

第13章 表面展開及交線

13.1 表面

一個表面可看作由一線的運動而生成，而此線叫作母線。表面又分爲二類：一爲由直線而生成的。一爲由曲線而生成的。前者叫作直線生成面，後者叫作複曲面。母線的任何位置，都叫作該面的素。

直線生成面又可分爲： (a) 平面， (b) 單曲面， (c) 扭面， (d) 複曲面。

平面——可使一直線接觸二交截的直線，或二平行直線，或一平面曲線運動而生成。

單曲面——它的素不是平行，就是相交。如圓柱，圓椎及盤旋面(Convolvute)。後者的隣素，兩個兩個相交。

扭面——它的隣素，沒有兩個兩個平行或相交的。扭面的種類頗多，螺絲紋的表面便是好例。

複曲面——是由一曲線按照一定之法則運動而生成的。最普通的形式如迴轉面，使一曲線以在同一平面內的軸迴轉而生成，如球、環、橢圓體、拋物線體、雙曲線體等。

13.2 展開

有些物品的製造，常需要使用型板。這型板有時是部份的或全面的，但須用足尺。例如切削石材時，要按照型板去製作不規則的面；又如薄金屬板工作需要用型樣來剪裁下料，然後再捲成，疊成或型成所規定的形狀。

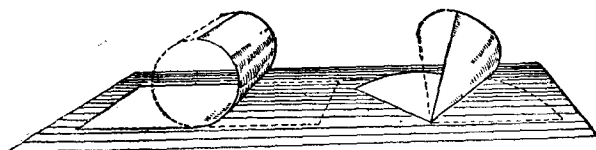
把完全的表面，在一平面上畫出來，便叫做面的展開。（表面的澈底討論，以及討論的分類、性質、交線與展開，請參照畫法幾何）。

用易曲的薄片（如紙或錫片），可以圓滑地裹起的表面，叫作可展開體。這個僅包含着由平面及單曲面所圍成的物體。扭面及複曲面是

非展開體。但在製作它們所需要的模型的場合，只能用近似法，並利用物質的可延性，才能得到它們的形狀。

我們在前面已經講過，用副投影法投射着求一平面實形的畫法了。假若一個物體的所有各平面的實形都求出來，且按照順序把它們以公共稜連起來，使所有各面在同一平面上，這便是展開面了。稜的實長，自然要用常用的辦法來求。

正圓柱的展開為一寬等於高，長等於圓周的矩形；正圓錐的展開為一扇形，半徑等於斜高，圓弧長等於底圓周長，如第 13.1 圖。



第 13.1 圖 圓柱及圓錐的展開

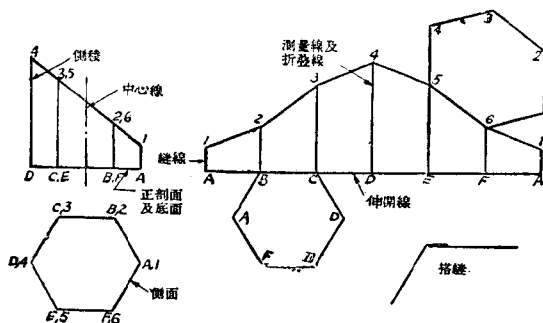
實際上金屬薄板設計時，爲了接縫及搭接，必要留出放尺來；對於厚金屬板，要考慮在捲起時內面的縮擠。此外對於材料的適用大小，及如何下料最經濟，都要根據實際經驗來考慮。在本章第 13.18 節的第 13.17 圖中，爲最常用的幾種接合法。那裏所講的，僅限於理論方面的。

13.3 角柱

角柱爲多面體，它的底或端爲相等而平行的多角形，它的側面爲平行四邊形。正角柱爲角柱的一種，它的側面爲矩形，其餘的叫做斜角柱。角柱的軸爲連兩底中心的直線。截角柱爲在底面及截交各稜的另一平面之間的角柱的那部分。

