B.A. 福 克

空间、时间和引力的理论

科学出版社

空间、时间和引力的理论

B. A. 福克 著

周培源 朱家珍 蔡树棠 等译

科学出版社

В. А. Фок
Теория пространства, времени и тяготения
Физматгиз, Москва
издание второе, 1961

內 容 簡 介

本书作者以自己的观点論述空間、时間和引力的理論，系統地介紹了作者对爱因斯坦引力理論的研究成果．作者的主要注意力放在闡明带有原則性意义的問題上，在推理上力求最大限度的邏輯严密性．此外，书中包括了作者初次发表的一些新成果．

本书可供大学物理系教师、高年級学生、研究生参考，也可供理論物理学工作者和对相对論感兴趣的有关研究人員参考．

空间、时间和引力的理论

〔苏〕 B. A. 福克 著
周培源 朱家珍 蔡树棠 等译

*

科 学 出 版 社 出 版
北京朝阳門內大街 117 号
北京市书刊出版业营业許可証出字第 061 号
上海新华印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行 各地新华书店經售

*

1965 年 7 月 第 一 版　　开本：850×1168 1/32
1965 年 7 月第一次印刷　　印張：17 5/16
精装：0001—2,650　　插頁：3
平装：0001—2,350　　字数：460,000

統一书号：13031・2038
本社书号：3125・13—3

定价：〔科七〕精装本 3.40 元
平装本 2.90 元

第一版序言

本书的目的首先是叙述我們对爱因斯坦引力理論的研究．所牵涉的問題是：考虑內部結构与旋轉的物体系运动方程的推导；引力方程的近似解及解的漸近式的探討；是否存在准确到洛倫兹变換范圍內是确定的坐标系問題的研究以及其他問題等．

这些研究結果給我們带来一种信念，就是可以附加和引力方程联立的补充条件来获得引力方程解的唯一性，这种办法至少对最重要的一类物理問題是可行的．这一信念已經成为整个引力理論的新观点的基础．因此就需要以这种新建立的观点来闡述全部空間、时間与引力的理論，而本书正是这样做的．

为了邏輯結构的严整，本书也列入了通常的相对論（伽利略空間理論）．这样扩充材料也有其优点，可使本书更容易理解，因为假定了讀者具有較少的預备知識．

在叙述通常相对論的过程中曾发生一系列的問題，解决这些問題又产生了某些在方法上具有特征的新結果．这些新的結果是：联系两个慣性系的变換为綫性的新的証明形式；电荷系的拉格朗日函数的探討；运动积分的推导；根据罗巴切夫斯基-爱因斯坦速度空間的概念对天文学光行差現象的研究以及其他問題等．

我們把主要的注意力放在論述带有原則性意义的問題上，同时在推理上力求达到最大限度的邏輯严密性，这一点对我們至为重要，因为我們对理論的观点是新的，所以需要严格証明，才能使人信服．

这一类型的书也必然有它的缺陷，主要是：对理論的实驗基础只作了肤淺的說明；可供参考的附录不多；缺乏詳尽的历史回顾和文献目录；可能还缺少其他的內容．

因为本书是从基础开始叙述理論結构的，故对大学物理系的学生和具有同等学力的人，本书的內容是容易接受的．对于理論

专业的物理系学生，尤其是理論研究生，全书的內容也都是易于了解的．科学家和专家們也将会在一系列問題上在书中找到新的并且是初次发表的成果．

B. 福克

1955年5月于列宁格勒

第二版序言

在俄文第一版出版后六年以来，这本书曾在倫敦普格蒙出版社出版了英文本[1)]，在柏林科学院出版社出版了德文本[2)]．因此，关于本书的內容作者曾不止一次地深入思索过．第二次俄文版和第一版的区别是对一系列具有原則性問題的表述方式更为明确了，包含了作者某些新的工作結果和改进了数学証明．在这些补充中作者认为最重要的是关于质量張量（以及引力方程）的唯一性問題的成果以及共形空間概念的引进（§ 31* 和 § 56）．为了更詳細地說明我們关于相对性原理作为物理原理的理解，单独地增加了新的一节（§ 49*）．

在最近几年里，我們关于相对論和引力理論的观点开始得到世界学者的公认．我們希望在这一版里观点的明确化将消除阻碍接受它們的最后誤解．

B. 福克

1961年5月于列宁格勒

1) V. Fock, The Theory of Space, Time and Gravitation (translated by N. Kemmer), pp. XVIII+411, Pergamon Press, London, 1959.

2) Vladimir Fock, Theorie von Raum, Zeit und Gravitation, pp. XIX+501, Akademie-Verlag, Berlin, 1960.

