高等学校教学用书

电真空物理

DIANZHENKONG WULI

魏 楊 編

人民教育出版社

高等学校教学用书

电真空物理

DIANZHENKONG WULI

魏楊編

人民教育出版社

电真空物理

魏杨 编

人民教育出版社出版 高等学校教学用书编辑部
北京宣武門內承恩寺7号

（北京市书刊出版业营业許可証出字第2号）

人民教育印刷厂印装

新华书店科技发行所发行

各地新华书店經售

統一书号 13010·1015 开本 850×1168 1/32 印張 7 3/16

字数 170,000 印数 0001—3,500 定价（6）¥0.70

1961年9月第1版 1961年9月北京第1次印刷

目　录

05265

第一篇　电子运动

第一章　电子运动

§1. 电子在均匀静电場中的运动

电子在静电場E中所受的力为$\boldsymbol{f}=-e\boldsymbol{E}$，式中$-e$为电子电荷，但$\boldsymbol{f}=m\boldsymbol{a}$，故电子在电場中的加速度$a$为

$$\boldsymbol{a}=-\frac{e}{m}\boldsymbol{E}. \tag{1-1}$$

式中$\boldsymbol{a}$及$\boldsymbol{E}$均为矢量。在一般情况下（非均匀电場）上式的解答可能很不簡单，甚而根本无法严格解出。现在只考虑最簡单的情况，即均匀静电場中的电子运动。

設电場在y方向，则代表运动的微分方程为：

$$\frac{d^2y}{dt^2}=-\frac{e}{m}E_y. \tag{1-2}$$

設电子初速为v_0，起点的坐标为(x_0, y_0)，则将上式积分两次并代入起始条件，则得

$$y=y_0+v_0t-\frac{eE_y}{2m}t^2. \tag{1-3}$$

可見均匀静电場中电子运动的情况和重力場中质点运动的规律相同。在这里$-\frac{eE_y}{m}$相当于重力加速度g。

和电場平行的运动。設电子在均匀静电場中由静止出发，且起点的$y=0$，则在任何时刻t，电子的位移及速度为

$$y=-\frac{eE_y}{2m}t^2, \tag{1-4}$$

$$v_y = -\frac{eE_y}{m}t. \tag{1-5}$$

电子在任何时刻的动能 $\frac{1}{2}mv^2$ 则为:

$$\varepsilon = \frac{m}{2}\left(\frac{eE_y}{m}\right)^2 t^2 = -eE_y y. \tag{1-6}$$

但 $E_y y$ 则为电子所經过的电位差 U, 故

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU. \tag{1-7}$$

由上式可得电子速度与所經过的电位差的关系:

$$v = \sqrt{2\frac{e}{m}U}. \tag{1-8}$$

将电子的荷质比代入上式则

$$v = 5.93\times 10^7\sqrt{U}\ \text{厘米/秒}, \tag{1-9}$$

式中 U 以伏为单位。

由上式可見, 电子縱然只經过很小的加速电位差, 也能获得很大的速度。例如只需要大約 $\frac{1}{3}$ 的微伏就可使电子达到声速。

若电子具有初速 v_0 則能量的关系为

$$\frac{m}{2}(v^2 - v_0^2) = e(U - U_0), \tag{1-10}$$

式中 U_0 是在初速为 v_0 之处的电位。

注意速度和电子所經过的电位差的关系, 并不仅适用于均匀电場。对于非均匀的静电場, 它也适用。这是因为运动質点所获得的动能等于它所受的力沿着軌道的綫积分, 即

$$\frac{1}{2}mv^2 = \int \boldsymbol{f}\cdot d\boldsymbol{l}, \tag{1-11}$$

但 $\boldsymbol{f} = -e\boldsymbol{E}$, 故

$$\int \boldsymbol{f}\cdot d\boldsymbol{l} = -e\int \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l} = eU. \tag{1-12}$$