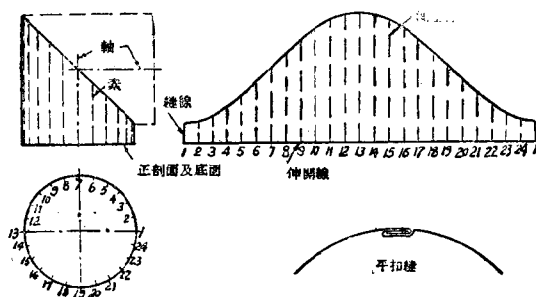
13.4 六角柱截體的展開

如第 13.2 圖，先畫此角柱的正投影：(1) 普通的仰視圖（或用與軸垂直的平面所截的剖面）。(2) 普通的正視圖。底 $ABCDEF$ 爲等於正剖面實形的仰視圖，沿直線 AA 展開周邊。這就是薄板工匠所謂的『伸開線』。由點 $A, B, C, \dots$ 所豎的垂線，叫作『測量線』或『折疊線』，代



第 13.2 圖 六角柱的截體

表側稜。型板須按照側稜折疊成角柱。在它們上邊分別截取 A_1, B_2, C_3 等，如視圖上所給與的尺寸。繼續的把點 1, 2, 3, 等連起來，完成側面的展開。在型板上要注意接近看圖者那面是側面的裏面。爲的要把整個的面在同一平面上展成一片，把下端面的實形，也照圖上的樣子接連上去，而上端面的實形，可用副投影法求出來。爲了節省焊劑或鉚釘及時間，習慣上都是把接縫放在最短稜上。沿稜有接縫，相隣面的二面角不成 90° 的場合，如本節所舉，用搭接縫最爲便利。如果縫必設在側面上時，可以用平扣接縫，如第 13.3 圖。



第 13.3 圖 正圓柱截體展開

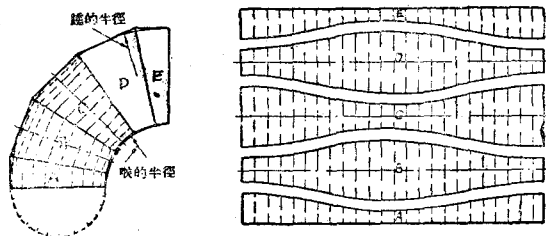
13.5 圓柱

圓柱是單曲面，由一直線母線保持每個位置平行，且永遠與一圓周準線相接觸運動而生成的。這個母線的各位置爲此面的素。當素與

底垂直時叫正圓柱，其餘的爲斜圓柱。與各稜相截的平面及底面間的那部分圓柱，叫作圓柱截體。連接上下底的中心的直線叫作軸。

13.6 正圓柱截體的展開

圓柱的展開，與角柱的展開相似。先畫圓柱的正投影：(1)普通的正剖面的投影(俯視或仰視圖)，(2)普通的素的投影(正視圖)。在一切平面上，把圓柱面迴轉着展開，當底或正剖面與軸垂直時，此底將展成一直線。爲製圖方便，把仰視圖分成許多等分，這些等分點，便代表着圓柱的素。這等分點的數目以能充分地把上端面的展開形狀表示清楚爲原則。按照第12.3圖辦法，在伸開線的各等分點上豎測量線，把此圓柱當作多邊的角柱體來處理。這種展開有時用作二段組成的肘接管的半個型板。由三段，四段或五段組成的肘接管，也可以同樣地畫出來，如第13.4圖所示。因爲是對稱的，僅畫一半就可以了。在這種場合，那中間部分如B、C及D，沿一正剖面的伸開線而展開。如果把正剖面取在各部分的中間，那個伸開線便成爲該展開部分的中心線了。



第13.4圖 五部組成的肘接管

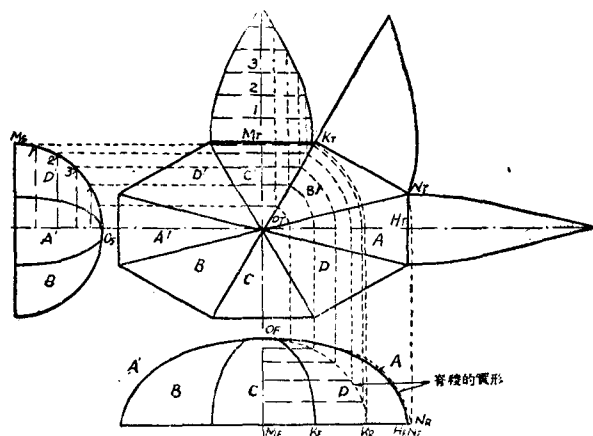
任何的肘接管下料時，若使長短縫相交換着，從一張薄鐵板上截取，可以省料，自不待言了。如第13.3圖及第13.4圖，雖然別種接縫也可以使用，最好是用平扣接縫。

