

工程数学基础 知识手册

冯 泰 朱维道 高尚华

钱辉镜 晏晓焰 编

孙树本 严士键 审

宇航出版社

工程数学基础知识手册

冯 泰 朱铤道 高尚华 编
钱辉镜 晏晓焰
责任编辑：高丹平

*

宇航出版社出版
新华书店北京发行所发行
各地新华书店经销
轻工业出版社印刷厂印刷

*

开本：850×1168 1/32 印张：30.5 字数：819千字
1988年11月第1版第1次印刷 印数：1—4000册
ISBN 7-80034-126-7/TB·033 定价：11.00元

前 言

数学是基础学科，它是其他自然科学与工程技术的基础。根据普通工科院校、广播电视大学、各类职工大学、函授大学的师生以及工程技术人员的迫切需要，我们为之提供一本有关工程数学基础知识的工具用书，特定名为《工程数学基础知识手册》。

本书的特点：

、涉及学科分支广泛

本书在总体内容上涉及了微积分、线性代数、概率统计、复变函数、场论、积分变换、数理方法、线性规划、算法语言以及计算方法等十个方面的工程数学知识。特别是列入了线性规划，以解决工程技术与经济领域中的具体问题；又列入计算机语言作为工具，向读者显示许多典型的数学模型，可使用计算机语言编制程序，并予以解决，从而加强了本书的实用性。

、系统性强

任何一位读者均希望在本专业中能自如地运用数学工具，这恰需要对其所学过的数学知识有一个融会贯通的了解。本书将以较强的系统性，帮助读者就整个工程数学知识来一次系统的复习与深化。即尽可能考虑到数学学科各分支之间的相互联系，并注意到各分支内的系统性。对按专题编排的内容，也尽量认识到其内容本身的逻辑性。

、确保基础知识的完整性

本书的篇为大单元，逐章、逐节对数学定理、公式、概念及有关法则进行有条理的归纳整理，并作简明扼要的阐述，力求作到条理清晰、揭示规律、突出重点，便于读者学习和自学、使之对工程数学基础知识的局部与全体有一完整的轮廓。

、便于查阅，实用性强

本书将逐章、逐节精选范例，介绍相应的数学手段，用以体现定理、公式、概念以及有关法则等的具体运用。旨在使读者既有对基本知识的全面认识，又能一一查阅相应的解决问题的方法，这是本书重要的特点。

、 体例安排

篇：包括数学学科各分支的基本内容。

章：包括学科各支中的具体内容。

节：分A、B两部分。

A部分反应工程数学的基本定理、公式、概念、法则，并予以简述。

B部分精选范例，逐一反应A部分中定理、公式、概念、法则的具体应用，并交待一种或多种数学方法，起到应用的示范和启发作用。

附录部分：这里汇集了常用数学公式、数表、图象，以备查用。

参加编写的作者有钱辉镜（第一篇、附录一）、朱铨道（第二篇、第八篇）、冯泰（第三篇、第四篇、第七篇）、高尚华（第五篇、第六篇、附录二）、晏晓焰（第九篇）等。

在本书编写过程中，北京工业学院孙树本教授、北京师范大学严士健教授对原稿进行了详尽的审阅，提出很多宝贵意见。在此，我们表示衷心感谢。

由于时间仓促，水平有限，书中不妥之处在所难免，希望广大读者批评指正。

编 者

1986 年 4 月

目 录

第一篇 微积分	(1)
第一章 函数	(1)
§ 1.1 函数概念	(1)
§ 1.2 函数的性质	(4)
§ 1.3 反函数	(7)
§ 1.4 复合函数与初等函数	(9)
第二章 函数的极限与连续性	(16)
§ 2.1 函数的极限	(16)
§ 2.2 无穷大与无穷小	(20)
§ 2.3 极限的运算与两个重要的极限	(24)
§ 2.4 函数的连续性	(26)
第三章 导数与微分 中值定理	(33)
§ 3.1 导数基本概念	(33)
§ 3.2 求导数的基本法则	(36)
§ 3.3 函数的微分与高阶导数	(41)
§ 3.4 中值定理	(46)
§ 3.5 洛比达法则	(48)
§ 3.6 泰勒公式	(51)
第四章 导数的应用	(53)
§ 4.1 曲线的性状与作图	(53)
§ 4.2 曲率	(58)
§ 4.3 近似计算与误差估计	(61)
第五章 不定积分	(64)