所以不管电位分布如何及电子軌道如何，只要是在静电場中，电子动能的变化和所經过的电位差关系式

$$\frac{1}{2}mv^2=eU$$

或

$$v=\sqrt{2\frac{e}{m}U}$$

总是正确的。

和电場垂直的运动。在有些电子管中，电子所受的力和它原始运动的方向垂直。例如图 1-1 所示的示波管中就是这样。若偏

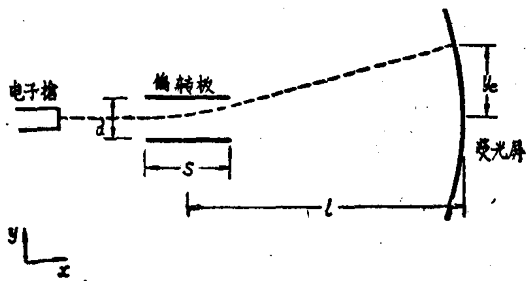

图 1-1 示波管中电子束受偏轉板中垂直电場的作用而偏轉

轉电压 U_d 比之电子原来所經过的加速电压，則 x 方向和 y 方向的运动可以分开考慮，即 x 方向的速度可認为常数；而 y 方向的运动則决定于偏轉电压。設偏轉板长为 s，距离为 d，則电子經过偏轉板时在 y 方向的加速度为

$$a=\frac{eU_d}{md}. \tag{1-13}$$

电子經过偏轉板所需的时間为 $\frac{s}{v_0}$，故电子离开偏轉板后在 y 方向的速度为

$$v_y=\frac{eU_d s}{mdv_0}.$$

由于这个分速度，电子达到熒光屏时的偏轉距离为

$$y_l = v_y \frac{l}{v_0} = \frac{eU_d\, l s}{m d v_0^2},$$

将 $v_0^2 = 2\frac{e}{m}U_0$ 代入则得

$$y_l = \frac{U_d\, l s}{2U_0 d}. \tag{1-14}$$

一般情况。一般情况下，电子初速 v_0 与均匀电場可以成任意角，例如图 1-2 所示。这时电子所受的加速为 $-\frac{eE_y}{m}$。

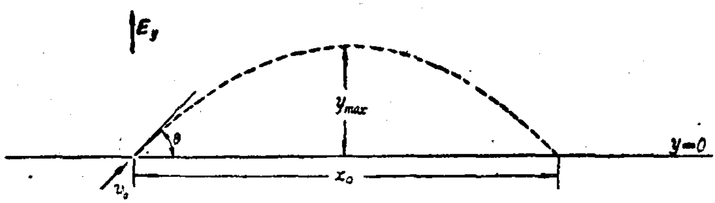

图 1-2　电子在均匀电場中的軌迹一般为抛物綫

故运动方程为：

$$v_x = v_0\cos\theta, \tag{1-15}$$

$$v_y = v_0\sin\theta - \frac{eE_y}{m}t. \tag{1-16}$$

設电子进入电場之点 $x=0, y=0$，则将上式积分后得

$$x = v_0(\cos\theta)\, t, \tag{1-17}$$

$$y = v_0(\sin\theta)\, t - \frac{eE_y}{2m}t^2. \tag{1-18}$$

将上两式消去 t 则得运动軌道为一抛物綫，即

$$y = (\tan\theta)x - \frac{E_y}{4U_0\cos^2\theta}x^2. \tag{1-19}$$

当电子达到最高之点，显然有 $v_y = 0$，这时

$$t_1 = \sqrt{\frac{2mU_0}{e}}\ \frac{\sin\theta}{E_y}, \tag{1-20}$$

故得出 y 的极大值为

$$y_{\max}=\frac{U_0}{E_y}\sin^2\theta. \tag{1-21}$$

当电子回到 $y=0$ 处，$t=2t_1$，这时电子在水平方向的位移为

$$\begin{aligned} x_0&=\frac{4U_0}{E_y}\sin\theta\cos\theta \\ &=\frac{2U_0}{E_y}\sin 2\theta. \end{aligned} \tag{1-22}$$