八角汽室的展開

第13.5圖爲圓柱展開的應用，每塊都是圓柱的一部分，圓柱的素皆與汽室的底平行，且在俯視圖上顯示實長。正面的 $O_F H_F$ 表示出來部分A及A'的中心線伸開線的實長。假想 $O_T H_T$ 爲與此部分圓柱之

軸垂直的一平面的端視圖，則本問題即與前問題一樣了。

同樣，部分 B, B', D 及 D' 的伸開線的實長，在正視圖上為 $O_F K_R$ ，部分 C 及 C' 的實長，為側視圖上的 $O_S M_S$ 。



第13.5圖 八角汽室的展開

脊稜的實形可以把它迴轉至與垂直投影面平行的面上，然後同樣求出。這與求其它任何直線的實形相同。為得到一個圓滑而準確的曲線，最好是多取幾個點。

13.7 角椎

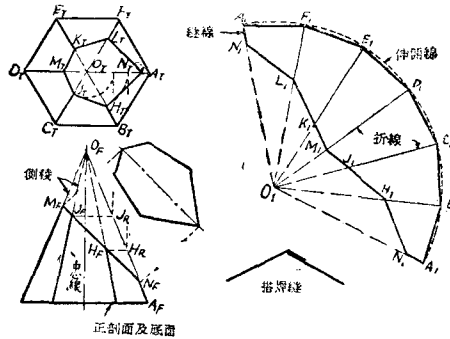
角椎是一個多面體，它的底為多角形，側面為在頂點相遇的三角形。軸為通過頂點及底的中心的直線。高為自頂點至底所豎垂線。當高與軸合併時，叫作正角椎；二者不合併時，叫作斜角椎。角椎截體為底面與和各側稜相截的平面間的那部分。角椎的角椎台是當截面與底平行時的角椎截體。

13.8 正角椎截體的展開

第13.6圖。畫角椎的投影，表示出(1)仰視圖的正剖面，(2)軸的正視圖。畫出角椎的展開，然後再截取角椎截體的展開。

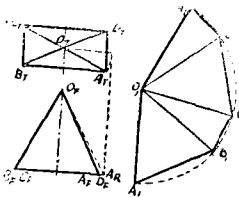
因為這是正角椎，側稜長都相等，側稜 OA 及 OD 與垂直投影面

平行,所以在正視圖上顯示着它們的實長。以任意 O_1 為中心,以 $O_F A_F$ 為半徑畫圓弧,這就是椎面的伸開。在此圓弧上截取六等分,使各等於六角形底邊的周邊。把此等分點逐次地連起來,再把它們與頂點 O_1 連起來,這樣便完成了角椎的展開。



第 13.6 圖 正六角椎的展開

截平面與側面的交線,可以這樣求出,把每個稜的實長在各相對應的線上截取下來,然後連起各截點。求這些截體各稜的實長,如 OH , OT 等的實長時,把每個稜分別以角椎軸為軸,迴轉至與 $O_F A_F$ 的合併位置時,即得。任何點(如 H)的軌跡,在正視圖上者可以當作水平線來投射。把底面及截面的實形也合併在一起,便得到了完全的角椎截體的展開。



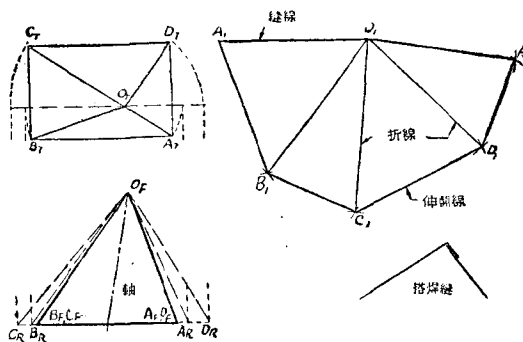
第 13.7 圖

正矩形角椎的展開

正矩形角椎,如第 13.7 圖,也可以同樣地展開,但是稜 OA 對投影面不平行了,所以必須迴轉 $O_F A_F$ 才可以得到實長。

13.9 斜角椎的展開

第 13.8 圖。因為斜稜不等,故各個的實長須分別求得;把每個迴轉成與投影面平行,自不待言了。從任意點 O_1 畫稜線 $O_1 A_1$,等於 $O_F A_F$ 。用 A_1 為中心,等於 $A_T B_T$ 的 $A_1 B_1$ 為半徑畫圓弧。以 O_1 為中心,以等



