

中国数学史

錢宝琮主編

科学出版社

1981

内 容 简 介

本书系统地叙述了自上古时起到二十世纪初叶止的中国数学发生发展的历史。全书共分四编。以时间先后为序共包括(一)上古至秦统一;(二)秦统一至唐中叶;(三)唐中叶至明中叶;(四)明中叶到1911年等四个时期。在每编开首处,对该阶段内的时代背景进行了总的阐述。本书包括了中国数学史研究领域内的一些新的成果。

本书可供数学史工作者以及高等学校、中等学校教学参考之用。

中 国 数 学 史

钱宝琮主编

*

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1964年11月第一版 开本:850×1168 1/32

1981年3月第二次印刷 印张:11 1/2

印数: 精4,651—9,180 插页:精2
平4,601—10,680 字数:286,000

统一书号:13031·1496

本社书号:2058·13—1

定价: 布脊精装 2.20 元
平 装 1.70 元

序

中国数学史是中国文化史的一部分，也是世界文化史的一部分。必須用辯証唯物主义和历史唯物主义的正确观点去研究它。在本书編写过程中，我們就正是努力来这样作的。我們力图用正确的观点、立場和方法来分析整理我国丰富的数学遺產，反对單純的史料堆砌，努力闡明各阶段的数学发展和当时社会經濟、政治以及哲学思想等之間的关系，力求对历代杰出的数学家和他們的数学著作給以尽可能适当的評价。但由于水平所限，疏漏謬誤之处恐在所难免。深望讀者不吝指教，以便三、四年后再进行一次增訂和修改。

中国的封建社会是如此之长，在編写的过程中，很自然地要碰到如何分期的問題。数学的发展，和其他事物的发展一样，有时快些，有时慢些，在发展的过程中呈現出一定的阶段性。最好的分期方法就是：既不脫离一般的社会历史条件，而又能从数学本身出发，反映这种在发展过程中的阶段性。从《九章算术》到唐代十部算經的完成，是我国传统数学的形成和发展时期；唐代后期实用算术的发展和明代后期西洋数学的研究，就其內容講来都与前一阶段有所不同。因此我們以从秦统一到唐中叶作为一个阶段写入第二編，从唐中叶到明中叶作为另一个阶段写入第三編。此外，春秋末期以后虽属轉入封建社会的历史阶段，但这时期中有关数学史的資料并不多，因此我們便把它写入“秦統一以前的中国数学”这一編（第一編）中。公元1840—1911年这一阶段，由于同样的理由，我們也沒有另辟一編而是把它写入第四編之內。公元1912年以后，中国数学逐渐进入了現代数学的新阶段。由于資料繁杂，一时尚难以就緒，續书成編，只好俟諸异日。

中国数学在世界数学发展过程中占有重要的地位，中国数学

对世界数学的发展是作出了自己的贡献的。本书力图在这个重要问题上有更明确的阐述。在这方面，我们对旧有的资料进行了重新整理，同时也利用了一些新的资料。

中国数学发展的历史表明，我国历代的数学家不仅在算术与代数的许多方面有着杰出的成就，而且这些成就大多是能与实际需要相结合的；对于后来传入的西洋数学，也基本上能结合本国实际情况进行研究，并作出了一些创造性的成果。我们应该继承这种勇于创造、密切联系实际以及积极吸收外来先进数学的精神，共同推进我国的数学事业。我们深信，在党的正确领导下，中国数学必将出现一个远胜古人，群星灿烂的新时代。

本书是中国科学院中国自然科学史研究室数学史组的同志们集体编写的。从初稿的执笔到改写和定稿都经过反复的讨论，体现了集体协作的精神。前后参加过编写工作的有：严敦杰、杜石然、梅荣照等同志。

最后，在本书编写过程中，李儼先生曾阅读了初稿，并提出了一些有益的意見。在整个写作过程中，我们利用了李先生丰富的藏书。可惜的是，李先生没能看到本书出版便逝世了。他的藏书经家属全部捐赠中国科学院中国自然科学史研究室。这些书每天都可以和我们见面，抚今追昔，深感人琴之痛。谨附记于此，以志怀念。

