清华大学电子与信息技术系列教材

离散时间信号分析和处理

应启珩 冯一云 窦维蓓 编著

清华大学出版社
http://www.tup.tsinghua.edu.cn

清华大学电子与信息技术系列教材

离散时间信号分析和处理

应启珩　冯一云　窦维蓓　编著

清华大学出版社

(京)新登字158号

内 容 简 介

本书系统地介绍了离散时间信号分析和处理的基本概念、基本分析方法和处理技术。全书共9章，内容包括离散时间信号和系统的基础理论，离散傅里叶变换(DFT)及其快速算法(FFT)，数字滤波器的结构及其频域法和时域法设计，有限字长效应，多采样率信号处理。为便于数字信号处理系统的设计和仿真，书中还介绍了目前国际流行的MATLAB软件编程方法，列举了与本书内容有关的典型应用实例。

全书系统性强，概念清晰，反映了数字信号处理领域中的基本内容。每章附有习题，第9章附录详尽给出了用MATLAB语言编程的上机实验指导书。

本书适宜作为高等院校理工科数字信号处理课程的本科生教材，也可作为从事数字信号处理的科技人员自学的基础性参考书。

书　名：离散时间信号分析和处理
作　者：应启珩　冯一云　窦维蓓　编著
出版者：清华大学出版社(北京清华大学学研大厦，邮编100084)
http://www.tup.tsinghua.edu.cn
印刷者：清华大学印刷厂
发行者：新华书店总店北京发行所
开　本：787×1092 1/16　印张：28　字数：661千字
版　次：2001年9月第1版　2001年9月第1次印刷
书　号：ISBN 7-302-04679-4/TN・122
印　数：0001～4000
定　价：34.00元

前　言

随着数字技术与计算机技术的发展，数字信号处理技术已深入到各学科领域。相对于模拟信号处理，用数字技术处理信号具有高灵活性(即可编程)、高稳定性和高精度等特点。由于数字化技术有强大的软、硬件环境支撑，因而发展非常迅速。同时数字信号处理作为一门学科正在不断发展和完善，新的理论、新的算法、新的技术不断涌现，推动了当前信号处理向高速、高效、实时性发展的进程。学习和掌握数字信号处理技术已成为当前信息时代所必不可少的一项重要内容。

作为数字信号处理技术的基础教材，本书主要介绍离散时间信号分析和处理的基本概念、基础理论、分析方法及其在工程实践中的应用。书中介绍了数字信号处理的一般理论和方法，同时对与数字信号处理学科发展有关的部分内容加以引申，以寻求学科发展的脉络，反映学科发展的动向。数字信号处理也是一门工程实践性很强的学科，书中在分析方法上尽量结合计算机仿真需求，并引入国际流行的用于科学计算的 MATLAB 语言。学习本书内容可为读者了解和掌握数字信号处理的理论及工程应用打下扎实的基础，提高应用理论解决实际问题的能力。

全书共 9 章。第 1 章涵盖了离散时间信号和系统的基本理论，这是全书的理论基础。第 2 章、第 3 章是离散傅里叶变换(DFT)及其快速算法(FFT)，这是信号处理中对信号做谱分析的重要内容。作为 DFT 的工程实现，FFT 的提出使数字信号学科步入实践应用阶段，是学科发展中的重要里程碑。该章介绍了快速算法的基本原理，包括从基 2 到混合基以及到目前为止最接近理论效率的分裂基算法，从旋转因子算法到素因子算法，用卷积处理 DFT 的算法等内容，形成比较完整的快速算法内容体系。第 4 章至第 6 章是信号处理中用数字方法实现滤波的数字滤波器设计与实现。第 4 章介绍数字滤波器实现的不同结构。第 5 章是数字滤波器的频域法设计，给出了无限冲激响应(IIR)滤波器和有限冲激响应(FIR)滤波器的不同设计方法。第 6 章时域法(或模型法)设计数字滤波器，完整地介绍了时域过滤信号的概念及信号处理系统中广泛应用的格型滤波器结构。这些内容的引入为读者进一步学习现代谱估计、信号的预测、信号的建模与辨识、自适应滤波等现代信号处理技术打下良好的基础。第 7 章介绍离散时间信号经幅度量化后带来的有限字长效应，该章提出用状态变量法分析溢出振荡、数字系统的运算量化噪声、系统的动态范围等问题，便于用计算处理这些问题，为工程设计中的计算机仿真提供有力的理论依据和方法。多采样率信号处理是信号处理领域中又一重要的研究和应用课题，第 8 章介绍了多采样率概念、频谱变换、多采样率系统结构以及多采样率应用实例，为读者在不同领域中