§ 5.1	不定积分的概念与性质·····	(64)
§ 5.2	积分法·····	(67)
§ 5.3	有理函数的积分·····	(74)
§ 5.4	三角函数有理式的不定积分 ·····	(77)
§ 5.5	简单无理函数的积分·····	(78)
§ 5.6	二项微分式的积分·····	(81)
第六章	定积分·····	(84)
§ 6.1	定积分的概念与性质·····	(84)
§ 6.2	定积分的计算方法·····	(87)
§ 6.3	广义积分·····	(89)
§ 6.4	定积分的应用·····	(91)
第七章	矢量代数与空间解析几何 ·····	(99)
§ 7.1	矢量代数·····	(99)
§ 7.2	平面与直线·····	(104)
§ 7.3	曲面与曲线·····	(110)
第八章	多元函数的微分法及其应用 ·····	(114)
§ 8.1	基本概念·····	(114)
§ 8.2	偏导数与全微分·····	(119)
§ 8.3	多元函数微分法·····	(122)
§ 8.4	高阶导数与泰勒公式·····	(124)
§ 8.5	多元函数微分的应用·····	(127)
第九章	重积分·····	(135)
§ 9.1	二重积分·····	(135)
§ 9.2	三重积分·····	(139)
§ 9.3	重积分的应用·····	(141)
第十章	曲线积分与曲面积分·····	(148)
§ 10.1	曲线积分·····	(148)
§ 10.2	曲面积分·····	(153)
第十一章	级数·····	(160)
§ 11.1	数项级数·····	(160)

§ 11.2	函数项级数	(167)
§ 11.3	富里哀级数	(174)
第十二章	常微分方程	(180)
§ 12.1	常微分方程的若干概念	(180)
§ 12.2	一阶常微分方程	(182)
§ 12.3	二阶常微分方程	(188)
第二篇	线性代数	(199)
第一章	行列式	(199)
§ 1.1	n 级行列式的定义	(199)
§ 1.2	行列式的性质及计算	(202)
§ 1.3	克莱姆法则	(213)
第二章	n 维向量空间	(217)
§ 2.1	n 维向量	(217)
§ 2.2	线性相关	(220)
§ 2.3	极大线性无关组	(226)
第三章	矩阵	(232)
§ 3.1	矩阵及其运算	(232)
§ 3.2	矩阵的分块	(243)
§ 3.3	矩阵的秩和初等变换	(247)
§ 3.4	逆矩阵	(253)
§ 3.5	几类特殊的矩阵	(261)
第四章	线性方程组	(268)
§ 4.1	线性方程组解的情况的判定	(268)
§ 4.2	线性方程组解的结构	(276)
第五章	矩阵标准形·二次型	(285)
§ 5.1	矩阵可对角化的条件	(285)
§ 5.2	实对称矩阵的对角化	(294)
§ 5.3	二次型和它的标准形	(298)
§ 5.4	用正交变换化实二次型为标准形	(306)
§ 5.5	有定型	(309)
第三篇	矢量分析与场论初步	(315)

第一章	矢量分析	(315)
§ 1.1	矢量函数的微分	(315)
§ 1.2	矢量函数的积分	(323)
第二章	场论初步	(329)
§ 2.1	场的分类与表示法	(329)
§ 2.2	数量场的方向导数与梯度	(332)
§ 2.3	通量、散度、高斯公式	(340)
§ 2.4	环量、旋度、格林公式、 斯托克斯公式	(348)
§ 2.5	有势场、管形场和调和场	(360)
§ 2.6	∇ 算子	(368)
§ 2.7	梯度、散度、旋度及拉普拉斯 算子在柱坐标、球坐标系下的 表达式	(370)
第四篇	复变函数	(373)
第一章	复数与复变函数	(373)
§ 1.1	复数及其运算	(373)
§ 1.2	区域概念	(382)
§ 1.3	复变函数	(387)
第二章	解析函数	(393)
§ 2.1	复变函数的导数	(393)
§ 2.2	解析函数	(398)
§ 2.3	初等函数及其解析性	(401)
第三章	复变函数积分	(408)
§ 3.1	复变函数积分概念	(408)
§ 3.2	积分基本定理	(414)
§ 3.3	积分公式	(417)
第四章	级数	(424)
§ 4.1	复数项级数	(424)
§ 4.2	函数项级数	(427)
§ 4.3	幂级数·泰勒级数	(430)
§ 4.4	罗伦级数	(442)