目　录

引　論[1)]

从几何观点看来，空时理論可分为均匀的（伽利略的）空間理論和非均匀的（黎曼和爱因斯坦的）空間理論[2)].

伽利略空間具有最大限度的均匀性．这表現在：在伽利略空間中：（a）所有的点和瞬时都是平权的；（б）所有方向都是平权的以及（в）所有作相对匀速运动的慣性系都是平权的．

空时的均匀性表現在存在着一类变换群，它使两点間的四維距离（間隔）的表达式不变．間隔表达式在空时理論中至为重要，因为它的形式直接与物理的基本定律，即自由质点运动定律和自由空間中光波波前傳播定律的形式有关．

上述伽利略空間均匀性的特征（a）、（б）及（в）对应着下面的諸变换．

（a）所有点与瞬时都平权的特征对应着移动坐标原点和計时原点的变换，此变换含有四个参量（三个初始坐标和一个初始瞬时）．

（б）所有方向都平权的特征对应着旋轉坐标軸的变换，此变换含有三个参量（三个角）．

（в）所有慣性系都平权的特征对应着从一个計算系轉换到另一个与之作相对匀速运动的計算系的变换，此变换含有三个参量（相对速度的三个分量）．

最普遍的变换包含十个参量．这即是洛倫茲变换．

大家知道，在 n 維空間中，使无限接近的两点間的距离平方表

---

1) 我們經常在引論中所使用的某些术語和概念，只能在正文中更准确地定义．这显得有些矛盾，但除此而外别无办法，因为我們希望，在引論中就介紹我們对理論的观点，而这一理論正是本书所研究的对象．虽説这样做有缺陷，可是讀者要是果如我們所望，能在閱讀正文前就对本书的研究对象有一概略的了解，那还是得可償失的．如对引論中所說的不够了解，那請讀完本书之后把引論再重新看一遍．

2) 我們将經常用“空間”来代替“空間与时間”

达式不变的变换群包括的参量不多于 $\frac{1}{2}n(n+1)$ 个. 如果能有包括全部 $\frac{1}{2}n(n+1)$ 个参量的变换群，則空間就是最大均匀的，这要么是恒定曲率空間，要么是曲率为零的欧几里德（或贋欧几里德）空間.

在我們所探討的空时中，維数等于四，因而可能的最多参量数等于十. 因为此数与洛倫茲变换的参量数相同，故已如上述，伽利略空間（此变换所属的空間）具有最大限度的均匀性.

以洛倫茲变换为基础的伽利略空間理論通称为狹义相对論. 把問題說得更清楚些，这一理論的对象是要表述出与伽利略空間性质相符的物理定律. 阿·爱因斯坦（1879—1955）是相对論的奠基者. 邦加萊和洛倫茲則为爱因斯坦的前驅者. 本书的一至四章将叙述伽利略空間的理論.

不可能把万有引力安置在均匀的伽利略空間的框架內. 关于这一点爱因斯坦闡述了更深邃的理由：問題在于不仅物体的慣性质量，引力质量也取决于物体的能量.

可以把引力理論建立在两个基础上：一方面摒弃整个空間[1]的均匀性，另一方面則承认空間在无穷小的区域內具有某种均匀性. 这相当于在数学上摒弃欧几里德（說得确切些，贋欧几里德）几何而引入黎曼几何. 現代的引力理論也是爱因斯坦創立的.

根据引力論，无穷小的区域仍然有如洛倫茲变换所表示的那种均匀性，这是和在給定点附近能用加速場来模拟引力場（等效原理）有关联的. 其物理基础就是伽利略所发現的定律，根据这一定律，在无媒质阻力的情况下，所有物体以等同的速度（說得准确些，以等同的加速度）降落. 可以在推广的形式下把伽利略定律表述

[1] 我們不是从字面上，而是从場論所采用的数学意义上使用"整个空間"、"无穷远条件"等名詞. 所謂整个空間是指一个足够大的区域，在其边界上所考察的物体系的場可以忽略不計. "无穷远条件"也是属于这个区域的边界的. 根据問題的性质，这个区域的大小可以相差极大：对于原子或分子，数量級为微米的距离就可看成是无穷大；对于太阳系，則是数量級为光年的距离；而对于恒星系，則将会是亿万光年. 可是我們永远不会把"整个空間"理解为整个宇宙，因为根据认識論，是不可能把整个宇宙列入我們研究的范圍之內的.