用多采样率处理信号打下良好的基础。作为信号处理在目前最流行的仿真工具 MATLAB® 软件在第 9 章作了介绍，结合课程内容在讲述编程原理同时给出了有关的编程应用实例。该章附录给出了部分上机练习的详尽实验指导书，通过实验不仅可以学会用 MATLAB 语言编程方法，而且对所学知识应用于实际、增加感性认识是极其重要的。书中每章都有习题，全书约收录 140 道习题，便于读者巩固所学的概念和方法，了解基本理论的应用，提高分析问题和解决问题的能力。

本书原稿第 1，4，5，6 章由应启珩执笔，第 2，3，7，8 章由冯一云执笔，第 9 章由窦维蓓执笔。应启珩对全书做最终校订、修改、增补。程佩青教授对原稿做了详细的审阅，并提出很多改进意见，在此表示感谢。

由于作者水平有限，书中难免有欠妥之处，望读者不吝赐教。

作　者

2001 年 2 月于清华园

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

目　录

第1章 时域离散信号和系统

1.1 引 言

在科学和工程技术领域中需要对各种信号进行处理。所谓信号是指传带信息的物理量，这些物理量如电、声、光等，它们按某一独立变量（例如时间、空间位置等）的改变而变化，从而反映有关物理系统的状态或特性，达到传递信息的目的。如果这些物理量是时间的函数，就构成了时域信号，通常时域信号可以分为时域连续信号和时域离散信号。时域连续信号是指对任意时刻 $t(-\infty<t<\infty)$ 信号函数值总是有定义的。时域离散信号是指信号在时间上是离散的，即只在某些不连续的规定瞬时给出信号的函数值，而在其他时间没有定义。时域离散信号可以从时域连续信号进行抽样得到，也就是在抽样瞬间保留了原连续信号的幅度值，这种信号被称为抽样数据信号。它的特点是时间上是离散的，幅度上是具有无限精度的连续量。为了对信号进行数字化处理，必须对其幅度按要求的精度进行有限位的量化，以便被数字系统所接受，这种时间上离散、幅度上被量化的信号被称为数字信号。数字信号才能用数字系统进行各种处理，以达到分析、识别或使用的目的。

作为数字信号处理的基础，本章将对时域离散信号和系统的基本概念、基本分析方法作一介绍，这是以后各章的基础。

1.2 时域离散信号——序列

1.2.1 序列及其表示

时域离散信号是指那些在离散时间变量 $t=t_k(k=\pm1,\pm2,\cdots)$ 时有定义的信号。若它是从时域连续信号均匀抽样得到的，则在 $t=nT$（T 为抽样时间，$n=\pm1,\pm2,\cdots$）时刻的信号值定义为离散信号值，即

$$x_a(t)\mid_{t=nT}=x_a(nT)=x(n) \tag{1.2.1}$$

而在 $t\neq nT$ 时刻就没有定义。被抽样以后的信号 $x_a(nT)$ 依次放入存储器中，以供处理时随时取用。下角标 a 表示连续量。对数字系统来说，$x_a(nT)$ 中的抽样间隔 T 一般不再示出，而 n 表示抽样时的序号，所以用 $x(n)$ 表示第 n 个离散时间点的序列值。通常把在整个 n 定义域内 $x(n)$ 集合构成的一组有序数列的组合，称为一个序列。

