

小学数学活动课丛书

我 + 数学 = 聪明

顾汝佐 周家明 主编

五年级



文匯出版社

ISBN 7-80531-277-X



9 787805 312774 >

ISBN7-80531-277-X/G·176

定价：8.00 元

小学数学活动课丛书

我 + 数学 = 聪明

顾汝佐 周家明 主编

五年级

 **文匯出版社**

我+数学=聪明(五年级)

主 编 / 顾汝佐 周家明

责任编辑 / 朱志鹏

修订责任编辑 / 方 圆

封面装帧 / 周夏萍

插 图 / 汪天忠

出版发行 / 文匯出版社

上海市虎丘路 50 号

(邮政编码 200002)

经 销 / 全国新华书店

印刷装订 / 上海港东印刷厂

版 次 / 2000 年 1 月第 3 版

印 次 / 2001 年 8 月第 5 次印刷

开 本 / 787 × 1092 1/32

字 数 / 176 000

印 张 / 8.125

印 数 / 26201-31300

ISBN 7—80531—277—X/G · 176

定 价 / 8.00 元

编者的话

为了适应一九九三年开始的中小学课程教材改革,由三个板块(必修课、选修课和活动课)构成的课程结构的需要,促进课堂教学,充实数学兴趣活动的内容,丰富学生课余生活,给学生更大的自由度以发展自己,陶冶情操;为了开阔学生学习数学的视野,激发学生学习数学的兴趣,学会一些基本的数学思想和数学方法,特编写了这套小学数学活动课丛书,书名为《我+数学=聪明》。

本书从学生的知识基础出发,着眼于培养学生灵活运用知识的能力。注意寓理于例,重在思维训练。力求以浅近易懂的内容,活泼多样的形式,渗透对应、函数、概率和集合等数学的基本思想。

本书按年级分段,每个年级一本,全套共6本。考虑到学校实际开展活动的需要,每一个年级分两个学期,每一学期安排16讲左右。每六、七讲后都配有两个小竞赛,以便及时复习、检查和巩固。每一讲都安排了一定数量的由浅入深的例题,例题力求深入浅出,思考过程剖析详尽。每一讲后都编有“做一做”,通过学生动手画画、摆摆、贴贴、剪剪、拼拼、量量、数数、算算,重点学会怎样思考。每本书后都附有“做一做”的详尽解答,不仅提供了正确答案,而且还告诉学生怎样去获取正确的答案,从而起到帮助学生活跃思维、举一反三、提高解题能力的作用。通过本书的学习,学生必将学有所得,受到启发。

本书每一讲的内容大致可用于一次活动课,考虑到学生实际接受能力的差异,教师或家长选用本书辅导学生时,每一讲后的“做一做”可根据实际情况选用其中的部分内容或全部。

本书由顾汝佐、周家明主编。参加编写的有:朱正礼、景观宗(一年级)、唐美玲(二年级)、朱忠民(三年级)、杭顺清(四年级)、黄玉鸣、冯福源(五年级)、管南雄、徐向颖(六年级)。

在编写过程中,得到金正扬、宋旭辉两位同志的协助与指导,特此致谢!

由于编写时间紧促,限于水平,难免有疏漏与错误之处,谨请广大读者指正。

编者

目 录

五年级第一学期

一、怎样计算又快又准确	(1)
二、怎样确定余数	(6)
三、换一个角度思考问题	(11)
四、循环小数与周期变化	(15)
五、奥妙无比的“幻方”	(20)
六、置换问题	(25)
数学小竞赛(一)	(30)
数学小竞赛(二)	(32)
七、盈亏问题	(34)
八、我们都有一双灵巧的手	(40)
九、图形的面积计算	(46)
十、图形的计数	(53)
十一、杂题(一)	(64)
十二、杂题(二)	(72)
数学小竞赛(三)	(79)
数学小竞赛(四)	(82)
参考答案	(85)

五年级第二学期

一、字母代替数	(135)
二、一次不定方程	(140)
三、长方体和正方体	(146)
四、染色法与染色面	(158)
五、面积和体积	(165)
数学小竞赛(一)	(171)
数学小竞赛(二)	(173)
六、数的整除	(175)
七、分解质因数	(184)
八、奇数和偶数	(190)
九、最大公约数	(198)
十、最小公倍数	(204)
十一、数学故事会	(210)
十二、数学迷宫	(216)
数学小竞赛(三)	(219)
数学小竞赛(四)	(221)
参考答案	(223)

五年级第一学期

一、怎样计算又快又准确

活动目标 会利用乘法分配律及积不变的性质,灵活的拆数和字母运算,使复杂的小数运算变得简便,提高计算的准确性和速度。

学习数学一个很重要的目的是学会计算,学会数量间的运算。随着现代科学技术的发展,计算器、计算机的发明与普及使计算逐渐趋向于机器化。但是在某些场合,没有计算器又需要进行计算的话,那么人工计算还是必要的,而人工计算能利用运算定律和性质进行一些巧算,则运算可以又快又准确。