第五章	留数	(448)
§ 5.1	孤立奇点及分类	(448)
§ 5.2	留数概念及应用	(451)
第六章	解析函数的几何理论——保角 映射	(465)
§ 6.1	保角映射概念	(465)
§ 6.2	线性映射	(470)
§ 6.3	初等映射	(481)
第五篇	概率论与数理统计	(487)
第一章	概率论的基本概念	(487)
§ 1.1	随机试验、随机事件、样本空 间	(487)
§ 1.2	频率与概率	(491)
§ 1.3	条件概率与独立性	(495)
§ 1.4	全概率公式与逆概率公式	(499)
第二章	随机变量及其分布	(502)
§ 2.1	离散型随机变量	(502)
§ 2.2	连续型随机变量	(506)
§ 2.3	分布函数与随机变量函数的分 布	(509)
第三章	随机变量的数字特征	(515)
§ 3.1	数学期望	(515)
§ 3.2	方差	(520)
§ 3.3	原点矩与中心矩	(522)
第四章	随机向量	(525)
§ 4.1	随机向量的联合分布	(525)
§ 4.2	边缘分布与条件分布	(530)
§ 4.3	随机变量的独立性	(534)
§ 4.4	两个随机变量的函数分布	(537)
§ 4.5	随机向量的数字特征	(543)
§ 4.6	数理统计常用的三个分布	(548)
第五章	大数定律与中心极限定理	(550)

§ 5.1	大数定律·····	(550)
§ 5.2	中心极限定理·····	(552)
第六章	随机过程的基本知识·····	(555)
§ 6.1	独立增量过程·····	(555)
§ 6.2	马尔可夫过程·····	(557)
§ 6.3	平稳过程·····	(558)
第七章	参数估计·····	(561)
§ 7.1	数理统计的基本概念·····	(561)
§ 7.2	参数的点估计方法·····	(566)
§ 7.3	区间估计·····	(572)
§ 7.4	密度 (分布函数) 的近似求法 ·····	(578)
第八章	假设检验·····	(580)
§ 8.1	假设检验一般步骤·····	(580)
§ 8.2	一个正态总体的假设检验·····	(581)
§ 8.3	两个正态总体的假设检验·····	(585)
§ 8.4	总体分布函数的假设检验·····	(588)
第九章	方差分析·····	(593)
§ 9.1	单因素的方差分析·····	(593)
§ 9.2	无重复试验的双因素方差分析 ·····	(597)
第十章	回归分析·····	(605)
§ 10.1	一元线性回归分析·····	(605)
§ 10.2	线性相关的显著性检验·····	(610)
§ 10.3	一元非线性回归分析·····	(613)
第十一章	正交试验设计·····	(618)
§ 11.1	正交表·····	(618)
§ 11.2	正交试验设计一般步骤·····	(619)
第六篇	积分变换·····	(625)
第一第	富里哀变换·····	(625)
§ 1.1	指数形式的富氏级数·····	(625)
§ 1.2	富氏积分与富氏变换·····	(628)