序列可以用 $\{x(n)\}$ 来表示，为简便计算也可以用 $x(n)$ 表示，例如

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

$$x(n) = \{\cdots,0,1,2,3,4,3,2,1,0,\cdots\}, \quad -\infty < n < \infty$$
$$\uparrow$$
$$n = 0 \tag{1.2.2}$$

其中箭头所指的值表示 $n=0$ 时 $x(n)$ 的值，这里 $x(0)=4$，n 值规定为自左向右逐一递增。

如果 $x(n)$ 有闭式表达，则可以用公式表示，如对式(1.2.2)就可以表示为

$$x(n) = \begin{cases} 0, & 4 \leqslant n < \infty \\ 4-n, & 0 \leqslant n \leqslant 3 \\ 4+n, & -3 \leqslant n \leqslant -1 \\ 0, & -\infty < n \leqslant -4 \end{cases}$$

上式也可以表示为

$$x(n) = 4 - |n|, \quad |n| \leqslant 3 \tag{1.2.3}$$

式中对 $|n|>3$ 的 $x(n)$ 值默认为零。

序列的另一表示方法是用图形表示，图 1.2.1 表示式(1.2.3)所示的序列。虽然横坐标画成一条连续的直线，但 $x(n)$ 在整数 n 值才有定义，对非整数值，n 是没有定义的。序列的图形表示非常直观，因而在分析问题时经常使用。

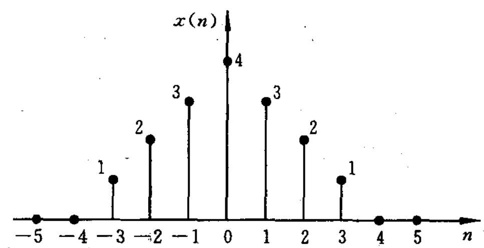

图 1.2.1　序列的图形表示

1.2.2　几种常用序列

1. 单位抽样序列 δ(*n*)

如图 1.2.2 所示：

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} \tag{1.2.4}$$

$\delta(n)$ 类似于时域连续信号中的冲激函数 $\delta(t)$，因而又称单位冲激序列，它们的作用是相同的，所不同的是：$\delta(t)$ 是广义函数，在 $t=0$ 时刻幅度趋向于无限大，即无幅度可言，只有用面积表示的强度。而 $\delta(n)$ 在 $n=0$ 时刻有确定的幅度值，就是 1。

2. 单位阶跃序列 u(*n*)

如图 1.2.3 所示：

$$\mathrm{u}(n) = \begin{cases} 1, & n \geqslant 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \tag{1.2.5}$$

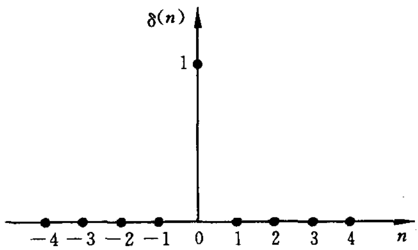

图 1.2.2 单位抽样序列

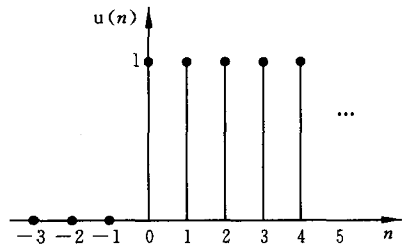

图 1.2.3 单位阶跃序列

这是一个右边序列，经常和其他序列相乘，组合成一个因果性序列。

单位阶跃序列 $\mathrm{u}(n)$与单位抽样序列 $\delta(n)$之间的关系为

$$\delta(n) = \mathrm{u}(n) - \mathrm{u}(n-1) \tag{1.2.6}$$

$$\mathrm{u}(n) = \sum_{k=-\infty}^{n} \delta(k) \tag{1.2.7}$$

3. 矩形序列 $R_N(n)$

如图 1.2.4 所示：

$$R_N(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leqslant n \leqslant N-1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \tag{1.2.8}$$