§2. 电子在两度非均匀电場中的运动

在此情况下电子的运动方程为:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2}&=-\frac{e}{m}E_x, \\ \frac{d^2y}{dt^2}&=-\frac{e}{m}E_y. \end{aligned}\right\} \tag{2-1}$$

解此两式，则得 x 及 y 以 t 为参变量的表达式。消去 t 则得軌迹的方程。不过一般情况下，上式无法解出。以下只討論一种有解的特例。

图 1-3 中有两导体平面 $y=x$ 及 $y=-x$，其电位均为零。解

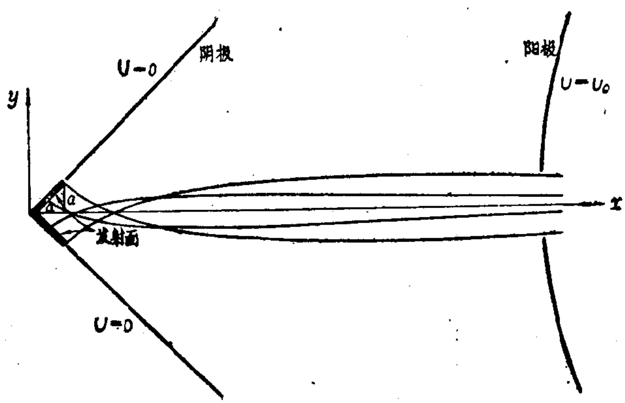

图 1-3　直角平面导体电場中电子軌道

拉普拉斯方程则得电位分布及电场分布为:

$$U=K(x^2-y^2),\tag{2-2}$$

$$\left.\begin{aligned}E_x&=-\frac{\partial U}{\partial x}=-2Kx,\\E_y&=-\frac{\partial U}{\partial y}=2Ky.\end{aligned}\right\}\tag{2-3}$$

由此可得电子的运动方程为:

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2}&=\frac{2eK}{m}x,\\\frac{d^2y}{dt^2}&=-\frac{2eK}{m}y.\end{aligned}\right\}\tag{2-4}$$

此两方程的解为

$$\left.\begin{aligned}x&=A\cosh\omega t+B\sinh\omega t,\\y&=C\cos\omega t+D\sin\omega t,\end{aligned}\right\}\tag{2-5}$$

式中 $\omega=\left(\frac{2eK}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$，四个积分常数则需根据初始条件来决定。設有一电子由导体面出发，当 $t=0$ 时，設 $x=y=a$，$\frac{dx}{dt}=\frac{dy}{dt}=0$，将此条件式代入(2-5)则得

$$\left.\begin{aligned}x&=a\cosh\omega t,\\y&=a\cos\omega t.\end{aligned}\right\}\tag{2-6}$$

这就是 x 及 y 的以 t 为参变量的表达式。消去 t 则結果很复杂，不必另外求軌道的方程了。

由上式可见电子在 x 方向的速度大致是指数地增大，而 y 方向的速度则随时間而周期性地变化。电子每周期跨过 x 軸两次，但跨过 x 軸之点則相距愈来愈远。电子离开 x 軸最大的距离为 a。