1. 利用积不变的性质进行简便运算。

▲ 计算: $1.96 \times 45.1 + 0.196 \times 394 + 19.6 \times 1.55$

观察此题,不难发现这是一个多积求和的计算题,如果能用乘法分配律则可以使运算简便,但是没有相同的因数是不能使用乘法分配律的。仔细观察,可发现 1.96, 0.196, 19.6, 都是由 1, 9, 6 三个数字构成,我们可以用一个因数扩大若干倍,另一个因数缩小相同的倍数积不变的性质,改变 0.196、19.6 使之都变成 1.96,就可以使用乘法分配律了,具体解法如下:

$$\begin{aligned} & 1.96 \times 45.1 + 0.196 \times 394 + 19.6 \times 1.55 \\ &= 1.96 \times 45.1 + 1.96 \times 39.4 + 1.96 \times 15.5 \\ & \quad \quad \quad \begin{matrix} \text{(扩大} \\ \text{10倍)} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{(缩小} \\ \text{10倍)} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{(缩小} \\ \text{10倍)} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{(扩大} \\ \text{10倍)} \end{matrix} \end{aligned}$$

$$=1.96 \times (45.1 + 39.4 + 15.5)$$

$$=1.96 \times 100$$

$$=196$$

▲ 计算： $9.99 \times 2.22 + 3.33 \times 3.34$

通过审题,可发现 9.99 恰好是 3.33 的 3 倍,那在 9.99×2.22 中利用积不变的性质,将 9.99 缩小 3 倍,2.22 扩大 3 倍使之变成 3.33×6.66 ,那么此题可以这样计算了:

$$9.99 \times 2.22 + 3.33 \times 3.34$$

$$=3.33 \times 6.66 + 3.33 \times 3.34$$

$$=3.33 \times (6.66 + 3.34)$$

$$=3.33 \times 10$$

$$=33.3$$

做一做(一):

用简便方法计算下列各题:

(1) $19.98 \times 37 - 199.8 \times 1.9 + 1998 \times 0.82$

(2) $75 \times 1.25 + 1.2 \times 12.5 + 0.13 \times 125$

(3) $2.34 \times 11 - 117 \times 0.22$

2. 巧拆数,使运算简便:

▲ 计算： $19.99 \times 19.98 - 19.97 \times 19.96$

利用拆数使 $19.99 = 19.97 + 0.02$; $19.96 = 19.98 - 0.02$,再用乘法分配律,造成两个相等的积相减,那么这两个乘法就不必计算了。然后再次使用分配律,可以方便的计算出结果。利用合适的拆数,可以使计算更灵活而简便。具体计算如下:

$$19.99 \times 19.98 - 19.97 \times 19.96$$

$$\begin{aligned}
&= (19.97 + 0.02) \times 19.98 - 19.97 \times (19.98 - 0.02) \\
&= \underbrace{19.97 \times 19.98} + 19.98 \times 0.02 - \underbrace{19.97 \times 19.98} + 19.97 \times 0.02 \\
&= 0.02 \times (19.98 + 19.97) \\
&= 0.02 \times 39.95 \\
&= 0.799
\end{aligned}$$

此题还有其他的拆数方法,同学们可以自己尝试。

▲ 计算: $199.199 \times 198 - 198.198 \times 199$

利用 $199.199 = 199 \times 1.001$; $198.198 = 198 \times 1.001$, 使被减数与减数都变成用相同因数计算的积,显然这两个积是相等的,被减数与减数相等,差自然就是 0 了。具体计算如下:

$$\begin{aligned}
&199.199 \times 198 - 198.198 \times 199 \\
&= 199 \times 1.001 \times 198 - 198 \times 1.001 \times 199 \\
&= 0
\end{aligned}$$

做一做(二):

$$(1) 100 \times 7.9 + 184 \times 2.1 + 84 \times 2.9$$

$$(2) 2.2 \times 2.4 + 1.6 \times 1.7$$

$$(3) 18.9 \times 178.178 + 0.49 - 17.8 \times 189.189$$

3. 利用字母代替数,使运算简便。

▲ 计算: $(9.84 + 1.23 + 2.34) \times (8.36 + 7.21) - (9.84 + 8.36 + 7.21) \times (1.23 + 2.34)$

认真审题后,会发现前后两个乘法中,每个括号内都有若干个加数是相同的,我们不妨先用字母来代替这些数,看看计算会有什么变化?