如果用单位阶跃序列来表示矩形序列，则有

$$R_N(n) = \mathrm{u}(n) - \mathrm{u}(n-N) \tag{1.2.9}$$

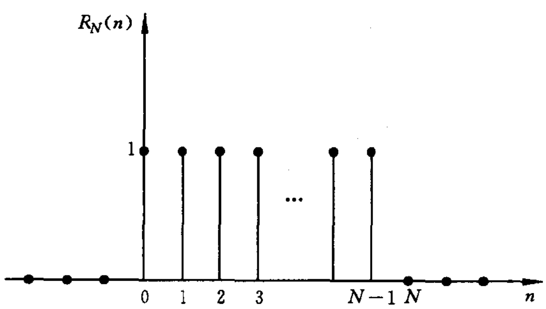

图 1.2.4 矩形序列

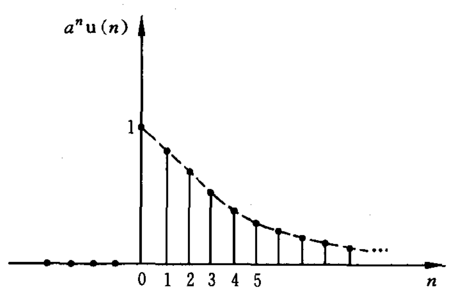

图 1.2.5 实指数序列($0<a<1$)

4. 实指数序列 $a^n\mathrm{u}(n)$

这是单边指数序列，其中 a 为实数。当$|a|<1$ 时，序列是收敛的；当$|a|>1$ 时，则序列是发散的。图 1.2.5 表示 $0<a<1$ 时 $a^n\mathrm{u}(n)$的图形。

5. 周期性序列

若对所有 n 存在一个最小的正整数 N，满足

$$x(n) = x(n+N) \tag{1.2.10}$$

则称此序列为周期性序列，其周期为 N。图 1.2.6 表示了以 $N=8$ 为周期的 4 点矩形周期序列。

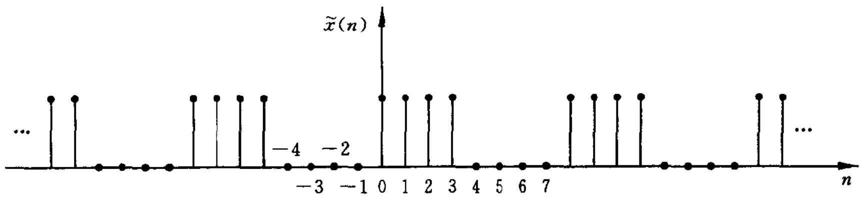

图 1.2.6　周期性序列($N=8$)

6. 正弦型序列

该序列表示为

$$x(n) = A\sin(\omega_0 n + \varphi_0) \tag{1.2.11}$$

式中 A 是幅度；ω_0 为数字角频率，它的单位为 rad；φ_0 为正弦序列的初始相角。

对正弦序列而言它不一定是周期性序列，只有满足某些条件时，才是周期性序列。

由于

$$x(n+N) = A\sin[(n+N)\omega_0 + \varphi_0] = A\sin[n\omega_0 + n\omega_0 + \varphi_0]$$

若

$$n\omega_0 = 2\pi k, \quad k\text{ 为整数} \tag{1.2.12}$$

则有

$$A\sin[n\omega_0 + 2\pi k + \varphi_0] = A\sin[n\omega_0 + \varphi_0]$$

此时正弦序列是周期序列，且其周期

$$N = \left(\frac{2\pi}{\omega_0}\right)k \tag{1.2.13}$$

当 $k=1$ 时，$N=2\pi/\omega_0$ 为最小正整数，此时正弦序列是以 N 为周期的正弦序列。图1.2.7 表示周期 $N=12$ 的余弦序列。

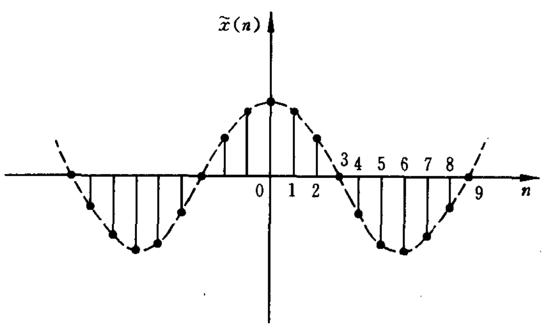

图 1.2.7　周期性余弦序列($N=12$)

