式。引进下述记号:

$h(k)$: 时刻 t_k 降落漏斗中心水位标高

$Q_1(k, k-1)$: 时刻 $t_{k-1} \rightarrow t_k$ 地下水开采量

$Q_2(k, k-1)$: 时刻 $t_{k-1} \rightarrow t_k$ 地下水回灌量

$Q_3(k, k-1)$: 时刻 $t_{k-1} \rightarrow t_k$ 地下水自然补给量

由地质水文规律可以推得¹⁾ 上述这些量满足差分方程:

$$h(k) = a_0 + a_1 h(k-1) + a_2 u(k-1) \quad (1.9)$$

其中 $u(k) \triangleq Q_2(k, k-1) - Q_1(k, k-1)$

如果水位 $h(k)$ 的观察有误差 $\xi(k)$ 。记观察

$$z(k) = h(k) + \xi(k)$$

则(1.9)成为

$$z(k) = a_0 + a_1 z(k-1) + a_2 u(k-1) + e(k) \quad (1.9)'$$

其中 $e(k) \triangleq \xi(k) - a_1 \xi(k-1)$

$\xi(k)$: 时刻 t_k 水位观察误差。 a_0, a_1, a_2 : 待估计的模型参数。通过测量, 我们取得两组实测值:

$$\{z(0), z(1), \dots, z(n)\} \quad \{u(0), u(1), \dots, u(n-1)\}$$

要求: 由这两组实测值出发, 在某种最优意义下, 作出参数 a_0, a_1, a_2 的估计 $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \hat{a}_2$, 最后得到要求的水量、水位方程:

$$h(k) = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 h(k-1) + \hat{a}_2 u(k-1). \quad (1.9)''$$

由(1.9)'', 可以从今年的 $h(k-1), u(k-1)$ 值预报明年水位 $h(k)$, 也可以从今年水位 $h(k-1)$, 明年水位要求高度 $h(k)$ 来确定合理的灌、用地下水量 $u(k-1)$ 。

我们也可以把差分方程(1.9)' 化成如下向量形式:

1) 详细推导见第八章。

$$\mathbf{z}(n) = H(n)\mathbf{A} + \mathbf{v}(n) \quad (1.10)$$

其中 $\mathbf{A} = [a_0 \ a_1 \ a_2]^T$ 是待估计的参数向量。

$$H(n) = \begin{bmatrix} 1 & z(0) & u(0) \\ 1 & z(1) & u(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & z(n-1) & u(n-1) \end{bmatrix}$$

是 $n \times 3$ 观测矩阵。 $\mathbf{v}(n) = [e(1), e(2), \dots, e(n)]^T$ 是观测噪声向量。 $\mathbf{z}(n) = [z(1), z(2), \dots, z(n)]^T$ 是观测向量。

问题化为：已知 $\mathbf{z}(n)$, $H(n)$, 在某种最优意义下，求 \mathbf{A} 的估计量 $\hat{\mathbf{A}}$ ：

$$\hat{\mathbf{A}} = [\hat{a}_0 \ \hat{a}_1 \ \hat{a}_2]^T$$

从上面四个例子可以看到，为了决定一个系统的模型，考察这个模型中一些状态的变化，必须对观测资料进行某种处理，以提取系统模型和状态的信息。

由于我们观测一个系统的变化总是从某个侧面进行的（例如雷达只能观测到目标的位置，氧气炼钢过程中只能观测到烟气中 CO , CO_2 流量、百分比）；一般说从物理模型归结为数学公式必然是某种近似；试验、观测受测量仪器的限制总存在误差，因此，我们得到的观测资料总是局部的，并且总含有误差。以后我们把这种误差和系统受到的其它干扰统称为噪声。

从受噪声干扰的观测值出发，求得系统模型称为系统的识别。

从受噪声干扰的观测值出发，求得现在和将来的系统状态称为估计。现在时刻状态的估计也称为滤波。将来时刻状态的估计也称为预报。

例 1.1 海面目标运动规律预报是一个状态估计问题，它要求从局部的（只观察到位置）、受噪声干扰的观测 $z(k)$ 来

估计运动目标现在和将来的状态：径向距离和径向速度。这里，我们把目标运动看作为一个系统，现在假定目标作匀速运动（在采样间隔 T 较小情况下这是一种对实际目标运动规律的粗造的近似）并且知道观测噪声的统计特性，因此这个系统就决定下来了。我们关心的问题是决定目标以后时刻运动的最少信息——状态，即位置和速度。

例 1.3, 例 1.4 退火炉炉温定值控制和上海市地面沉降控制是一类系统识别问题。我们把退火炉看作一个系统，系统的输入是上、下层电功率，输出是炉温和板温（参见图 1.6(A)）。

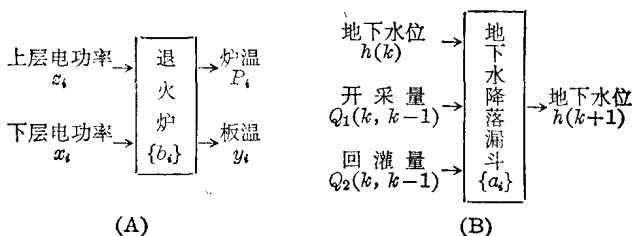


图 1.6

我们把地下水降落漏斗看作一个系统，输入是现在时刻地下水位、地下水开采量和回灌量，输出是下一时刻的地下水位（参见图 1.6(B)）。从这两个系统的输入、输出的观测值出发，来求得系统模型 (1.6)' 和 (1.9)' 即确定 (1.6) 和 (1.9) 模型中的参数 $\{b_i\}$, $\{a_j\}$ ($i=1\sim 4$, $j=0\sim 2$)，用 (1.6)' 和 (1.9)'' 来描述退火炉和地下水降落漏斗的输入输出关系也只能是一种近似的表达。

例 1.2 的氧气炼钢中期钢水含碳量估计问题首先要求系统模型 (1.4) 中未知参数 α ，这是系统识别问题，第二步要估计脱碳速度 $d(k)$ ，这是状态估计问题。而这里系统的噪声统计特性 r , q 均未知，也要求在实时作估计，进而作出状态