为慣性质量等于重力质量的定律．应該着重指出，这一基本定律具有普遍的性质，然而等效原理则有严格的局部性．慣性质量和引力质量相等定律在全部这样的精确范圍內被应用，即能够确定这两种质量作为表征該物体的性质的量而不依賴于其它物体的运动及位置(这种不依賴的性质在牛頓引力論中成立,但是在其推广的理論中可以不成立)．

慣性质量和引力质量相等定律是建立引力理論的直观的物理基础;当然,在理論建立的过程中引进了新的推广,結果該定律可以轉变为近似定律的地位,然而这沒有减少它的基本性质．作为建立更普遍理論的基础，慣性质量和引力质量相等定律比起等效原理有下面的优点:首先,它不要求局部的考察,其次,它不引起考察加速运动参考系的必要性,而加速运动参考系的概念是很难确定的．

在建立引力理論时不能只局限于局部的研究（即无穷小空間区域的研究)．我們必須描述整个空間的性质，不然的話，一般就不可能单一地提出問題．从下面事实就可以把这一点弄得格外清楚:任何場(以及引力場)的方程都是偏微分方程,仅当有初始条件和边界条件或有代替它們的条件时，这些方程才能有唯一的解．場方程和边界条件是紧密联系的，絕不能认为边界条件不如方程本身来得重要．然而在涉及整个空間的問題中，边界条件是属于遙远的空間区域的，所以要想表述边界条件，势必須了解整个空間的性质．

我們将会看到，爱因斯坦显然对局部研究的不够与边界条件的重要性考慮不够．因此,在我們的著作中以及本书中,对引力理論基本問題的提法上不得不做若干重要的修改．

假定空間在无穷远处是均匀的（在洛倫茲变換的意义下)，是一种最簡单同时也是最重要的情况．在这种情况下，因质量而引起的非均匀性具有局部的性质；质量及其引力場仿佛浸沉在无限大的伽利略空間中．这种情况至为重要，因为运动积分的存在是与空間在无穷远处的均匀性联系着的．只有当无穷远处的空間能容許十个参量俱全的洛倫茲变換时，才能有包括能量积分在內的

十个运动积分.

本书第五、六和七章几乎全部是用来闡述空間在无穷远处是均匀的这种情况的.

也可能作如下的假定，就是假定整个空时不具有完全的均匀性,而只具有部分的均匀性，即和前面一样，空間坐标原点的任意移动和空間軸的任意旋轉还是允許的,这就給出了六个参量;剩下的四个洛倫茲变换的参量，其中三个是速度分量，一个是計时原点,可用头六个参量来确定. 弗里德曼首先研究了这种空时,又因为空时中的空間部分包含有罗巴切夫斯基几何的內容，故称这种空时为弗里德曼-罗巴切夫斯基空間. 这种空間和伽利略空間不同,当有重量的物质的平均密度不为零时,它可以有确定的引力場存在. 因此可以設想在宇宙論中，当所考察的是亿万光年綫度的广大区域，而且其中恒星系的分布可当作是近似均匀的，則弗里德曼-罗巴切夫斯基空間比伽利略空間是对現实的較好近似.弗里德曼-罗巴切夫斯基空間的局部非均匀性理論尙未建立. 我們将在本书 § 94 和 § 95 再談这种空間. 关于整个空間的性质还可能有别的假定,但我們将不討論这个問題.

空間作为一个整体的性质对优越坐标系是否存在的問題也是非常重要的.

在伽利略空間中,通常的笛卡儿坐标和时間就是优越的,这些变量的集合称为伽利略坐标. 其所以有优越地位是因为在这些坐标中表示空間均匀性的洛倫茲变換是綫性的.

如果空間在无穷远处才是均匀的，也有可能引进准确到洛倫茲变换范圍內是确定的优越坐标系(諧和坐标). 这一事实是首先在我們的著作中提出的,它有重大的原則性意义;只有根据这一事实才能特别地証明，爱因斯坦的引力論仍然保留着哥白尼日心系比托勃密地心系所具有的优越地位.本书 § 92 和 § 93 将对此作詳尽的論証. 我們将在諧和坐标系中来解决本书所研究的全部引力論的具体問題. 也正是利用这一点获得解的单一性.

弗里德曼-罗巴切夫斯基空間想必也能有优越坐标系，因为

这种空間的局部非均匀性理論尙未建立，所以对这一問題并未加以探討.

优越坐标系是否存在的問題，引力理論的創始者爱因斯坦和我們的观点不同，他在所有情况下否认这种坐标系的存在. 如上所述，其所以如此是因为他对用来研究空間性质且作为黎曼几何基础的局部方法評价过高，而对研究整个空間的重要性却又估計不足. 爱因斯坦毕生备受馬赫思想的影响，毫无疑問，他的哲学立場也在起着作用.