若$\frac{2\pi}{\omega_0}=\frac{Q}{P}$=有理数(这里的$Q,P$为互素的整数),此时要使$N=\frac{2\pi}{\omega_0}k=\frac{Q}{P}k$为最小正整数,只有$k=P$,所以周期$N=Q>\frac{2\pi}{\omega_0}$。图1.2.8表示了$\frac{2\pi}{\omega_0}=\frac{7}{2}$周期$N=7$时的正弦序列。

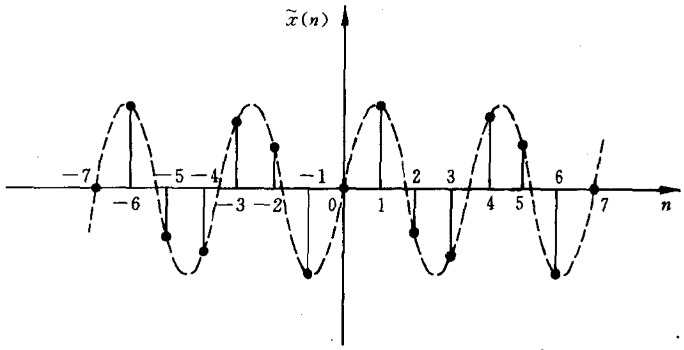

图1.2.8 周期性正弦序列($N=7$)

若$\frac{2\pi}{\omega_0}$为一无理数,则任何k值不能满足N为正整数,此时正弦序列就不可能是周期性序列。

不管正弦序列是否是周期性序列,我们统称ω_0为正弦序列的角频率,而且其主值范围规定在$-\pi\leqslant\omega_0\leqslant\pi$或$0\leqslant\omega_0\leqslant2\pi$区间内,这是因为正弦序列作为$\omega_0$的函数,是以$2\pi$为周期的周期性函数。

7. 复指数序列

复指数序列表示为

$$x(n)=e^{(\sigma+j\omega_0)n}=e^{\sigma n}(\cos\omega_0 n+j\sin\omega_0 n) \tag{1.2.14}$$

当$\sigma=0$时,复指数序列$e^{j\omega_0 n}$和正弦序列一样,只有当$2\pi/\omega_0$为整数或有理数时,才是周期性序列。

复指数序列$e^{j\omega n}$和时域连续信号的复指数信号$e^{j\omega t}$一样,在信号分析中扮演重要角色,是序列进行傅里叶变换时所用的,作为完备正交函数集。

