



本书对模糊数学的基本概念和主要方法作了较详尽的介绍，主要包括模糊集合、模糊关系、模糊度与贴近度、模糊模式识别、模糊聚类分析、模糊综合评判等，并以大量实例说明模糊数学在建筑工程造价估算、招投标、方案评选等方面的具体应用。本书是入门性质的读物，内容深入浅出，各章后面并附有习题，利于自学。

本书适于建筑业广大管理干部、技术人员及大专院校有关专业师生学习参考。

建筑管理现代化丛书  
模糊数学入门和  
在建筑管理中的应用

张宗元 编

\*  
中国建筑工业出版社出版、发行(北京西郊百万庄)

新华书店 经销

中国建筑工业出版社印刷厂印刷(北京阜外南礼士路)

\*  
开本：787×1092毫米 1/32 印张：7<sup>1</sup>/<sub>8</sub> 字数：159千字

1991年2月第一版 1991年2月第一次印刷

印数：1—2,850册 定价：4.45元

ISBN7—112—00835—2/F·51

---

(5918)

《建筑管理现代化》丛书  
编 辑 委 员 会

委 员 (以姓氏笔划为序)

卢忠政 关 柯 何万钟 何秀杰 蔡秉乾

主任委员 卢忠政

顾 问 翟立林

## 出 版 说 明

《建筑管理现代化》丛书开始和读者见面了。

我们出版这套丛书的目的，主要不在于向读者介绍传统的管理知识，以提高建筑企业当前的管理水平；而是着眼于未来，把国内外建筑企业管理方面的先进理论、方法和经验及现代管理科学的新成就奉献给建筑业的广大职工，以期起到启迪思路、开扩眼界、洋为中用的作用，在未来的一段较长时间内，促进我国建筑企业经营管理的改革和逐步实现管理现代化。

出版这套丛书，也是为了适应建筑业在职干部进修的需要。当前，从我国四化建设的要求考虑，对在职干部进行继续教育的重要性和迫切性日益突出。有鉴于此，城乡建设环境保护部曾委托同济大学、重庆建筑工程学院和哈尔滨建筑工程学院从一九八一年开始举办了建筑企业经理、干部、工程师等不同类型的进修班。以上述三院校的任课教师为主（并有其他院校教师参加），在教学实践的基础上编写的这套丛书，可作为这些进修班的教材或主要教学参考书，并推荐作为建筑企业在职干部的自学必读。

这套丛书计划选题三十种左右，二、三年内出齐。

企业管理是一门思想性、理论性、技术性都很强的科学。我国实现建筑企业管理现代化，还要经历漫长道路的探索。本丛书在介绍西方现代管理的理论和方法时，虽然注意了结合我国国情，运用马克思主义理论加以鉴别和取舍，但

书中所涉及的观点和内容选材是否适当，能否满足广大读者的要求，还有待于大家多提出批评和改进意见。

城乡建设环境保护部干部局  
中国建筑工业出版社

1986年6月

## 前　　言

这本小册子是编者在给重庆建筑工程学院建筑管理工程系的学生讲授《模糊数学》所编讲义的基础上改写的，作为建筑管理现代化丛书之一。

模糊数学是美国加利福尼亚大学自动控制专家查德(L. A. Zadeh)教授于1965年创立的。这门学科还很年轻，但是，由于它应用广泛，特别是已卓有成效地应用于传统数学从来无法问津的领域，因而发展迅速，并为全世界各行各业的专家、学者和普通人们所注目。

编写这本小册子的目的，是想把模糊数学这一有力的工具送到从事建筑管理工作的同志们手中，希望他们能在自己的工作中应用这一工具，为祖国社会主义建设事业做出更大的贡献。为了达到这个目的，编者在介绍这门学科时，侧重于应用，使读者学了就能用得上。因此，这本小册子既不能只停留在科学普及性质的知识性介绍上，也不能涉及过于高深的数学理论。它必须对基本概念进行细致、科学的阐述，对主要方法作出详尽的介绍。然而，一提到数学，它的抽象性常常使很多人望而生畏，还没有开始学，有的人就可能对那千奇百怪的字母、符号和一行行的算式感到头痛了。这本小册子准备采用多种手段来打破这个窘境。