不同坐标系的問題以及从一个坐标系轉換到另一坐标系时方程形式改变的問題，在空时理論中占着重要的地位.

通常认为方程的协变性具有特別重大的意义. 协变性的含义如下：凡施行坐标变换，应变量(函数)亦必按确定的（例如，張量的）規則而变换，我們研究坐标变換时必須同时注意原来的和变換后的函数所滿足的方程形式. 如果变換后所得到的新变量的新函数和旧变量的旧函数一样能滿足同样形式的方程，則方程就是协变的. 由方程的协变性，使我們无須預先选定坐标系就能写出方程. 此外，因为方程的协变性限制方程形式的种类，同时还帮助挑选正确的形式，故方程的协变性对推动研究工作有重大的意义. 但必須着重指出，仅当引入函数的数目亦有限制时，协变性对方程的形式的限制方属有效；如果能引进任何数目的新輔助函数，那事实上可以賦予任何方程以协变的形式.

因此，方程协变性本身絕不表示任何物理定律. 例如，在质点系力学中，第二类拉格朗日方程对任意坐标变換都是协变的，而用直角坐标系写出的第一类拉格朗日方程則不是协变的，但前者与后者比較，并不表示任何新的物理定律.

在拉格朗日方程的情况下，协变性是这样达到的，就是引进用速度表示的二次(不一定是齐次的)拉格朗日函数的系数作为新的輔助函数.

在黎曼几何中，新的輔助函数是无穷小距离平方的齐次二次式中的系数 $g_{\mu\nu}$. 在变到别的参考系时，这些函数的变換定律可以

从它作为上述二次式系数的定义和联系到这个二次式是协变的条件而得出；以后，我們常常假定坐标的变换伴随有函数 $g_{\mu\nu}$ 按照这个定律的变换. 量 $g_{\mu\nu}$ 的总和称为度規張量.

度規張量的引进可以使我們构成对任意坐标变換为协变的表达式. 如果我們只研究它們之中(例如，从伽利略張量) 經过坐标变換而得到的一个度規張量，則这时除了我們公式的协变性外，得不到任何新的东西. 然而，如果让所研究的度規張量有更一般的形式，即由一个到另一个不归結为坐标变換，則得到的推广将是本质的. 这时度規張量不仅反映坐标系的性质，而且也反映空間的性质，而后者可以和引力現象联系起来. 根据爱因斯坦的观点，为了描写引力場，除了度規張量本身外，不必再引进任何别的函数. 这个关于度規和引力統一的思想也是爱因斯坦引力論的基础. 它几乎唯一地导至爱因斯坦所得到的引力場方程.

为了弄清应用于黎曼几何的协变性概念的意义，我們把它和前面研究的空間均匀性的概念对照起来. 如我們上面所指出的，伽利略空間的均匀性表現在两个点間四維距离的表达式在坐标变換下保持不变. 更詳細地可以說，在这样的变換下，这个表达式的系数，也就是量 $g_{\mu\nu}$ 保持不变. 如果量 $g_{\mu\nu}$ 是坐标的函数，則对它們的不变性，我們指的是这些函数的数学形式的不变性：新的 $g_{\mu\nu}$ 对于新坐标的依賴性和旧的 $g_{\mu\nu}$ 对于旧坐标的依賴性具有同样的数学形式. 在一般的黎曼几何的情形下，保持量 $g_{\mu\nu}$ 不变的变換不存在了，因为黎曼空間是非均匀的. 在黎曼几何中，当坐标变換时不提出 $g_{\mu\nu}$ 的数学形式不变的条件，而这种变換，正是相对于 $g_{\mu\nu}$ 的协变性的要求，这和空間的均匀性和非均匀性沒有任何关系[1].

以上所述的可以用一个簡单的例子来說明.

我們考虑一个球面. 这个球面在圍繞通过球心的任意軸轉动任一角度后仍变为自己. 这样的变換包含三个参量，因为球面是二維的，所以按照緒論开始所讲，球面将是最大限度均匀的. 在球面上沒有任何特殊的点和方向.

現在我們考虑更普遍的非球形的旋轉面. 它可以通过圍繞軸的轉动变成自己，只是这軸的方向現在是固定的，而轉动的角度則仍然是任意的，这样所允許的变換只包

[1] 这个看法由 E. 卡尔达提出.