假设： $a=8.36+7.21$ ； $b=1.23+2.34$

$$\begin{aligned}\text{原式就变成了：} & (9.84+b)\times a-(9.84+a)\times b \\ & =9.84\times a+a\times b-9.84\times b-a\times b\end{aligned}$$

由于 $a\times b$ 相等，原式进一步变成 $=9.84\times(a-b)$

这时再将 a 与 b 分别还原成 $8.36+7.21$ 与 $1.23+2.34$

$$\begin{aligned}\text{得} & 9.84\times(a-b) \\ & =9.84\times[(8.36+7.21)-(1.23+2.34)] \\ & =9.84\times(15.57-3.57) \\ & =9.84\times 12 \\ & =9.84\times(10+2) \\ & =98.4+9.84\times 2 \\ & =118.08\end{aligned}$$

通过用字母代替数，使运算过程得以简化，使本来一个很复杂的计算变得简单，同时与原计算又是等价的。

$$\blacktriangle (2+3.15+5.87)\times(3.15+5.87+7.32)-(2+3.15+5.87+7.32)\times(3.15+5.87)$$

根据上一题的经验，我们不妨设： $a=2+3.15+5.87$
 $b=3.15+5.87$ ，

$$\begin{aligned}\text{原式} & =a\times(b+7.32)-(a+7.32)\times b \\ & =a\times b+7.32\times a-a\times b-7.32\times b \\ & =7.32\times(a-b) \\ & =7.32\times[(2+3.15+5.87)-(3.15+5.87)] \\ & =7.32\times[2+3.15+5.87-3.15-5.87] \\ & =7.32\times 2 \\ & =14.64\end{aligned}$$

做一做(三):

$$(1) (1.23+2.34+3.45) \times (2.34+3.45+4) - (1.23+2.34+3.45+4) \times (2.34+3.45)$$

$$(2) (7.88+6.77+5.66) \times (9.31+10.98+10) - (7.88+6.77+5.66+10) \times (9.31+10.98)$$

$$(3) (3.76+6.37+7.36) \times (6.37+7.36+5) - (3.76+6.37+7.36+5) \times (6.37+7.36)$$

二、怎样确定余数

活动目标 知道在除法中,余数的一些规律性变化,会利用这种规律性来解题。

知道几个数的和、差、积除以一个数,所得的余数,一定等于这几个数分别除以这个数,所得的余数的和、差、积除以这个数的余数。知道余数也是可以运算的。

数学课上,老师出了一题选择题:

$0.354 \div 0.13 = 2.7\cdots\cdots$ () 括号中应填:

(A) 3 (B) 0.3 (C) 0.03 (D) 0.003

小李讲:“应选择(B)因为 $0.354 \div 0.13$ 就是 $35.4 \div 13$,从竖式看,商是 2.7 时余数是 0.3。”小王讲:“不对,如果余数是 0.3,它比除数 0.13 大,这是不可能的,应选(C)0.03。”小张说:“小王讲得也不对,如果余数是 0.03,那么 $2.7 \times 0.13 + 0.03 = 0.381$,与原式被除数不同,只有 $2.7 \times 0.13 + 0.003 = 0.354$,因此应选(D)。”老师说:“小张讲得有道理,谁还有补充。”小唐补充说:“小张从验算来推测余数。而小数除法是利用商不变的性质来计算的,商不变的性质只说明了被除数与除数同时扩大(或缩小)相同倍数时商不变,并没有讲余数不变,小李做的竖式得到的余数是 0.3,这个余数是随着被除数与除数扩大 100 倍,它也扩大了 100 倍,如要恢复到原来的余数则必须把 0.3 缩小 100 倍,就变成原式的余数 0.003。”老师高兴地说:“小唐讲得真好。在除法中,有关余数的学问可多呢!”

1. 余数的重复出现。

▲ $\underbrace{55555\cdots5}_{100\text{个}} \div 3$, 当商是整数时余数是几?

我们在计算商是循环小数的除法时会碰到余数重复出现, 那么在做商是整数时, 余数会不会重复出现呢? 我们对这题不妨先用竖式来除一下:

$$\begin{array}{r} 1851 \\ 3 \overline{) 5555\cdots5} \\ \underline{3} \\ 25 \\ \underline{24} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 5 \\ 3 \\ \underline{ 3} \\ 2 \end{array}$$

显然, 相同的余数又重复出现了。不难发现, 每 3 个 5 组成的数, 被 3 除正好整除, 每次除得的余数分别是 2、1、0, 这样可以把 100 个 5 组成的数以 3 个 5 为一节, 可划分成 $100 \div 3 = 33 \cdots 1$, 即 33 节还多 1 个 5, 而 $5 \div 3 = 1 \cdots 2$ 。 $\therefore \underbrace{555\cdots5}_{100\text{个}} \div 3$

当商是整数时余数为 2。由此可见, 当商是整数, 余数有时也会呈规律性的重复出现。你不妨试试看。

做一做(一):

当商是整数时, 余数各是几?