第 13-8 圖 斜矩形角椎的展開

於 O_1B_1 的 D_1B_1 為半徑，畫第二個圓弧，與前者相交在頂點 B_1 。連頂點 O_1, A_1, B_1 即得一側面 OAB 的展開。同樣可畫出其它三側面的展開來，把它們以公共稜接連起來。伸開線長等於底各邊的和。需要完全展開的場合，沿一公共稜線，把底面也連畫上去。本場合的稜用搭縫最合式。

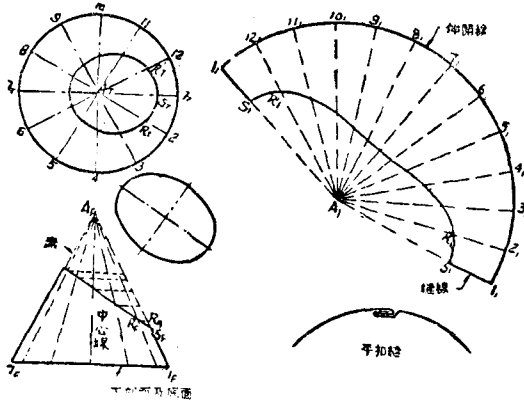
13.10 曲椎

曲椎面是一種單曲面，由於一直線的母線，把一端固定在一定點，它端沿一曲線準線運動而生成的。這個準線即為底，定點就是頂點。母線的每一位置就是此面的一個素。軸是連頂點及底的中心的直線。高為自頂點向底所落的垂線。當軸與高合併時，為正曲椎面，其餘為斜曲椎面。一截取所有素的平面及底面間的那部分，叫作曲椎截體。當截取所有素的平面與底平行的場合，叫作曲椎台。當準線為圓時，即成圓椎了。

13.11 正圓椎截體的展開

第 13.9 圖。畫圓椎的 (1) 底的俯視圖或正剖面，(2) 圓椎的正視圖。先展開圓椎的面，然後截取截體的展開面。

分底的俯視圖為相當多的等分，使各弦距的和，近似等於底的圓周長。把這些等分點投影到正視圖上來，並通過此各點畫各素的正視圖。



第 13.9 圖 正圓錐截體的展開

以 A_1 為中心，以等於斜高 $A_1 I_P$ (各素的實長) 為半徑畫圓弧，這便是伸開線。在它上邊截取自俯視圖上所得的底的各弦距，並註出 1, 2, 3...。把點 $1_1, 2_1, 3_1$ 等和 A_1 連起來，便形成了圓錐的模型。求出每個素自頂點至與截平面的交點間的實長 (可以迴轉至與外形素 $A_1 I$ 重合位置)。在與此素相當的線上，自頂點截取實長。連如此取得的各點，便得一圓滑的曲線。截體的展開面可從副投影上得到。接縫最好用平扣縫，雖然其它法亦可用。

13.12 三角法

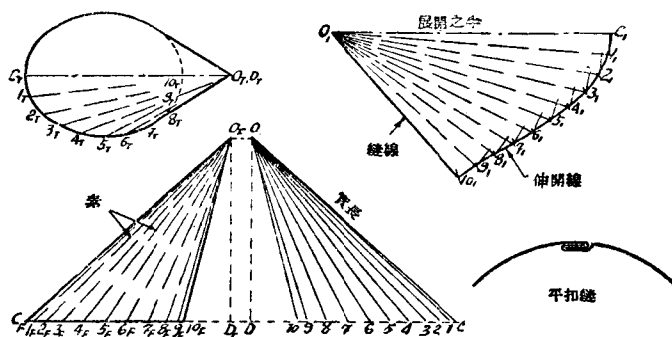
非展開表面可用近似法把它分成可展開表面的狹條。最普通而最好的方法，莫過於三角法之近似展開法，即把表面看成由於極多又極短的三角條所組成的。所有扭面的展開都用此法。斜圓錐為單曲面，雖然可以用理論的方法展開，但是應用起來三角法即能更容易更準確地把它展開。