§ 1.3 狄拉克函数及其富氏变换·····	(632)
第二章 拉普拉斯变换·····	(635)
§ 2.1 拉氏变换的概念·····	(635)
§ 2.2 拉氏变换及其性质·····	(636)
§ 2.3 拉氏逆变换·····	(640)
第七篇 数学物理方程 ·····	(647)
第一章 基本概念及定解问题·····	(647)
§ 1.1 基本概念与方程分类·····	(647)
§ 1.2 定解问题·····	(651)
第二章 分离变量法·····	(657)
§ 2.1 波动方程的分离变量解法·····	(657)
§ 2.2 热传导方程的分离变量解法 ·····	(660)
§ 2.3 圆域内拉普拉斯方程的分离变 量解法·····	(664)
§ 2.4 非齐次的泛定方程的处理·····	(666)
§ 2.5 非齐次边界条件的处理·····	(667)
第三章 行波法及积分变换法·····	(671)
§ 3.1 行波法——达朗贝尔公式·····	(671)
§ 3.2 积分变换法·····	(674)
第四章 拉普拉斯方程的格林函数法 ·····	(676)
第五章 几个特殊类型的二阶常微分方程 ·····	(681)
第六章 贝塞尔函数·····	(686)
第七章 勒让德多项式·····	(696)
第八章 数理方程的差分解法·····	(704)
第八篇 线性规划 ·····	(715)
第一章 单纯形法·····	(715)
§ 1.1 线性不等式组与凸集·····	(715)
§ 1.2 线性规划问题的数学模型·····	(720)
§ 1.3 单纯形法·····	(724)

§ 1.4	单纯形表格·····	(734)
§ 1.5	单纯形法的进一步讨论·····	(740)
§ 1.6	改进的单纯形法·····	(747)
第二章	对偶线性规划问题·····	(754)
§ 2.1	对偶规划·····	(754)
§ 2.2	对偶问题的基本性质·····	(757)
§ 2.3	对偶单纯形法·····	(763)
第三章	灵敏度分析与参数线性规划·····	(769)
§ 3.1	灵敏度分析·····	(769)
§ 3.2	参数线性规划举例·····	(780)
第四章	运输问题·····	(786)
§ 4.1	运输问题的形式与解的特点 ·····	(786)
§ 4.2	运输问题的算法——表上作业 ·····	(792)
§ 4.3	产销不平衡的运输问题·····	(799)
第九篇	BASIC语言·····	(805)
第一章	基本内容·····	(805)
§ 1.1	基本符号·····	(805)
§ 1.2	程序构成·····	(807)
§ 1.3	基本量·····	(808)
§ 1.4	语句及函数简表·····	(810)
第二章	表达式和输入输出语句·····	(818)
§ 2.1	表达式要点·····	(818)
§ 2.2	表达式的例子·····	(819)
§ 2.3	输入语句要点·····	(819)
§ 2.4	输入的例子·····	(821)
§ 2.5	输出语句要点以及例子·····	(822)
§ 2.6	字符串处理·····	(825)
第三章	分支·····	(828)
§ 3.1	转向语句要点·····	(828)
§ 3.2	用转向语句的例子·····	(828)

§ 3.3	多分支转向语句及例子·····	(829)
第四章	循环·····	(831)
§ 4.1	循环语句要点·····	(831)
§ 4.2	循环的例子·····	(831)
第五章	自定义函数和子程序·····	(834)
§ 5.1	自定义函数要点·····	(834)
§ 5.2	自定义函数的例子·····	(835)
§ 5.3	子程序要点·····	(835)
§ 5.4	子程序的例子·····	(836)
第六章	常用BASIC程序·····	(839)
§ 6.1	多项式求值·····	(839)
§ 6.2	辛普生公式求积分值·····	(839)
§ 6.3	解线性方程组·····	(840)
第十篇	FORTRAN语言 ·····	(843)
第一章	基本内容·····	(843)
§ 1.1	基本符号·····	(843)
§ 1.2	程序构成·····	(845)
§ 1.3	基本量·····	(845)
§ 1.4	语句简表·····	(849)
第二章	表达式和读写语句·····	(850)
§ 2.1	表达式要点和例子·····	(850)
§ 2.2	读写语句要点·····	(851)
§ 2.3	读写语句的例子·····	(853)
第三章	分支·····	(855)
§ 3.1	三种基本控制语句要点·····	(855)
§ 3.2	应用实例·····	(855)
第四章	循环·····	(857)
§ 4.1	循环要点·····	(857)
§ 4.2	循环的例子·····	(858)
第五章	外部函数和子程序·····	(861)
§ 5.1	外部函数要点·····	(861)
§ 5.2	外部函数例子·····	(862)