利用这样的电場可以建立带形的电子束。电子束的厚度虽然不是处处一样，但始終小于发射面的寬度。

§3. 极坐标中的运动方程

在同軸圓柱形电极(图 1-4) 情况下采用极坐标更为方便。这时建立运动方程必須根据力学上的关系：运动质点的动量矩随着时間的变化率等于它所受的外力的力矩。

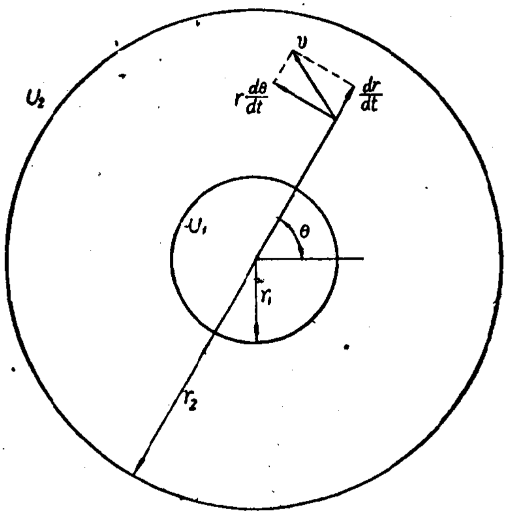

图 1-4　同心圓柱形电极

先考虑徑向力。质点所受的徑向力有两部分：(1)由于徑向电場 E_r，及(2)质点旋轉时所受的离心力。此两力之和应等于电子质量与徑向加速度之乘积。即

$$mr\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 - eE_r = m\frac{d^2r}{dt^2}. \tag{3-1}$$

現在再考虑横向的力。此力应等于 $-eE_\theta$。根据上述的力学上的关系，又由于质点的动量矩等于轉动慣量 mr^2 与角速度 $\frac{d\theta}{dt}$ 的乘积，故可写出

$$\frac{d}{dt}\left(mr^2\frac{d\theta}{dt}\right) = -eE_\theta r. \tag{3-2}$$

一般情况下(3-1)及(3-2)两式很难解出，甚而无法解出。但在某些特殊情况下，则很容易解出。例如当 $E_\theta=0$ 时，则(3-2)式变为

$$mr^2\frac{d\theta}{dt}=\text{常数}, \tag{3-3}$$

这正是动量矩守恒定律。

在許多情况下不必計算出电子的运动軌迹，但根据动量矩守恒定律及能量守恒定律也可以得出一些重要的結論。

§4. 电子在徑向电場中的运动

徑向电場是两度非均匀电場的一个特例；同时也是应用极坐标运动方程的一个具体实例。

設有两个同軸圓柱，电极内圓柱的半徑为 r_1，外圓柱的半徑为 r_2，内外圓柱的电位为 U_1 及 U_2，如图 1-4 所示。由靜电学可知此两电极之間的电場是徑向的；其强度为

$$E_r=\frac{U_1-U_2}{\ln\frac{r_2}{r_1}}\frac{1}{r}. \tag{4-1}$$

設有一电子以横向速度 v_0 在半徑 $r=r_0$ 之处进入此电場。由于电場使电子所受的徑向力为 $-eE_r$。若在 $r=r_0$ 处此力与惯性离心力 $\frac{mv_0^2}{r_0}$ 大小相等且方向相反，則徑向加速度为零，于是电子沿着圓周运动，这时电場强度应为

$$(E_r)_{r=r_0}=\frac{mv_0^2}{er_0}.$$

由于(4-1)故有：

$$E_r=\frac{mv_0^2}{er}. \tag{4-2}$$

若另一电子也在 $r=r_0$ 处进入此电場，但其初速除横向分量

v_0之外尚具有微小的徑向分量,电子进入电場时的动量矩为mv_0r_0，由于徑向电場的力矩为零，故动量矩守恒。由于电子在徑向的位移，其角速度也随之而变。但此动量矩則始終不变，故得

$$mr^2\frac{d\theta}{dt}=mr_0v_0. \tag{4-3}$$

将(4-2)及(4-3)两式代入(3-1)則得出徑向的运动方程为

$$\frac{r_0^2v_0^2}{r^3}-\frac{v_0^2}{r}=\frac{d^2r}{dt^2}. \tag{4-4}$$

观察此式可得出重要結論：当 $r=r_0$ 时，徑向加速度为零，若 $r>r_0$ 則第二項占优势，于是 $\frac{d^2r}{dt^2}$ 为負。反之若 $r<r_0$ 則第一項占优势，于是 $\frac{d^2r}{dt^2}$ 为正。可見加速度的方向是使电子保持原来的半徑而运动。也就是說 $r=r_0$ 的圓周是个稳定的軌道。