(1) $\underbrace{6666\cdots6}_{50\text{个}} \div 4$

(2) $\underbrace{777\cdots7}_{60\text{个}} \div 5$

(3) $\underbrace{8888\cdots8}_{80\text{个}} \div 7$

▲ 由 1992 个 7 组成的多位数被 74 除, 余数是几?

根据竖式:

除去第一个 7, 以后每 3 个 7 组成的数除以 74, 余数又重复出现依次是 3、37、7。把 1992 个 7 先去掉首位 7 然后分成 3

$$\begin{array}{r}
 1051 \\
 74 \overline{) 77777 \dots 7} \\
 \underline{74} \\
 377 \\
 \underline{370} \\
 77 \\
 \underline{74} \\
 3
 \end{array}$$

位一组,可分 $(1992-1) \div 3 = 663 \dots 2$,余下了2个7,余数显然是37。

本题的解题思路基本上与上一题相同。但要注意两点:(1)当首位(甚至前几位)不够除时,在找出余数重复出现规律后把被除数进行划分时,应把首位(或前几位)去掉,否则将产生错误。(2)当商是零时,也应看清余数是几,不能看错。如这一题的第二次除得的余数是37,其中十位上的3就是

第一次除得的余数,二者要分清。掌握了这两点,不妨试试看做下面几题。

做一做(二):

(1) $\underbrace{4444 \dots 4}_{100\text{个}} \div 74$ 的余数是几?

(2) $\underbrace{1111 \dots 1}_{1000\text{个}} \div 7$ 的余数是几?

2. 余数还有什么规律性的变化?

▲ 194 除以 3,余数是 2;262 除以 3 余数是 1,那么 262 与 194 的和、差或积除以 3,余数又各是几呢?

$262 + 194 = 456$,而 $456 \div 3 = 152 \dots 0$,余数为 0。如果把 $262 \div 3$ 的余数和 $194 \div 3$ 的余数相加,恰等于 3,且 $3 \div 3$ 余数为 0。这是不是一种巧合呢?再看 $262 - 194 = 68$, $68 \div 3 = 22 \dots 2$,而 $262 \div 3$ 余数是 1 不够减 $194 \div 3$ 的余数 2,不妨从 $262 \div 3$ 的商中退下 1,使余数变为 $3 + 1 = 4$,用 $4 - 2 = 2$,恰也是 $(262 - 194) \div 3$ 的余数。再从 $262 \times 194 = 50828$, $50828 \div 3 = 16942 \dots 2$ 显然 262 与 194 分别除以 3 以后余数 1 与余数 2 相乘后的积被 3 除余数还是 2,与 $262 \times 194 \div 3$

的余数相同。当然,我们还可以举出很多的例子来说明这个道理。

这样我们就可以找出一个很有用的规律:

两个数(甚至几个数)如果分别除以同一个数得到两个余数(或几个余数),则这两个数的和、差、积除以原来的除数所得的余数,与两个余数的和、差、积除以原来的除数所得的余数是相等的。下面我们将应用这个原理来解一些数学题。

▲ 有一列数,前两个数是3与4,从第3个数开始每一个数都是前两个数的和,这一列数中第1992个数除以4,余数是几?

如果我们想先按这列数组成的规律来找出第1992个数将是很困难的,且不现实,当然也就更谈不上用第1992个数去除以4来找余数是几了。我们不妨找一找这一列数中每一个数除以4后的余数能不能形成一列有规律的数。

这一列数的前几个数不难找出3,4,7,11,18,29……。又因 $3 \div 4 = 0 \cdots 3$, $4 \div 4 = 1 \cdots 0$,而第3个数 $7 = 3 + 4$, $\therefore 7 \div 4$ 的余数为 $(3 + 0) \div 4 = 0 \cdots 3$,同理 $11 = 4 + 7$,而 $11 \div 4$ 的余数也可以用 $4 \div 4$ 的余数与 $7 \div 4$ 的余数相加为 $0 + 3 = 3$ 。这样,很容易可对应列出这一列数除以4后的余数:3,0,3,3,2,1,3,0,3,3……。显然余数这一列数也是有规律的,每六个数为一周期。用 $1992 \div 6 = 332$ 。第1992个余数是332个周期最后一个数,显然是1。问题不是解决了吗?

做一做(三):

(1) 甲数除以9,余数是7;乙数被9除余数是6;9除丙数余数是5,那么 $(甲 + 乙 + 丙) \div 9$ 还有余数吗?

(2) 一个数被19除余数是4,那么将被除数扩大11倍,除数不变,余数是几?