学教学参考书及考研辅导班教学用书

大学数学 概念、方法与技巧

线性代数与概率统计部分

俞正光 王飞燕 叶 俊 赵衡秀 编

TUP
清华大学出版社

Springer
施普林格出版社

大学数学——概念、方法与技巧

线性代数及概率统计部分

俞正光　王飞燕
叶　俊　赵衡秀　编

清华大学出版社
施普林格出版社

(京)新登字 158 号

书　名：大学数学——概念、方法与技巧
　　　　线性代数及概率统计部分
作　者：俞正光　王飞燕　叶　俊　赵衡秀 编
出版者：清华大学出版社　施普林格出版社
　　　　(北京清华大学学研大厦，邮编 100084)
　　　　http://www.tup.tsinghua.edu.cn
印刷者：北京顺义振华印刷厂
发行者：新华书店总店北京发行所
开　本：850×1168 1/32　印张：17.25　字数：429 千字
版　次：2001 年 8 月第 1 版　2001 年 8 月第 1 次印刷
书　号：ISBN 7-302-04613-1/O・264
印　数：0001～5000
定　价：24.00 元

前　言

《大学数学——概念、方法与技巧》是一套学习与复习大学数学的系列辅导教材，主要是为大学非数学类本科生与全国硕士研究生入学统一考试应试者，系统地复习大学数学内容、以求巩固提高所学知识，取得良好考试成绩而编写的．内容包括微积分，线性代数与概率统计两个分册，以及将陆续出版的配套习题集、模拟试题与解答等分册．选材原则与教学要求是按照清华大学非数学类本科生数学教学大纲与教育部颁发的全国硕士研究生入学统一考试大纲而确定的．本教材也可作为大学数学的教学参考书．

本书是编者数十年教学经验的积累，是编者依据对课程内容的研究理解，并在综合分析学生认识规律的基础上编写而成的．许多教学资料是第一次向外公开．这些教师不但有丰富的教学经历，同时也多从事科研工作，对数学基本概念、基本方法的灵活运用特别重视．另外，他们也都是清华大学考研辅导班的主讲教师，对全国硕士研究生入学统一考试大纲的要求与题型结构均有深入的研究．因此，本书的编写风格与内容取舍充分体现了他们注重知识的基础性、系统性、交叉性与技巧性的教学风范．同时，本书在整体内容上把平时的教学要求与考研复习的需要结合起来，既突出了基础，又具有较强的针对性，希望能对两类读者都有全方位的指导意义，为他们训练数学思维与解题能力提供较为系统的帮助．

学好数学，重在基础．一味追求技巧，往往导致无所适从，望题生畏．本书在内容安排上强调基本概念与基本思维的训练，各章节均配有相当数量的基本例题（**例** *．*．*），其中蕴涵着基本

概念、基本方法与技巧．应该说，扎实熟练的基本概念，加上对基本方法的深入思考，是技巧的真正源泉．另外，在大多数章节里，还选编了一定数量的综合例题（**综例** *．*．*．），体现知识的综合性与交叉性，与训练综合运用所学知识进行分析问题及解决问题的能力．基于体现综合性与交叉性的考虑，在个别例题中所涉及的内容可能超前本章的内容安排．读者在使用本书时，对书内例题应首先立足于独立思考，而后有选择地查阅解答过程，对一些典型题，应争取有自己的解题方法．很可能你的方法会优于书中提供的方法，果真如此，正说明你学习的深入．对准备考研的读者，鉴于国家每年公布的考试大纲会有局部变化以及四类数学试卷的分类，在使用本书时，可参照考试大纲，有选择地略去书内某些章节．

每册书后附有清华大学相应课程的近期试题及答案，以供读者练习．这些试题的详细解答将放在后续出版的本系列辅导教材中．

全书编写工作得到清华大学数学科学系副主任白峰杉教授与其他许多教师的支持与帮助，责任编辑刘颖博士为本书的编写与书稿的勘误提出许多好的建议，并对全书的编审做出了大量出色的工作，编者向他们表示衷心的感谢．限于编者水平及撰稿时间仓促，对书中的疏漏与错误，敬请读者批评指出．

本书主编为刘坤林．全书各章节编写分工如下：

微积分部分：刘坤林（1～13 章），谭泽光（14～23 章）；

线性代数部分：俞正光（1～3 章），王飞燕（4～6 章）；

概率统计部分：叶俊（1～5 章），赵衡秀（6～8 章）．

作者简介

谭泽光

1962年毕业于清华大学，清华大学责任教授.

长期在清华大学从事数学基础课程教学和应用数学及运筹学方面的科研工作，曾在奥地利 Graz University 任访问教授. 讲授过高等数学、线性代数、最优化理论基础等多门课程，分析系列课程负责人. 长期担任清华大学考研辅导班数学主讲.

负责过多项科研项目，发表学术论文20多篇，并编著数学规划等教材. 先后获省部级以上奖励四次，1992年获国家科技进步二等奖.

任《高校应用数学学报》编委. 1997年开始担任国家工科基础课程教学(清华数学)基地负责人，投入较多精力从事数学教改研究工作，2001年获国家教学改革成果二等奖.

俞正光

1962年毕业于清华大学. 清华大学责任教授.