(4-4)式可以近似地解出。設电子离开平衡軌道的距离为 δ，将 $r=r_0+\delta$ 代入(4-4)式

$$\frac{d^2r}{dt^2}=\frac{d^2\delta}{dt^2}=-v_0^2\frac{2r_0\delta+\delta^2}{(r_0+\delta)^3}, \tag{4-5}$$

旣然 $\delta<<r_0$ 上式又可化簡为

$$\frac{d^2\delta}{dt^2}=-\frac{2v_0^2\delta}{r_0^2}. \tag{4-6}$$

上式的解为$\sqrt{2}\frac{v_0}{r_0}t$ 的正弦和余弦。即

$$\delta=A\sin\sqrt{2}\frac{v_0}{r_0}t+B\cos\sqrt{2}\frac{v_0}{r_0}t. \tag{4-7}$$

可見只要离开平衡軌道的距离很小，电子运动是由两种方式合成的：(1)角速度为$\frac{v_0}{r_0}$的圓运动及(2)周期为$\sqrt{2}\pi\frac{r_0}{v_0}$的徑向的簡諧振动。可見初速度除横向分量 v_0 之外尚具有微小徑向分量的电子，在做圓运动的同时还要向外运动。当电子向外运动时其离心力减小，于是电場的徑向力又使电子向着圓心运动。电子回到

半徑 $r=r_0$ 处所需的时間为 $\frac{\pi}{\sqrt{2}}\frac{r_0}{v_0}$。在此时間内电子所轉过的角度为 $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$ 或127°，不管电子初速度的徑向分量大小如何(但比之横向分量 v_0 必須很小)。因此利用徑向电場也可以使电子束聚焦如图1-5所示。

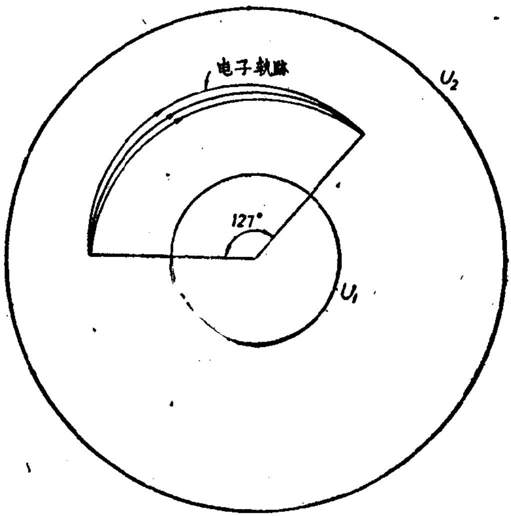

图1-5 徑向电場的聚焦作用

由以上討論可知，若电子进入电位为 U_1 及 U_2 的同心圓柱电极中时仅具有横向速度 v_0，且 v_0 之値为

$$v_0=\sqrt{\frac{e}{m}\frac{U_1-U_2}{\ln\frac{r_2}{r_1}}}, \tag{4-8}$$

則电子的軌道为一圓周。若电子除上式所决定的 v_0 之外尙具有微小的徑向初速 v_r，則电子的軌道仍然和圓周近似。以下研究較为普遍的情况，即电子以横向初速 $v_1\neq v_0$ 进入 $r=r_0$ 处的运动情况。

在此情况下，动量矩 $mr^2\frac{d\theta}{dt}$ 仍然为常数 mr_0v_1，即

$$mr^2\frac{d\theta}{dt}=mr_0v_1. \tag{4-9}$$

設 E_r 仍根据(4-2)用 v_0 来表示之，則径向运动方程在现在情况下变为

$$\frac{r_0^2v_1^2}{r^3}-\frac{v_0^2}{r}=\frac{d^2r}{dt^2}, \tag{4-10}$$

两边各乘以 $2\frac{dr}{dt}$ 則变为全微分

$$\frac{d}{dt}\left(-\frac{r_0^2v_1^2}{r^2}-2v_0^2\ln r\right)=\frac{d}{dt}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2. \tag{4-11}$$