但愿模糊数学来到你身边，带着微笑，消除你的烦恼。如果读完这本小册子以后，你感到数学并不是原来想象的那么枯燥无味，很多方法确实学得会、用得来，那么编者也就

感到最大的快慰了。

由于这本小册子的内容与本丛书其它各册相比有一些特殊性，本书所用的体例、格式与丛书的统一体例、格式不尽相同，这是需加说明的。

这本小册子能尽快和读者见面，要感谢我系的领导，特别是何万钟教授和毛鹤琴教授对我的鼓励和支持；感谢我系的研究生；感谢书中引用到的实例的论文作者，他们提供了很多生动的实例；感谢建筑工业出版社的编辑同志们，他们为之付出了辛勤的劳动。

编 者

# 目 录

## 前言

第一章 绪论	1
§1.1 模糊性普遍存在	1
§1.2 模糊性不同于随机性	5
§1.3 模糊数学的应用前景	8
§1.4 模糊数学的学习方法	10
习题一	11
第二章 模糊集合	15
§2.1 经典集合	15
§2.2 子集·空集·全集·幂集	20
§2.3 并交差补运算及维恩图	23
习题二(1)	26
§2.4 模糊子集·隶属函数	28
§2.5 模糊集合的交·并·补	33
§2.6 用逻辑推理求隶属函数	37
§2.7 用统计方法求隶属函数	45
§2.8 水平截集·分解定理	48
§2.9 各种模糊算子	53
习题二(2)	59
第三章 模糊关系	62
§3.1 普通关系	62
§3.2 关系矩阵·关系图	66
§3.3 关系的交·并·补·倒置·复合	73
§3.4 关系的闭包	77

§3.5 映射	81
习题三(1)	82
§3.6 模糊关系	84
§3.7 模糊关系的运算	87
§3.8 模糊等价关系	93
§3.9 模糊关系的水平截割	99
§3.10 用二元对比排序法求隶属函数	103
习题三(2)	108
<b>第四章 模糊度和贴近度</b>	<b>112</b>
§4.1 模糊度的意义	112
§4.2 用熵度量模糊度	114
§4.3 用距离度量模糊度	116
§4.4 内外积与贴近度	119
§4.5 模糊比与贴近度	126
习题四	131
<b>第五章 模糊模式识别</b>	<b>134</b>
§5.1 模式识别的意义	134
§5.2 个体识别——最大隶属度原则	136
§5.3 群体识别——最大贴近度原则	139
§5.4 在建筑管理中的应用	143
习题五	146
<b>第六章 模糊聚类分析</b>	<b>152</b>
§6.1 模糊聚类分析的意义	152
§6.2 用模糊等价关系聚类	154
§6.3 最大树方法	158
§6.4 系统模糊聚类分析步骤	160
§6.5 在建筑管理中的应用	162
§6.6 与模糊模式识别相结合	167
习题六	170
<b>第七章 模糊综合评判</b>	<b>173</b>

§7.1 模糊变换	173
§7.2 模糊综合评判的意义	175
§7.3 不同类型的综合评判	180
§7.4 多级综合评判	185
§7.5 在建筑管理中的应用	190
§7.6 权数的确定	195
§7.7 多特征模式综合识别	201
习题七	206
部分习题答案	212
主要参考文献	217

# 第一章 绪 论

祸兮、福之所倚；  
福兮、祸之所伏。

——《老子》五十八章

## §1.1 模糊性普遍存在

“精益求精”，人们常常以此互相勉励。这也是我们对做出了卓越贡献的人们和他们的工作态度的赞颂。“精确”推动着科学技术的进步，激励着科学家的创造性。人们越来越相信，一切都应该而且也能够精确化。

然而，客观情况常常不是这样简单。人们在观察事物和处理问题时，更加经常出现的是“信许”、“好象”、“多半”、“大致”、“稍稍”……等等自己也难以清晰和精确说明的看法、感受和思想。

就拿“今天天气好”来说吧，你我都说不清划分天气好与不好的清晰而精确的界限在哪里。但是我们却能有共同的感受：“今天天气好”。这个“好”正是我们对今天天气的模糊感受的表述。

对面来了一个人，我们可以凭共同的感受信口说出：“这人的个子真高！”尽管我们并没有拿尺子去量过他的身高，而且谁也说不清，高个子与矮个子应该在什么尺度上明确地划一条界线。如果硬要按身高1.70米划界线，不仅会引起种

种矛盾（首先身高1.69米的人就不服气），而且结果也常常会与我们的实际观感相悖（就是一个身高1.71米的人，如果让他站在美国国家篮球队里，我们也不认为他是高个子）。可见，“高个子”也是一个模糊概念。