錢宝琮

1963.10.30

重 版 序 言

钱宝琮先生主编的《中国数学史》出版至今已近二十年了。它受到国内外数学史工作者和数学教育工作者的广泛重视，对本书作出了很高的评价，还提出了许多宝贵意见。这些意见对进一步提高中国数学史研究工作的水平是十分有益的。

钱宝琮先生提出，在本书出版以后，要对各个断代的数学发展情况，继续作深入的研究（1966年出版的《宋元数学史论文集》就是这个研究计划的一部分），以便在三、四年后，根据读者的意见，再进行一次增订和修改。但是，由于大家都知道的原因，这个理想未能实现。钱宝琮先生也不幸于1974年1月5日与世长辞了。

近二十年来，国内外学者对中国数学史研究工作作出了许多贡献，与中国数学史密切有关的文物资料也不断有所发现。由于国内外读者的迫切需要和出版部门的多次催促，我们已来不及把这些新的成果写入此次重版之中，只是对书中个别的地方作了很小的订正，关于这一点，尚希读者谅解。

在《中国数学史》重版之日，我们回顾钱宝琮先生在工作中严肃认真、实事求是与关怀后学的精神，对他的去世感到无限惋惜与怀念。我们相信，他的这种精神将继续在中国数学史研究的园地中不断开花结果。

参加此次重版修订工作的，除原编写者严敦杰、杜石然、梅荣照同志外，尚有何绍庚、郭书春同志。

自然科学史研究所 数学史组

1980年1月

目 次

序	i
重版序言	iii
第一編 秦統一以前的中国数学	1
第一章 秦統一以前的中国数学	5
一、文字記数法	5
二、算筹記数	7
三、整数四則运算	9
四、句股測量	13
五、战国时期的实用数学	14
六、墨家和名家的数学概念	16
1. 《墨經》中的数学概念	16
2. 惠施和其他辯者	20
第二編 秦統一以后到唐代中期的中国数学	23
第二章 《九章算术》的形成及其內容	28
一、《九章算术》的形成	28
1. “算术”	28
2. 《周髀》	29
3. 九数	31
4. 《九章算术》編纂的时代	32
二、《九章算术》中的算术部分	33
1. 分数运算	34
2. 各种比例問題	37
3. 盈不足术	39
三、《九章算术》中的几何部分	41
1. 面积和体积	41
2. 句股	44
四、《九章算术》中的代数部分	46

1. 开平方与开立方	46
2. 开带从平方	51
3. “方程”与正、负数	51
第三章 从赵爽、刘徽到祖冲之、祖暅	57
一、赵爽勾股图说	57
二、刘徽	61
1. 刘徽的时代	61
2. 刘徽《九章算术注》	62
3. 刘徽《九章算术注》中的几个创作	65
4. 重差	72
三、《孙子算经》、《夏侯阳算经》和《张邱建算经》	75
1. 《孙子算经》	75
2. 《夏侯阳算经》	79
3. 《张邱建算经》	80
四、祖冲之、祖暅	83
1. 祖冲之、祖暅合传	83
2. “缀术”和“缀术”	85
3. 祖冲之在数学方面的重大贡献	86
第四章 从甄鸞到李淳风	91
一、甄鸞	91
1. 《五曹算经》	91
2. 《五经算术》	92
3. 《数术记遗》	92
二、王孝通《缉古算术》	94
三、隋唐“算学”与李淳风等注释“十部算经”	99
第五章 隋唐天文学家的内插公式	103
第六章 中、印数学交流	108
一、中国数学对印度数学的影响	109
二、印度数学传入中国	112
第三编 唐代中期到明末时期的中国数学	117
第七章 计算技术的改进	123