理論是非常簡單。先把它分為若干三角形，求出每邊的實長。並依次一一地把它們畫在一起。

13.13 斜圓錐的展開

第 13.10 圖。斜圓錐與正圓錐不同處，在於後者的素相等，前者

的素却各不相等。正圓錐的展開，實際上是由在頂點相遇的等三角形而成的，它們的邊爲素，底爲此圓錐的底之短弧的弦。在斜圓錐的場合，每個三角形須單獨求得。



第 13.10 圖 用三角法展開斜圓錐

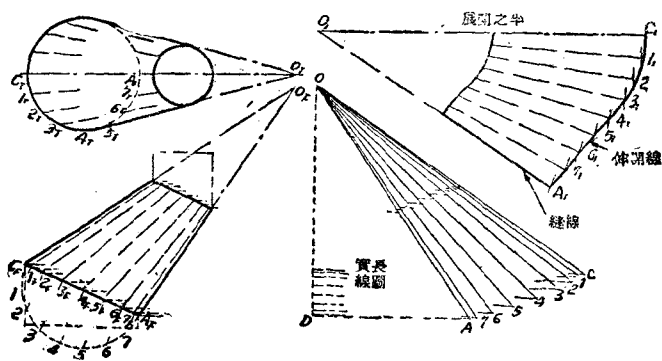
在可能範圍內，畫圓錐的：(1) 表示底的視圖，(2) 表示高的視圖。分底的實長爲相當多的等分（在俯視圖中表示出來），使弦距近似地等於弧長。把這些點投影到正視圖上。通過這些點與頂點，在每視圖上畫素。因爲此圓錐是對於通過頂點的直立投影面對稱，僅畫前半的素就可以。同理，僅畫一半的展開圖就可以了。把接縫設在最短的素處， OC 是展開圖的中線，可以直接從 O_1C_1 畫起，因爲 $O_F C_F$ 就是它的實長。素的實長，可以把它們迴轉至與直立投影面平行而求得，畫一個實長圖解也行。任何素的實長必爲一直角三角形的斜邊，另一邊爲此素在俯視圖上所顯示的投影長。第三邊等於此圓錐之高。所以實長圖解的作法，應先畫邊 OD 與 $O_F D_F$ 合併或平行。過 D 畫與 OD 垂直的它邊，在此邊上截取 $D1, D2, D3, \dots$ 使之分別等於 $D_T 1_T, D_T 2_T, \dots$ 。則自 O 至底邊上各點的距離，分別等於所求各素的實長。

圓錐前半的展開可以這樣畫得：以 O_1 爲中心， $O1$ 爲半徑畫圓弧。再以 C_1 爲中心，以 $C_T 1_T$ 爲半徑畫第二個圓弧，與前者相交在 1_1 點，於是 $O_1 1_1$ 便爲素 $O1$ 的展開位置。以 1_1 爲中心， $1_T 2_T$ 爲半徑作圓弧與以 O_1 爲中心， $O2$ 爲半徑所畫的圓弧相交，這樣又決定了 2_1 。繼續此法，直至所有的素都移至展開圖上去。用圓滑的曲線連點 $C_1, 1_1, 2_1$ 等，

即得伸開線，而完成此展開圖。最好用平扣縫來把兩端接起來。

13.14 圓錐形接節的展開

在兩個圓柱形而直徑不同的管子中間，要用一個如第 13.11 圖所示的圓錐形接節把它們連起來。這個接節型板的畫成，需要利用斜圓錐的展開法。橢圓形底的實形的一半，用副投影法求出，連在正視圖上。也就是用它的長軸及短軸畫副投影。分此實形為相當多的等分，使所有弦距的和，近似地等於此橢圓周，並把各等分點投射到正視圖及俯視圖上來。通過各等分點畫各視圖上的素的投影，把表示輪廓的二素延長交在頂點，每個素的實長可以用普通的線的求實長法求出來。那麼，截距的實長也可以分別在該素上求出來。可照上節的辦法，把從頂點至底的每個三角形依次地畫出來，自中心線 O_1C_1 畫起，再在每個素上量取它的頂截距長。用圓滑曲線把這些點連起來，就完成了此展開圖。照展開圖下料，捲好，再用平扣縫把兩端連起，便形成了所要的接節。