根据初始条件 $\left(\frac{dr}{dt}=0\text{ 当 } r=r_0\right)$ 上式积分后可得

$$\frac{dr}{dt}=\left[v_0^2\ln\frac{r_0^2}{r^2}+v_1^2\left(1-\frac{r_0^2}{r^2}\right)\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{4-12}$$

上式又給出重要的結論：若 $v_1<v_0$，則有两个 r 的值使得 $\frac{dr}{dt}=0$；其中一个 $r=r_0$，另一个 $r<r_0$。例如令 $v_1=\frac{1}{2}v_0$，則当 $r=r_0$

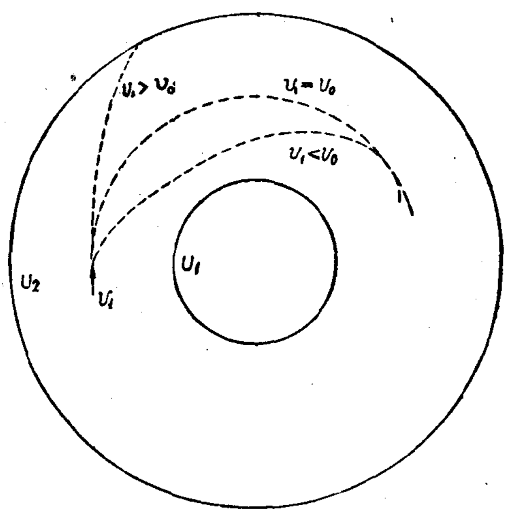

图 1-6　电子在径向电場中的軌迹

及 $r=0.31r_0$ 时 $\frac{dr}{dt}$ 均为 0。根据式(4-10)可知运动开始时徑向加速度为負，故电子旋轉时向着中心偏轉。到了 r 減小到 $0.31r_0$ 时，則徑向速度变为零，徑向加速度变为正。此后电子旋轉时向外面偏轉直到 r 又回到 r_0，总之电子在旋轉的同时，其半徑在 r_0 及 $0.31r_0$ 两极限之間变化如图 1-6 所示。

反过来，若 $v_1>v_0$，則当 $\frac{dr}{dt}=0$ 时，一个根仍为 $r=r_0$，另一个根是 $r>r_0$；这时电子在旋轉的同时，其半徑在 r_0 及此 r 值之間变化。

可見縱然不将运动方程积分，也可得到一些运动軌迹的特点。

§5. 电子在磁場中所受的力

电子在磁場中所受的力为

$$F=-evB\sin\theta, \tag{5-1}$$

式中 B 为磁感应密度。若 B 以高斯为单位，e 用电磁单位表示之，v 以厘米/秒为单位，則 F 的单位为达因。式中 θ 为电子速度 v 与 B 之間的夾角。F 的方向則与磁場 B 及电子速度 v 均垂直，并且指向由 v 轉到 B 的右手螺旋前进的相反方向。若以矢量表示之，則 F 为

$$\mathbf{F}=-e\mathbf{v}\times\mathbf{B}. \tag{5-2}$$

对于任意电荷 q，它在磁場中所受之力为

$$F=qvB\sin\theta, \tag{5-3}$$

其方向与 v 及 B 垂直，并且指向由 v 轉到 B 的右手螺旋前进的方向。

磁場对电荷所作用的力与电場迥然不同。只有运动的电荷才受到磁場的作用力；而且此力与运动的方向始終垂直。由于作用力与运动方向垂直，所以磁場对电荷并不作功；因此靜磁場对于运