一、韓延算术	123
二、十进小数	126
三、求一算术与归除歌訣	129
1. 求一算术	129
2. 归除歌訣	131
四、吳敬《九章算法比类大全》	134
五、珠算术的发生和发展	136
六、程大位与他的《直指算法统宗》	139
七、中国数碼	141
第八章 高次方程的数值解法	144
一、賈宪“增乘开方”法	144
二、“开方作法本源”和开高次方	149
三、刘益“正負开方术”	154
四、秦九韶“正負开方术”	157
五、秦九韶及其《数书九章》	164
第九章 “天元术”和“四元术”	168
一、“天元术”	168
二、李冶及其所著《测圓海鏡》	173
三、“四元术”	179
第十章 “垛积术”、“招差术”——高阶等差級数方面的 工作	187
一、沈括“隙积术”与楊輝“垛积术”	187
二、《授时历》中的“招差术”	189
三、朱世杰的“垛积招差术”	197
第十一章 “大衍求一术”及其他	206
一、“大衍求一术”	206
二、宋元数学家的割圓术	209
1. 《授时历》弧矢割圓术	209
2. 赵友欽的割圓术	214
第十二章 宋元时期的中外数学交流	217
一、中国和伊斯兰国家間的数学交流	217
1. 中国数学对伊斯兰国家数学的影响	217

2. 传入中国的伊斯兰国家的数学知識	224
二、中国和朝鮮、日本之間的数学交流	226
第四編 明末至清末的中国数学	229
第十三章 明清之际西方数学的传入	234
一、最早的数学翻譯与明末学者对西方数学的研究	234
二、《崇禎历书》中的数学	240
三、《历学会通》中的数学	245
第十四章 梅文鼎的数学著述	251
一、梅文鼎数学著作評述	251
二、梅文鼎的数学思想	263
三、与梅文鼎同一时期的几个数学家	265
第十五章 《数理精蘊》	268
一、《数理精蘊》的編纂經過	268
二、《数理精蘊》各卷的內容	269
第十六章 传统数学的整理和发展	282
一、从公元 1723 到 1840 年的时代背景	282
二、《四庫全书》中古典数学书的校勘工作	283
三、焦循、汪萊、李銳的研究成果	286
四、《九章算术》、《海島算經》、《緝古算术》、《四元玉鉴》的注疏 工作	296
五、阮元《畴人传》与罗士琳《續畴人传》	298
第十七章 三角函数展开式的研究	301
一、明安图《割圓密率捷法》	301
二、董祐誠的《割圓連比例图解》	306
三、項名达的《象数一原》	309
四、項名达的椭圆求周术	310
第十八章 戴煦、李善兰等的教学研究	313
一、戴煦	313
二、李善兰	317
三、徐有壬、顧觀光与邹伯奇	329

四、夏鸞翔	330
第十九章 清代末期的数学研究与翻译工作	334
一、华蘅芳	335
二、丁取忠、黄宗宪、左潜、曾纪鸿等	337
三、刘彝程	341
四、诸可宝《畴人传三编》与黄钟骏《畴人传四编》	343
五、清代末年的数学教科书	344
索引	347

第一編 秦統一以前的中国数学

本編叙述中国数学的萌芽,主要是秦統一(公元前 221 年)以前数学知識的积累。

“中华民族的发展(这里說的主要地是汉族的发展),和世界上別的許多民族同样,曾經經過了若干万年的无階級的原始公社的生活。而从原始公社崩潰,社会生活轉入階級生活那个时代开始,經過奴隶社会、封建社会,直到現在,已有了大約四千年之久”¹⁾。在四千年以前的原始公社生活里和后来的奴隶社会生产实践里,劳动人民創造了我国的古代文明,为我国悠久灿烂的文化树立了一个光輝的开始。

数学知識的特点虽在于它的概念和結論的高度抽象性,但这些概念和結論都是从生活实践中产生的。人們的生活实践是数学的真正源泉。我們的祖先从上古的未开化时代开始,經過許多世代,积累了长时期的实际經驗,数量概念和几何概念才得到了发展。

在殷代遺留下来的甲骨文字中,自然数的記法已經毫无例外地用着十进位制。这个十进位記数法究竟从什么时候开始?因为沒有考証資料,我們不能得出結論。伴随着原始公社的解体,私有制和貨物交換已經产生。《周易·繫辭传》說,“包牺氏沒,神农氏作。……日中为市,致天下之民,聚天下之貨,交易而退,各得其所”。为了貨物交換的順利进行,人們逐漸有統一的記数方法和簡單的計算技能。大約在五千年前,人民对于数与量已有一定程度的認識,是可以想象的。