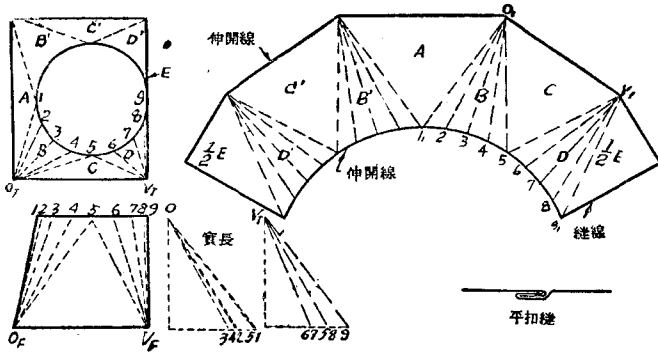


第 13.11 圖 圓錐形接節的展開

13.15 過渡接節

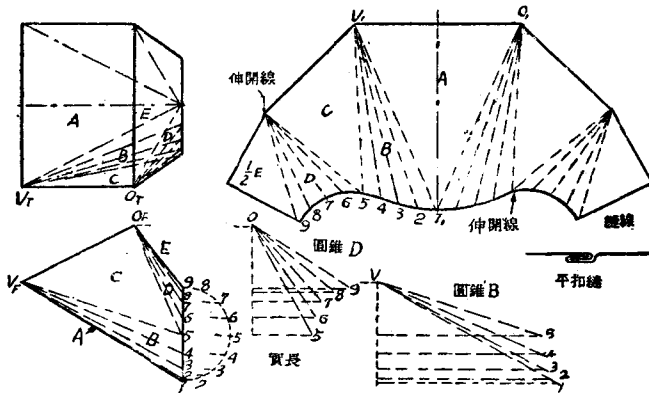
過渡接節是用來連接剖面不同的管子或通路的。第 13.12 圖所示為連接一圓管及和它有平行軸的矩形管之過渡接節，便是一個典型的實例。這類東西常用三角法展開，如第 13.12 圖所示。接節顯然是由四

個三角面，及四個部分的斜圓椎所組成，但是前者各以矩形邊為底，後者公共底為屬於同圓的弧，且它們的頂點在矩形的四角上。展開時可利用如第 13·10 圖的實長圖解。O1 的實長求出來以後，三角形 A 的各邊都求出了。把圓椎 B 及 B' 連上去，再畫三角形 C 及 C'。餘類推。



第 13·12 圖 過渡接節的展開

第 13·13 圖為另一過渡接節，連一矩形管到一圓管，但軸不平行。用圓口的部分右側視圖，斜圓椎底的等分點就可以求出來。（因為此物體為對稱，只等分開口的一半就可以了。）素實長的求法與第 13·11 圖相同。

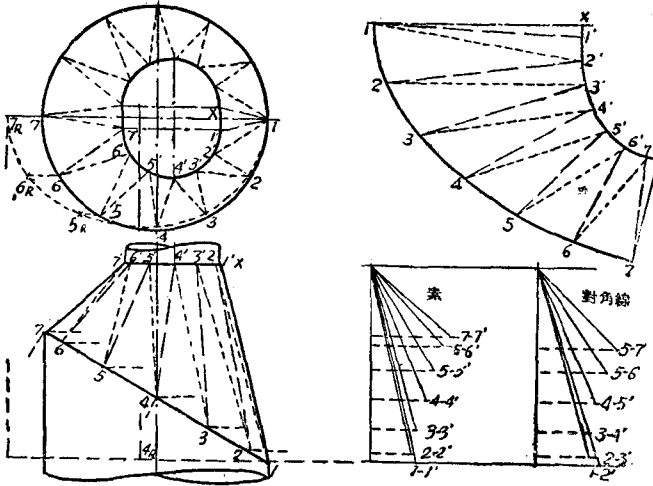


第 13·13 圖 過渡接節的展開

接縫線用平面 E 的中心線，如第 13·12 圖及第 13·13 圖所示，最好是採用平扣縫把兩端連起來。

13.16 扭面的三角法展開

扭面的近似法展開：先把它分成許多四邊形，然後各用一對角線把四邊形再分成二三角形。此對角線雖為曲線，但因四邊形很狹，可近似地看成直線。第 13.14 圖為一扭面過渡接節的展開。一半橢圓底的實形的求法如下：