含一个参量．在面上将有特殊的点（軸通过的两极）和特殊的方向（經綫和緯綫）．最后，如果考慮最普遍形式的面，对于它不存在任何一种变換，經过这个变換能变成它自己．因此，球面即很特殊形式的面有最大程度的均匀性（三个参量），旋轉面将是部分均匀的，而最普遍形式的面不具有任何均匀性．

我們看到，面形式的一般性是和均匀性概念相对立的概念．对于空时四維流形的几何，同样的結論保持有效：空間几何的一般性和其均匀性相对立．

現在我們来說明相对性概念在空时理論中的意义，并且指出它和均匀性紧密地相联系．

我們把計算系統的相对性或純粹的相对性概念了解为在不同的計算系中存在同样的物理过程（关于这个問題，在§6和§49*有更詳細的論述）．根据伽利略相对性原理的推广，同样的过程可以在由洛倫茲变換联系的慣性系中存在．另一方面，洛倫茲变換表征了空間的均匀性．因此，相对性原理直接和均匀性相联系．这也說明了在爱因斯坦第一批工作中把伽利略均匀空間理論称为“相对論”，可以在相当的程度上认为是正确的[1]．

下面我們将看到，上面所說的相对性，在空間和时間的度規可以认为是固定的所有情况下，是和均匀性相联系的．这不仅在空間度規是永远給定的伽利略空間理論中可以做到，而且在黎曼空間和爱因斯坦空間理論中也可以做到，只要研究的过程实际上不影响度規即可．在这些情况下，相对性和均匀性单一地相联系：在均匀的伽利略空間中它是存在的，在不均匀的黎曼空間中，它不存在．如果也包括研究这样的物理过程，这些过程本身实质上影响度規（重物体的移动），則如本书末尾（§93）所指出的，相对性在非均匀空間中也可以在很大程度上保持．当然，只有在这样的情况下是可能的，即当重物体所引起的不均匀性可看作为在无穷的伽利略空間中的局部扰动．

在非均匀空間中，已知的相对性原理也可以保持，这可以这样来作到．在过渡到新的参考系时产生新引力場代替旧引力場，这新引力場在新参考系的形式和旧引力場在旧参考系中的形式完全相同．这样，把放在地球上的实驗室倒轉过来，就破坏了在实驗室中发生的过程（不具有相对性），如果与倒轉同时将其向反极点平行移动，則其中进行的过程将仍是以前的过程（相对性的恢复）．

---

[1] 更适合的是A. D. 傅克尔提出的“时間几何”这名称．

因此，甚至在非均匀空間，如果談到“大区域”的相对性，也有間接的均匀性，卽和无穷远的均匀性相联系的相对性；如果談到“无限小区域”的相对性，則有和短程綫坐标系局部均匀性相联系的小区域的相对性．如我們所知，均匀性处于和几何的一般性相对立的地位；因此在具有黎曼几何的非均匀空間，或者相对性完全不存在，或者它不超出伽利略空間的相对性．当过渡到非均匀空間时，就談不到任何相对性概念的推广．

其实，在爱因斯坦創立引力論时就使用了“广义相对論”的术語，它是完全混乱的．这个术語是应用在“普通协变性”(就是方程对伴随有函数 $g_{\mu\nu}$ 形式改变的任意坐标变换下的协变性）的意义上．可是我們看到，这种协变性和空間的均匀性沒有任何共同之处，而相对性則完全相反，它是和均匀性相联系的．这就意味着“广义相对性”和“純粹相对性”沒有任何共同之处．其实后者得到“狭义的”这一名称，正如我們指出的，它是“广义”的特殊情况．

为了說明这种情况所引起的誤解，有必要研究几个例子．

正如第四章就要証明的，均匀的伽利略空間理論不但可用洛倫茲变換意义下的协变形式表述出来，还可以在普通协变形式下表述出来．要用“广义”和“狭义”相对性这样的語言来表达这种簡单的思想是极其困难的，而且我們也不准备这样做，因为我們应該說，“狭义”相对性本身正包含着“广义”相对性或是諸如此类的內容．

如果想到在牛頓力学中我們曾接触过普通协变的第二类拉格朗日方程，那就一定会說，牛頓力学也正包含有“广义相对性”的內容了．

“广义相对性”或“广义相对性原理”这一名詞在有条件的意义下也用来称呼引力論（首先是爱因斯坦自己）．爱因斯坦关于引力理論的主要論文（1917年）題名为“广义相对論基础”．这使問題更加混乱，因为这里的“广义”和“相对性”都不符合其本来的意义．因为在引力理論中假定空間是非均匀的，而相对性是和均匀性联系着的，因而得知，在广义相对論中一般說来并无任何相对性．