此外，象“这座城市真美”、“这幢建筑十分雄伟”、“这个建筑公司管理措施得力”、“这个建筑工程队社会信誉高”……等等语句中，“美”、“雄伟”、“管理措施得力”、“社会信誉高”也都是模糊概念，在我们欣赏、认识和决策中都有着明确的内涵。但是，面对一个个具体的城市、建筑物、建筑公司和工程队，我们却常常会遇到划分它们的困难，因为这些概念和与它们对立的概念之间没有绝对分明的界限，也就是说，这些概念没有绝对明确的外延。

人们常常不加思索地说：“我们要避免模糊，力求精确”。传统数学正是人们追求精确的产物。它说一不二，非此即彼，决不模棱两可。不正是借助它，我们预见了海王星的轨道和宇宙飞船在月亮上的着陆点吗？我们能在山坡上建立起高楼大厦，能在指甲盖大小的硅片上集成几十万个零件，都有数学的一份功劳。数学的精确，带来了科学技术的精确，使数学赢得了“科学皇冠”的美名。模糊作为精确的对立面，曾经代表落后的生产力（原始社会的石斧、石刀就不需要精细的加工）。

然而，随着生产的发展和社会的进步，人们开始对“力求精确”的好处产生了怀疑。因为，并非任何精确的描述都有实际意义。例如，气象学是研究大气运动的。大气中有许多高速运动的分子。且不说分子的内部结构，如果我们只把每个分子近似当作一个表面连续而光滑的弹性球，它们因互相碰撞而改变其动量和运动方向，那么，精确的数学可以为

每个分子列出它运动的微分方程式。然而，标准状态下，1立方厘米的气体中就含有 $2.68 \times 10^{19}$ 个分子，列出 $2.68 \times 10^{19}$ 个微分方程，哪怕用现今世界上最先进的电子计算机，在我们有生之年也解算不出来啊！难道我们能用这种方法研究气体、研究气象学吗？又如，汽车方向盘旋转的角度与汽车前轮偏转的角度有一个精确的对应关系。可是我们并没有在方向盘上刻上刻度，更不能让司机按照这个刻度去开车。不能！这说明，面对一个系统，在某个层次上，追求精确和追求有意义是互相排斥的。不适当当地追求精确，常常会使我们闹出笑话来。

于是人们对“模糊”也要另眼相看了。且不说人脑中如果没有模糊概念的地位，一切文学、艺术上的伟大成果都将大大逊色，李白描绘的“飞流直下三千尺”的庐山瀑布，也要被斥之为“荒谬”；如果汽车驾驶员不能驾驭那个“模糊的”方向盘，我们就连汽车也坐不成。如果对大气运动不作“模糊的”分析和研究，气象学也就不存在了。

除了单个事物或概念本身存在的模糊性之外，在两个或多个事物之间的相互关系上也普遍存在模糊性。例如，女同志总是比男同志更有耐心，女儿的容貌更象她父亲，人的体重和身高有关，高层建筑并不比多层建筑更经济，等等，述说的都是模糊关系。不仅这些关系的概念是模糊概念（如比较有耐心、容貌相象等），而且这些关系本身（如人的体重与身高的关系等）没有精确的数量化的公式可表达。

“模糊”并非“混乱”、“糟糕”或“懒惰”。在人的感知、辨识、推理、决策及抽象思维的过程中，模糊性简直是一种天赋的恩惠。由于人的大脑能接受、贮存、处理模糊信息，人们才有可能辨认溅污了的手稿，理解易误解的谈

话，集中对于作出决定来说必要的信息。目前任何最高级的计算机也没有这种能力。例如，重庆冬天的早晨，大雾弥漫，迎面走过来一个人，我们从他走路的姿势、个子的高矮、说话的声音，很快就能判断出他是小王。而电子计算机尽管可以通过摄象机把小王的一举手一投足和一言一语都录下来，甚至做到要多精确就多精确，然后与预先输入计算机的小王的语言和行为的样本进行比较和识别，但结果仍常常出错或作不出结论。



图 1.1.1 “黑白花狗”图

再请看图1.1.1。它黑白分明，用计算机可以精确地再现千万次，精确地计算到微微米，然而却作不出任何有意义的结论，在它看来，这不过是谁无意中把墨汁泼洒在白纸上罢了。然而，人却能在“黑白花狗”（一种有黑白斑纹的短毛狗）这个标题下识别出一幅生动的图景。

真可以说“精确兮、模糊所伏，模糊兮、精确所倚。”