第 13.14 圖 扭面過渡接節的展開

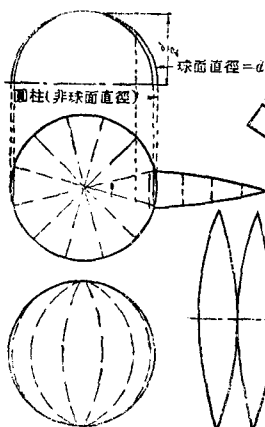
以通過 1 的軸在正視圖上把橢圓底迴轉成水平，此時在俯視圖上即呈顯實形。長軸為 17_R ，短軸過 4_R 等於 17。把此半橢圓周（俯視圖上虛線半橢圓）分成許多等分，並在俯視圖及正視圖上投射出來各等分點，分頂上的半圓為同數的等分，把對應點連起來，便分成許多四邊形了。用對角線分每個四邊形為二三角形。在實長圖解上，求出素的長及對角線的長。展開圖可由依次畫三角形的實形而求得。兩端的連接，最好用平扣縫。

13.17 球的展開

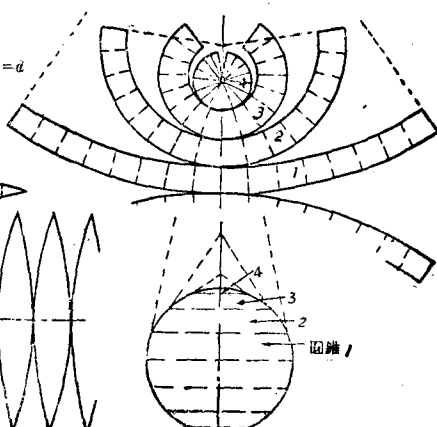
球為複曲面（故可看作為複曲面的典型例子），只能用近似法展開。把球切成若干相等的月形，如第 13.15 圖所示，即可以看成圓柱的斷

片。每塊按照圓柱的展開法展開就可以了。因為所切成的片都相等，所以只展開一個就行。

另一個展開法，可把球切成許多水平斷片的帶。其中的每個都可以看作圓錐的截體，頂點為延長弦的交點，如第 13·16 圖所示。



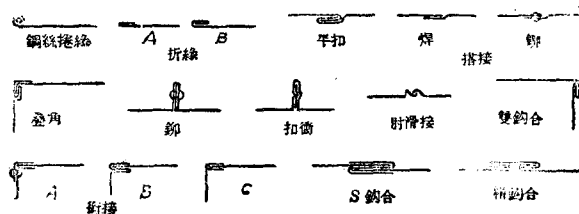
第 13·15 圖 球的展開(三角法)



第 13·16 圖 球的展開(帶條法)

13·18 節，接頭，折緣

金屬薄板的管及兩管連接處，接法很多。第 13·17 圖的辦法，用手工或用特種接縫機械都可以。這裏並不企圖給與各接縫尺寸，因為金屬薄板的厚薄以及機械的式樣等等，都是決定尺寸的條件。



第 13·17 圖 接縫及折緣

縱接縫的式樣要按照各種條件而定。對於從 10 到 28 號的薄板用平扣縫的最多。對於不規則的管子工作，多鍾或扣縫，如變壓器等。

在不便使用平扣縫及錘扣縫時，常採用搭接，如在薄板比 19 號厚，或非 90° 隅角接縫的場合。

對於 18 號或厚於此者，縱接及橫接縫都採用立式接縫。這既可接縫，又可加強管子。

S 鉤合接縫，常用於角柱剖面（如矩形）的管子的接縫。*S* 鉤合接縫又多用在臨時管子的連接，或常拆裝的地方。帽鉤合接縫用在永久的接縫處。

支管向主管的接法，可用 *A*, *B* 或 *C* 銜接法。*A* 與 *B* 的接縫法，圖上已很明白。*C* 種的末端必須製出刻槽，且要把上下兩片搭接在主管的內外。

導管末端常須折緣。如把鐵絲捲在裏邊時，需要有約一倍至二倍半鐵絲直徑的放尺。折緣可折疊一次或二次，目的是去端刃。

13.19 表面的交線

當二表面相交時，交線是屬於二面的公共線，也可以想作一個面上的素，在此線上插入其它的面。在圖上幾乎可以說每條線都是交線，最多的是二平面的交線，圓周是圓柱被與底平行的平面所截得的交線。此處所講的交線，是指幾何面如圓柱、圓椎、角柱等等，彼此互相交截而成比較繁複的常用的交線而言。製圖者必須會畫這種種交線，理由是：(1)它們在圖中常見到，且必須表示出來。(2)在金屬薄板工作中，非先將交線求出，無法展開。在第一種場合，僅求得幾個判斷點，然後揣度着連起來就可以。在第二種場合，要多求出些點，因為在展開圖中，須更精確的作圖的緣故。