§ 5.3	子程序要点	(863)
§ 5.4	子程序例子	(864)
第十一篇	计算方法	(867)
第一章	方程求根	(867)
§ 1.1	对分区间法要点	(867)
§ 1.2	算例	(868)
§ 1.3	迭代法要点	(869)
§ 1.4	算例	(870)
§ 1.5	牛顿迭代法要点	(870)
§ 1.6	算例	(871)
第二章	函数插值和数组微分	(873)
§ 2.1	拉格朗日插值多项式要点	(873)
§ 2.2	算例	(874)
§ 2.3	插值微分要点	(875)
§ 2.4	常用等距插值微分公式	(876)
第三章	数值积分	(878)
§ 3.1	插值求积要点	(878)
§ 3.2	算例	(879)
§ 3.3	高斯求积要点	(881)
§ 3.4	算例	(883)
第四章	常微分方程数值解法	(885)
§ 4.1	欧拉法要点	(885)
§ 4.2	梯形法则要点	(885)
§ 4.3	龙格-库塔方法要点	(886)
§ 4.4	欧拉法算例	(887)
§ 4.5	龙格-库塔方法算例	(888)
附录一		(889)
I	代数	(889)
II	三角	(891)
III	初等几何	(893)
IV	导数和微分	(894)
V	不定积分	(896)

VI. 初等函数的幂级数展开式.....	(916)
VII. 几种常用的曲线.....	(919)
VIII. 几种常见的曲面.....	(924)
附录二.....	(928)
附表1 泊松分布表.....	(928)
附表2 正态分布数值表.....	(930)
附表3 t分布临界值表.....	(930)
附表4 χ^2 分布临界值表.....	(931)
附表5 F分布临界值表 ($\alpha=0.05$)	(932)
附表6 F分布临界值表 ($\alpha=0.025$)	(934)
附表7 F分布临界值表 ($\alpha=0.01$)	(936)
附表8 相关系数显著性检验表.....	(938)
附表9 常用正交表.....	(939)
附表10 富氏变换简表.....	(950)
附表11 拉氏变换简表.....	(954)

第一篇

微 积 分

第一章 函 数

§ 1.1 函 数 概 念

A

一、常量与变量

定义1.1 在过程的进行中不起变化，也就是保持一定的数值，这种量叫做常量；在变化过程中，可取不同数值的量，叫做变量。

在数学中，不论是常量还是变量，都扬弃其物理意义而只注重它们的数值，用字母如 a 或 x 等来表示。

如果量 x 是常量，则用数轴上的一个定点来表示；如果量 x 是变量，则用数轴上的动点表示。

二、函数的定义

定义1.2 设 x 与 y 是两个变量, 当变量 x 在数轴上某一部分 D 上取某一数值时, 如果变量 y 依照某一法则, 总有一个或多个确定的数值与之对应, 则变量 y 叫做变量 x 的函数或因变量。变量 x 叫做自变量。

函数的记号可表为 $y=f(x)$ 或 $y=\varphi(x)$, $y=F(x)$ 等等。不同的函数应该用不同的字母来表示。

定义1.3 如果对于自变量的某一个已知数值(或在某一已知点处), 函数具有确定的对应值, 那么就说自变量取该值时(或在该点处)这函数是有定义的。

定义1.4 数轴上使函数有定义的一切点的集合, 叫做这函数的定义域。

定义1.5 与自变量 x 的值相对应的 y 的值叫做函数值; 函数值的集合叫做函数的值域。

三、函数的表示法

1. 解析法

用公式来表示两个变量之间的函数关系的方法, 在数学上称之为解析法。该等式叫做这函数的解析表达式, 简称为解析式。

2. 列表法

将自变量的一系列值和对应的函数值列成表格来表示函数关系。

3. 图象法

一元函数的图象是指这样一些点的轨迹(在直角坐标系中), 这些点的横坐标是自变量值而纵坐标是对应的函数值。一般说来, 一元函数的图象是平面上的曲线(特殊情况下是直线)。

B

例1.1 已知三角形中有两边长分别为 a 和 b , 设 α 为这两边间的夹角。试将三角形的面积表示成 α 的函数, 并求其定义域。

解 根据三角形的面积等于两边与其夹角正弦的乘积的一