清华大学代数系列课程负责人. 从事组合图论的研究，发表学术论文10多篇. 主编《线性代数与解析几何》、《理工科代数基础》等著作.

长期担任清华大学考研辅导班数学主讲和清华大学 MBA 入学辅导数学主讲. 1997年开始担任国家工科基础课程教学(清华数学)基地负责人，从事数学教改研究工作.

曾参加全国工商管理硕士研究生入学考试研究中心组织编写的《MBA联考考前辅导教材》，主编《全国工程硕士研究生入学考试数学考试大纲及考前辅导教材》等各类考研数学辅导教材.

刘坤林

1970 年清华大学数学力学系毕业. 清华大学责任教授.

从事基础数学与应用数学教学工作,两次获清华大学教学优秀奖. 研究方向:控制理论与系统辨识,随机系统建模及预测,并行计算. 1994 年至 1995 年在美国 Texas A&M University 与 Duke University 任访问研究教授并讲学. 发表学术论文 30 多篇,著有教材《工程数学》,《系统与系统辨识》. 先后七次获国家及省市部级科学技术进步奖. 清华大学考研辅导班主讲,清华大学 MPA 考前培训班主讲.

中国工业与应用数学学会常务理事,副秘书长. 系统与控制专业委员会委员,《控制理论及其应用》特邀审稿专家.

赵衡秀　女

1962 年毕业于清华大学. 清华大学数学科学系副教授.

研究方向为概率统计应用. 长期讲授"概率统计"及"微积分"等课程. 并担任清华大学考研辅导班数学主讲,清华大学 MBA 入学辅导数学主讲.

参加编写《MBA 全国联考应试清华辅导数学教材》、《MBA 入学命题预测数学试卷》、《考研数学常考知识点》等各类考研数学辅导教材.

王飞燕　女

1967 年毕业于清华大学,现任清华大学数学科学系副教授. 主要研究方向:运筹学,经济数学. 参编过《线性代数》、《线性代数辅导》等书籍. 长期在清华大学从事数学教学与教学研究. 主要讲授的课程有:高等数学,代数与几何,数学模型等. 长期担任清华大学考研辅导班数学主讲.

曾获清华大学优秀教学成果奖.

叶俊

1993年北京师范大学数学系博士研究生毕业，现任清华大学副教授.

专业方向：概率统计，应用数学. 主要从事随机过程及其应用、金融数学、时间序列分析等方面的研究. 曾编写《随机数学》等教材.

主要讲授本科生和研究生的概率统计、随机数学方法、微积分及高等概率等课程. 曾获清华大学首届青年教师教学优秀奖，96，97年度清华大学优秀教学成果特等奖，1999年获宝钢优秀教师奖.

长期担任清华大学考研辅导班数学主讲和清华大学MBA入学辅导数学主讲.

目　　录

第1篇　线性代数

第 2 篇　概率论及数理统计

第1篇

线 性 代 数

原书空白

第1章 行 列 式

1.1 行列式的性质

行列式的性质在行列式中占有非常重要的地位. 我们通常总是利用行列式的性质,把一个复杂的行列式化成简单的、易算的行列式,最终计算出结果. 在行列式的诸多性质中,以下几条是最基本的,其他性质都可以通过它们推导出来.

1. 行列式的行列互换,其值不变,即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{n2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

这条性质说明行列式中关于行成立的性质,对列也成立.

2. 互换行列式的两行,行列式变号,即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{j1} & a_{j2} & \cdots & a_{jn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{j1} & a_{j2} & \cdots & a_{jn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

3. 如果行列式中某行元素有公因子 c,则公因子可提到行列式外,即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ ca_{i1} & ca_{i2} & \cdots & ca_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = c \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

4. 如果行列式中某行元素是两个数之和，则可拆成两个行列式之和，即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{i1}+c_{i1} & b_{i2}+c_{i2} & \cdots & b_{in}+c_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{i1} & b_{i2} & \cdots & b_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{i1} & c_{i2} & \cdots & c_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

从以上四个性质可以推出许多性质，其中最常用的还有：

5. 如果行列式中有两行成比例或相等，则行列式为零.

6. 行列式中某行元素乘以数 k 然后加到另一行相应的元素，其值不变，如

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{j1} & a_{j2} & \cdots & a_{jn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ ka_{i1}+a_{j1} & ka_{i2}+a_{j2} & \cdots & ka_{in}+a_{jn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

例 1.1.1　计算 n 阶行列式

$$\begin{vmatrix} x & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & x & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & x \end{vmatrix}.$$

【思路】 1. 这个行列式的特点是每行元素的和都相等.因此如果把各列都加到第 1 列,则第 1 列有公因子 $x+(n-1)$,可以提到行列式外,这就形成以下解法一.

2. 这个行列式的另一特点是每行每列只有一个元素与其他元素不同,可以试图利用性质 4 来简化计算,这就是以下解法二.

【解】 (方法 1)

$$\begin{vmatrix} x & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & x & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x+(n-1) & 1 & \cdots & 1 \\ x+(n-1) & x & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x+(n-1) & 1 & \cdots & x \end{vmatrix}$$

$$= (x+n-1)\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & x & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & x \end{vmatrix}$$

$$= (x+n-1)\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & x-1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & x-1 \end{vmatrix}$$

$$= (x+n-1)(x-1)^{n-1}.$$

(方法 2)