无论在自然界还是人类社会生活中，在科学技术还是文学艺术中，在日常言谈还是创造性思维中，模糊性都是普遍存在的。

模糊数学不是把数学变成模模糊糊的东西，而是让数学进入模糊现象这个禁区。模糊数学是研究和处理模糊性现象的数学。学习和研究模糊数学，就是要用数学方法揭示模糊事物内部和模糊事物之间的数量关系。

## §1.2 模糊性不同于随机性

模糊数学和概率论不同，概率论研究和处理随机现象，模糊数学研究和处理模糊现象。

什么是随机现象呢？

【例 1.2.1】投掷一枚硬币，观察正、反面的出现。出现正面朝上还是反面向上，事先不能肯定，这就是随机现象。

象这种单一（或少数）个体呈现多种现象的可能性就是随机性。研究每种现象出现的可能性的大小及其规律是概率论的任务。

【例 1.2.2】建房离不开砖，而砖的抗压强度高是保证建筑结构稳定的重要条件之一。但是，即使是同一个窑里烧出来的砖，其抗压强度也常常各不相同，而在进行抗压试验前，我们事先不能断定其抗压强度到底是多少。所以，砖的抗压强度是一个随机变量。

象这种大量个体固有特性的不确定性也是随机性。但是，它们所形成的总体的特性（例如，这一窑砖的平均抗压强度和抗压强度的分布特性）却有一定的规律性。研究这种

规律性则是数理统计的任务。

简单地说：

随机性——事物出现与否不确定。

模糊性——已出现的事物其归属不确定。

**【例 1.2.3】** “你看前面走着那位留长发穿花衬衫的同学是位女同学吧？”“不！八成是个男的。”本来男女是可以精确划分的，但长头发花衬衫却给我们带来了模糊的信息。同学在前面（是已出现的事物），我们却一时分不清是男是女（其归属不确定）。

有些事物类别划分本身就不清晰，即没有明确的边界：

**【例 1.2.4】** “这个建筑公司人均产值3000元，经济效益相当高嘞！”“不对！它有那么多高级技术人员，有那么优良的设备，可是资金利润率还不及刚成立不大的九公司呢！”原来，经济效益高是一个模糊概念，我们还没有一套完美的指标来评价它，而且经济效益的高与低之间也难以划一条明确的界线。

上例的概念是模糊的（我们提到的那个建筑公司是已出现的事物，但我们不能确定它应该属于经济效益高的一类还是经济效益低的一类，即其归属不确定），但语言还是清晰的。在有些情况下，语言上也存在模糊性：

**【例 1.2.5】** “妈妈，糖糖！”这是什么意思？这是儿童语言“我要吃糖”的意思。当然，你也可以理解为孩子在问妈妈：“你有没有糖？”

在数学发展的漫长岁月中，人们作为概念思考的是所思考对象的本质属性，即概念的内涵。直到19世纪初期，布尔等人采用概念的外延解释，即概念是被它的本质属性所确定的对象的总和（康托尔给它起名为“集合”），这才揭示出

数学概念和推理过程中存在的普遍规律。

传统数学只研究清晰概念。概念内涵清晰，外延也必须明确。一个对象，要么属于某个集合，要么不属于某个集合，二者必居其一而且只居其一，也就是说要遵循排中律，非此即彼，不能模棱两可。

模糊数学着重研究模糊概念。概念内涵清晰，但外延不明确。例如高个子与矮个子之间就没有绝对分明的界限。作为两个概念，它们都没有绝对明确的外延。于是在决定一个具体对象的归属时，我们就常常处于“亦此亦彼”模棱两可的境地。这是对“排中律”的突破，使“排中律”在形式逻辑上出现了“缺口”。所以，模糊数学是一种不确定性数学，可能性数学。

概率论也研究可能性，但它处理的对象不是由于排中律的破缺，而是由于因果律的破缺而呈现的性质和规律，是对产生那种现象的原因缺乏认识或无法控制而造成的。它研究的概念的内涵和外延都是清晰的。

概率大小和可能性大小是有区别的。

【例 1.2.6】 李四早餐以鸡蛋充饥：

鸡蛋个数	1	2	3	4	5	6	7	8
可能 性	1	1	1	1	0.8	0.6	0.4	0.2
概 率	0.1	0.8	0.1	0	0	0	0	0

可见，他一餐吃下 4 个鸡蛋不成问题（可能性是 1，即 100% 能吃得下去），但他从来没有一餐吃下 4 个鸡蛋的（概率为 0）。

有没有外延清晰而内涵不明确的概念呢？——有！这就