1) 毛泽东:“中国革命与中国共产党”《毛泽东选集》第二卷,人民出版社,1958年,616頁。

人們首先从自然界形形色色的事物的認識中，建立了图形的觀念。并且按照生活实践的要求，制造出各种形状的陶器，建筑自己的住所，制造自己的弓矢，树立了几何抽象概念的基础。为了要制成的物品有規則的形状，使它們圓的圓、方的方、平的平、直的直，創造了規、矩、准、繩。战国时期的《尸子》說，“古者，倕为規、矩、准、繩，使天下倣焉”。古代傳說，倕是黃帝時人，或說是堯時人，时代不能确定。近来的考古发掘，在西安附近半坡村遺址上发现有圓形和正方形的房屋基地。这說明在夏代奴隶社会以前原始部落时期已有圓形和方形的建筑物。

由于私有制的发展，階級的产生，奴隶占有制国家出現了。中国奴隶社会的发生、发展和崩潰，約有一千五百年的历史。夏代是私有制确立和巩固的时期。夏代产生了农业和手工业的分工，出現了从事各种手工业(如陶器、青銅器、車輛等等)生产的氏族。在这种社会分工的制度下，关于几何形体和数量的認識必然有所提高。防治洪水和灌溉田地的水利工程与制訂适合农时的曆法都需要数学知識和計算技能。社会实践是数学发展的动力。

到了殷代，奴隶主的国家已正式确立。奴隶占有制在当时是适合于生产力发展的。因此，造成了高度发展的殷商文化。殷人用甲、乙、丙、丁等十干，和子、丑、寅、卯等十二支組成甲子、乙丑、丙寅、丁卯等六十个日名，用来記錄日期的先后順序。从殷虛发掘出来的一片兽骨，它記錄了正月、二月的全部日名，正月从甲子日起，癸巳日終，二月从甲午日起，癸亥日終，两个月刚好是甲子到癸亥的六十天。为了适应农业生产，殷人有一定的曆日制度。但殷代曆法用不用有大、小月的阴曆月，有沒有春夏秋冬四季，仅凭殷虛甲骨文卜辞所供給的資料，不容易得出可靠的結論。由于貨物交換的发达，殷代已有用多量的貝壳来交換物品的习惯，这种貝壳就帶有一些貨幣的味道。甲骨文卜辞中記錄的数字都是十进制制的自然数，最大的数字是三万。

公元前第十一世紀末，周人灭殷后，就在原有氏族制度的基础

上建立一个文明国家，奴隶制經濟获得进一步的发展。在政治經濟上有实力的氏族貴族組織成強大的政治集团。其中有所謂“士”的阶层是受过礼、乐、射、御、书、数六艺訓練的人。“数”作为六艺之一，开始形成一个学科。用算筹来記数和四則运算很可能在西周时期已經开始了。

周王朝东迁（公元前 770 年）后，西周貴族的氏族組織逐漸解体，統治階級的政权逐漸下移。同时因劳动人民开始利用鉄器，生产力逐漸提高，生产方式有所改变。生产实践促进了数学知識和計算技能的发展。当时掌握着“詩书礼乐”的少数上层階級分子有了專門的文化工作。他們是由西周的“官学”轉化到战国时期的“私学”的过渡人物。司馬迁《史記·曆书》說，“幽、厉之世，周室微，陪臣执政。史不記时，君不告朔。故疇人子弟分散，或在諸侯，或在夷狄”。这些疇人子弟是分散在春秋各国的熟悉天文、曆法等專門知識的世家子弟。春秋时期的天文、曆法工作是有显著成就的，无疑是各国疇人的貢獻。

《春秋》魯宣公十五年（公元前 594 年）“初稅亩”，《公羊传》的解释是“履亩而稅”。“初稅亩”表明魯国在那时正式宣布废除旧有的井田制，合法地承認公田和私田的所有权，一律取稅。这是地主制度的正式成立，也是封建制度的萌芽。从春秋以来，奴隶制的农村公社逐漸瓦解，耕田的农民逐漸成为佃农或自耕农，这种新的生产关系提高了农民的生产积极性。同时，水利事业的发达，耕地面积的扩大，农业技术的改进，鉄制生产工具的大量使用，更促进了封建社会初期的生产发展。与农业生产发展的同时，手工业生产和商业也有相应的发展。