任何實際的問題，都可以看做某數種幾何圖的組合。求二表面交線的一般使用的方法，不外以下二種。

13.20 交截平面法

理論上求二面的交線（一條或數條）法，是用通過二面的一組面。

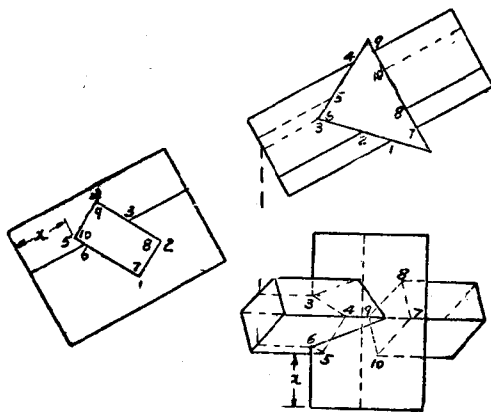
由這些面切得與所求交線相交的許多線，然後再把這些交點決定出來。選用截面時，要以所切得諸線最簡單為原則。實際上常使用的諸面，要能在二面上切得許多直線；但有時須在一個面或兩個面上切得許多圓周，方合用。

直接法——在複雜的問題中固然要用交截平面法，但普通的問題，多可用直接法求得交線。

直接法的要領，須先用觀察選定，在那個視圖中一個面的素的長，可由與另一個面素的相交而決定出來。這必定在二面之一以端視圖出現的那個視圖中；也許在三主視圖（正視、俯視、側視）之一，也許在副視圖上。交線為由一面的諸素與它面的諸素的交點所組成的。下面的幾個實例，說明直接法的應用。

13.21 兩角柱的交線的求法

第 13.18 圖。三角柱的側稜為直立的，長方角柱的側稜為水平且與直立投影面成一角度的。由俯視圖可知，長方角柱的稜和三角柱的稜相交的精準的範圍，可以決定出來。由俯視圖決定交點的正視圖。記入於三角柱的各面的交點的順序數字，也包含着兩個角柱的每個角的頂點。在 3 與 6 處，引輔助作圖的素。正視圖上每個交點的正視圖，



第 13.18 圖 兩角柱的交線

都可以照圖上所示的樣子求出來。

有時利用一個表示端面的副視圖來求交線更方便些

由第 13.18 圖的副視圖也可決定出三角柱的稜進入四角柱面的交點來。各交點從底面的高在副視圖中出現。副視圖中的 x 與正視圖中的相等。有時也可從側視圖中得到可用的條件。

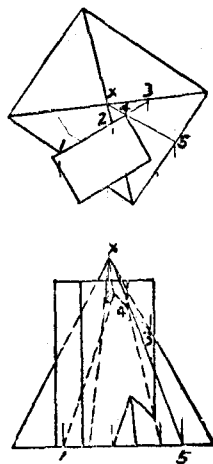
13.22 交線應爲實線或虛線的決定法

看到的線畫實線，看不到的線畫虛線，自不待言了。因爲，同一線在一視圖中可以看見，在另一視圖中也許會看不到，所以最好是分別來決定。如果兩面的相交的二素都可看見，它們的交點也必可看到；但如果其中之一爲看不到的，它們的交點也爲看不到的了。在面的看不見部分上的點或線，自然也是看不見的；連看不見二點所成的線，自然也是看不見的了。

以上的說明對於平面及曲面均適用。

13.23 角柱與角椎的交線的求法

第 13.19 圖。已知一底面爲水平的正長方角椎及直立稜的長方角柱，求它們的交線。由於角柱的每個直立面和角椎的側面所成的交線，決定出所要的交線來。角柱的左後方的面與角椎的左前方的面，在線 12 上相交；並與角椎的前方的直角三角形在線 23 相交，而此線由延長線 12 與角椎的側稜在點 3 相交。所求的交點 4 也可用通過點 4 及頂點的素線求出來。點 4 在素 $X5$ 上。用同法求出其它各交點。各交線的正視圖可由俯視圖上求出來，但實線或虛線須照上節的方式而決定。



第 13.19 圖
角柱和角椎的交線