1.2.3 序列的运算

序列$x(n)$作为自变量n的函数可以做各种运算,这些运算也是在信号处理中要经常遇到的处理方法。

1. 序列相加

这是指两个不同序列,在同一时刻n,对幅度进行叠加,如

$$y(n)=x_1(n)+x_2(n) \tag{1.2.15}$$

2. 序列相乘

和序列相加含义相同，它是指在同一时刻 n，对不同的两个序列做幅度乘法运算，如

$$y(n) = x_1(n) \cdot x_2(n) \tag{1.2.16}$$

3. 数乘序列

此序列指以一常数和序列相乘，如

$$y(n) = a \cdot x(n) \tag{1.2.17}$$

a 可以是复数也可以是实数。当 a 为实数，且 $a>1$ 时，就是我们通常所说的放大作用，即把序列 $x(n)$ 幅度放大了 a 倍。

4. 差分运算

在时域离散信号中差分运算是指同一序列中相邻序号的两个序列幅度之差，按所取序号次序不同可以分前向差分和后向差分。

前向差分表示为

$$\Delta x(n) = x(n+1) - x(n) \tag{1.2.18}$$

后向差分表示为

$$\nabla x(n) = x(n) - x(n-1) \tag{1.2.19}$$

其中 Δ 和 ∇ 分别为前向差分和后向差分运算符号。

如果对序列 $x(n)$ 进行多次差分运算，就成为高阶差分，表示为

$$\nabla^m x(n) = \nabla[\nabla^{m-1} x(n)] \tag{1.2.20}$$

这是指对序列 $x(n)$ 做 m 次后向差分运算。

例如对 $x(n)$ 做二次后向差分运算，其结果为

$$\begin{aligned}\nabla^2 x(n) &= \nabla[\nabla x(n)] \\ &= \nabla[x(n) - x(n-1)] \\ &= \nabla x(n) - \nabla x(n-1) \\ &= [x(n) - x(n-1)] - [x(n-1) - x(n-2)] \\ &= x(n) - 2x(n-1) - x(n-2)\end{aligned}$$

5. 累加运算

序列的累加运算定义为

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{n} x(k) \tag{1.2.21}$$

它表示序列 $y(n)$ 在时刻 n 的值等于 $x(n)$ 当前时刻 n 的值和 $x(n)$ 以前所有值的总和。

例 1.2.1 设给定序列

$$x(n) = a^n \mathrm{u}(n), \quad 0 < a < 1$$

求累加和序列 $y(n)$。

由式(1.2.21)累加和运算的定义得

$$y(n)=\sum_{k=-\infty}^{n}a^{k}\mathrm{u}(k)=\sum_{k=-\infty}^{-1}0+\sum_{k=0}^{n}a^{k}=\left(\frac{1-a^{n+1}}{1-a}\right)\mathrm{u}(n)$$

6. 序列移位

序列移位运算是用 $n+m$ 或 $n-m$(m 为正整数)代换 $x(n)$ 中的独立变量 n,构成的新序列。

图 1.2.9 中分别表示了原序列(图(a))、$x(n+2)$(图(b))和 $x(n-1)$(图(c))的图形。由图可见,$x(n+2)$表示原序列左移 2 个单位,通常称序列的领先;$x(n-1)$表示原序列右移 1 个单位,通常称序列的延时。作为实现序列延时的实际离散系统就是移位寄存器或存储器。延时单元的图形表示如图 1.2.10 所示。

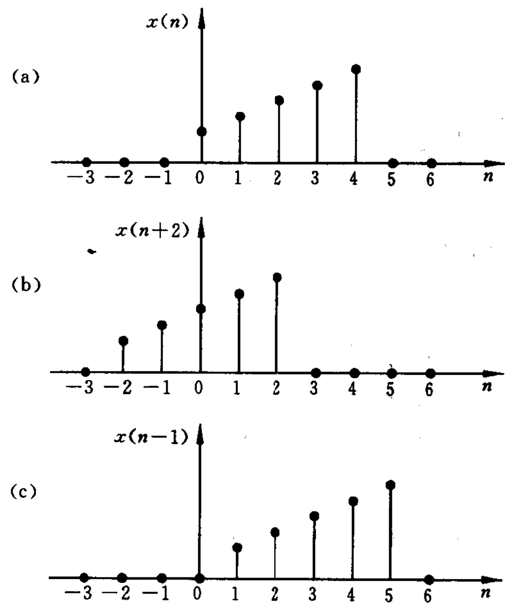

图 1.2.9 序列的领先和延时运算

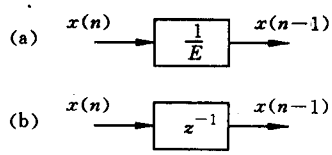

图 1.2.10 单位延时单元的图形表示

7. 序列的转置(反褶,倒置)

序列的转置是用$(-n)$代换 $x(n)$中的独立变量 n。转置的图形表示就是序列以 $n=0$ 的纵轴为对称轴,将序列 $x(n)$予以反褶。

图 1.2.11 表示了序列转置运算的过程,图(b)表示对图(a)序列的转置,而图(c)表示带有转置及延时后的序列图形。

8. 序列的重排

在有些场合需要对序列进行压缩或延伸等重新排列,这相当于时域连续信号中对自变量 t 进行的比例运算。

序列的压缩排列也称为序列的抽取,它是把序列的某些值去除掉,余下的序列按次序

试读结束:需要全本请在线购买: www.ertongbook.com