战国时期，奴隶制度逐漸破坏，封建秩序逐漸建立起来。新兴的封建地主階級对于不合时宜的旧制度、旧思想进行了解放斗争，但各家异說，他們提出来的新思想很难得到統一，大致說来有儒家、墨家、道家、名家、法家、阴阳家等派別。不同学派互相爭辯成为盛极一时的风气。合乎邏輯的思維規律在各学派中都認為是爭

辯的重要武器。他們和同一时代的希腊哲学家不同，大都重視道德論、政治論和人生論，对于自然科学的認識显得分量不大。春秋以来劳动人民在生产实践中积累起不少数学知識是无可怀疑的，但对于数学这个学科，諸子百家中沒有一个是专家，沒有一本專門著作流传到后世。

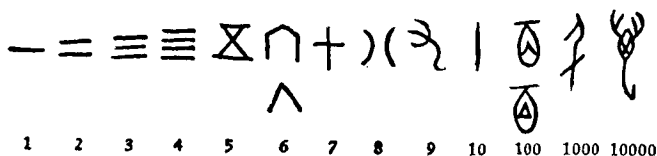
墨家和名家掌握了或多或少的自然科学知識，他們提出来的命題中，有几个属于数学概念的定义，为理論数学树立了良好的开端。秦朝統一全中国，封建社会的秩序巩固了，战国末期百家爭鳴的潮流被迫停頓。前汉时期的数学向应用算术方面发展，墨家和名家所启发的数学理論就沒有更进一步的发展。

战国时期由于生产方式的改变，封建制度逐漸巩固，历史上形成了封建社会初期的阶段。就数学发展史而言，在战国时期里，尽管数学知識的积累比春秋时期丰富，但流传下来的史料还是很少。因此，我們把这一时期的数学发展归入本編內。

第一章 秦統一以前的中国数学

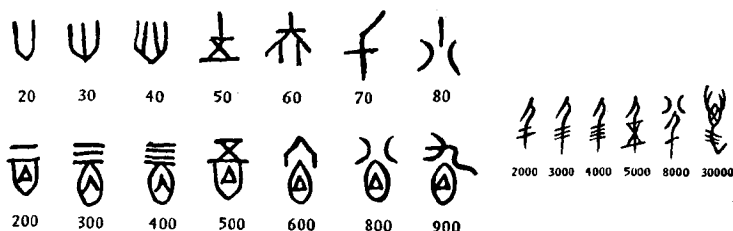
一、文字記数法

殷虛甲骨文卜辭中有很多記数的文字。大于10的自然数都用十进制制，沒有例外。般人同后世人一样，用一、二、三、四、五、六、七、八、九、十、百、千、万十三个单字記十万以內的任何自然数，例如記2656作“二千六百五十六”，只是記数文字的形体和后世的文字有所不同。下列是甲骨文的十三个記数单字：

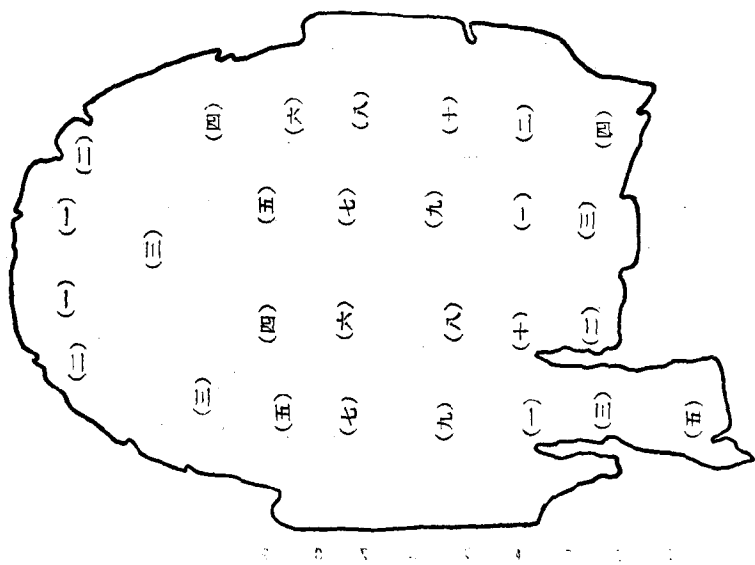


前面四个字是象形文字，五、六、七、八、九都是假借字。五原是“午”字，六或入原是“入”字，十是“切”的初字，)(象分別相背之形，)(象肘形，这五个字的产生无疑是在前面四个字之后。一 是直立的一字。百、千二字的来历不很清楚。“万”字是“蠶”的初字，象一个蠶子。

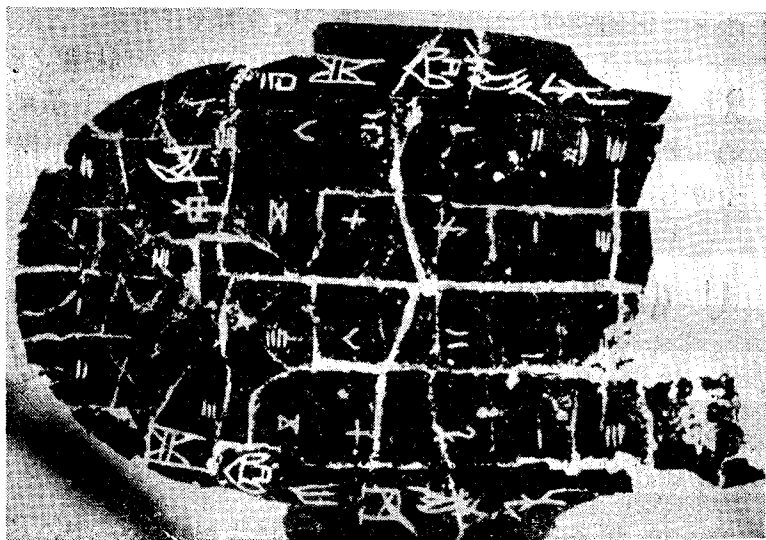
十、百、千、万的倍数，在甲骨文中通常用合文，例如



表示20、30、40的合文作)(、)(、)(，实际上是直立的二字、三字、三字。其他合文数字的形体是把两个字合写成一个单字，但讀起



(采自《殷墟文字》乙編, 7672)



甲骨文中的数字

来还是两个音节，例如“八日辛亥允伐伐，人𠄎𠄎文𠄎人”¹⁾中的数字是二千六百五十六。殷人記数有时在百位数字、十位数字、单位数字之間添一个“出”字或“𠄎”字，例如“五十出六”，“三百出卅八”，“卅𠄎五”等等。

西周钟鼎文字中，四写作三，或作四、𠄎，十写作十，記多位数时，十的倍数和百的倍数有时也用合文，但字形同甲骨文不一样，例如孟鼎銘文“人鬲自駿至于庶人六百𠄎五十𠄎九夫”其中数字659写作“𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎”，五十的合文是上五下十，和甲骨文的上十下五写法不同。

汉以后的人記多位数字，都不用“𠄎”字隔开，也不用合文，例如記6614作“六千六百一十四”，千、百、十表示十进位制的位次，六、六、一、四表示各位的数字。又例如記86021作“八万六千二十一”，百位上是空的，也不需用“𠄎”字隔开。于此可見祖国人民記数的語言文字是既簡且明的。后世記数文字中仍旧用卅字（讀如念）和卅字（讀如颯）表示20和30，但它們不是合文。

春秋时期，人民記錄大数用亿、兆、經、姦等字表示数字的十进单位。《國語·郑語》史伯对郑桓公說，“合十数以訓百体，出千品，具万方，計亿事，材兆物，收經入，行姦极”。后世記錄大数，万、亿、兆、京、垓，都改从万进，或其他进法，将在第四章第一节里介紹。

二、算筹記数

我国古代用算筹記数。象我們現在在算盘里撥动算珠来計算一样，古人运用記数的算筹做加、減、乘、除等数字計算工作。秦以前，算筹的粗細、长短，因史料缺乏，現在无法考証。《汉书·律曆志》（第一世紀）說，“其算法用竹，径一分，长六寸”。汉尺1尺长23厘米，算筹长6寸合13.8厘米，径3分合0.69厘米。甄鸞《数

1) 郭沫若：“釋五十”，《甲骨文字研究》，科学出版社，1962年新一版，116頁。