

**S HAONIAN
BAIKE CONGSHU**

数学医院

臧龙光、李毓佩、王宗奎



数 学 医 院

臧龙光 李毓佩 王宗奎

封面设计：勤 卓

插 图：孙 以 增



中国少年儿童出版社

数 学 医 院

臧龙光 李毓佩 王宗奎

*

中国少年儿童出版社出版

中国青年出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

787×1092 1/32 4.75 印张 42 千字

1983年3月北京第1版 1983年3月北京第1次印刷

印数1—140,000册 定价0.38元

内 容 提 要

本书是帮助初中同学寻找、认识和改正在做题中出现的差错的。注意紧密配合课堂教学，重视分析说明差错原因，力求行文用语浅显生动，是本书的三个特点。适合一般初中同学、特别是数学学得差一些的初中同学阅读。



目 次

代数

$3a > 2a$ 吗?	3
$ -a = a$ 吗?	8
$\sqrt{a^2} = a$ 吗?	11
$(a+b)^2 = a^2 + b^2$ 吗?	15
$3a^2 + 2a^3 = 5a^5$ 吗?	19
$(-a)^2 = -a^2$ 吗?	22
$\sqrt{2} + \sqrt{2} = \sqrt{4}$ 吗?	24
$am^2 + bm + m = m(am + b)$ 吗?	26
$\frac{a+b}{c(a+b)} = 0$ 吗?	28
$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$ 吗?	30

$\frac{-a-b}{c} = -\frac{a+b}{c}$ 吗?	31
$ a > b $, $a > b$ 吗?	34
$a^2 = b^2$, $a = b$ 吗?	37
$ax = b$, $x = \frac{b}{a}$ 吗?	39
$\frac{x}{2} - 1 = \frac{x}{3}$, $x = 1$ 吗?	41
$\frac{x}{2} - \frac{x-3}{4} = 1$, $x = 7$ 吗?	43
$2x^2 - 4x - 5 = 0$, $x_1 = 5$, $x_2 = -1$ 吗?	45
$2x^2 + 5x - 3 = (x - \frac{1}{2})(x + 3)$ 吗?	48
$(x-4)(x-5) = 3$, $x_1 = 5$, $x_2 = 8$ 吗?	51
$x^2 > 4$, $x > \pm 2$ 吗?	54
$x^2 > 4$, $x > 2$ 和 $x < -2$ 吗?	57
$\frac{3}{x-2} > 1$, $3 > x-2$ 吗?	59
$a^6 \cdot a^3 = a^{18}$, $a^6 \div a^3 = a^2$ 吗?	62
平均速度 $v = \frac{v_1 + v_2}{2}$ 吗?	64
$4.3210 = 4.321$ 吗?	66
被除式 $\div$ 除式 = 商式 + 余式 吗?	68
$x^4 + 4y^4$ 不能分解因式 吗?	71
$(x+y)^0 = 1$ 吗?	73
$(-1)^{-1} = -1^{-1} = 1$ 吗?	75
$\log_a(N_1 + N_2) = \log_a N_1 + \log_a N_2$ 吗?	77

$\sqrt{(\lg 3)^2 - \lg 9 + 1} = \lg 0.3$ 吗?79

$\lg x = -2.7836$ 的首数是 -2 、

尾数是 0.7836 吗?81

$\lg \frac{1}{13}$ 的首数是 -1 吗?83

$\lg x = 12.35$, $x = 1.2239$ 吗?85

正比例函数是自变量增大, 函数也增大吗?87

几何

这样画对顶角对吗?89

只有平行线才有同位角吗?91

有画不出来的垂线吗?95

这样画高线对吗?97

这样画图对吗?99

画图一定要很准确吗? 102

找对应的边和角有窍门吗? 105

这样写已知和求证对吗? 108

这样写证题的推理根据对吗? 110

有“边、边、角”定理吗? 112

这样用“边、边、角”证题对吗? 114

三对角对应相等的两个四边形一定相似吗? 116

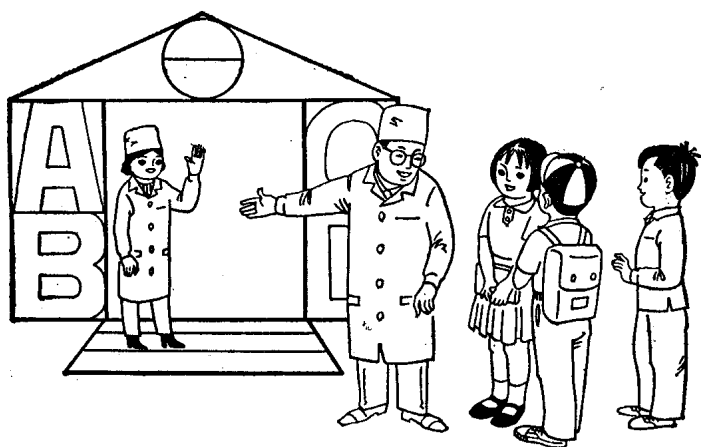
加辅助线也会出错吗? 118

这样证明对吗? 122

圆心距小于两圆半径和的两圆一定相交吗?	124
几何和代数里的“=”含义一样吗?	126

三角

这样找俯角对吗?	129
$\sin x = \frac{1}{2} = 30^\circ$ 吗?	131
$\sin 10^\circ + \sin 20^\circ = \sin 30^\circ$ 吗?	133
$\sin \alpha = \sin \beta, \alpha = \beta$ 吗?	134
$\operatorname{tg} 30^\circ = \sqrt{3}$ 吗?	136
$\sqrt{1 - \sin^2 100^\circ} = \cos 100^\circ$ 吗?	138
$\cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 120^\circ)$ 吗?	140
$\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}, B = 60^\circ$ 吗?	142



请进！

我们这个数学医院，是帮助你认识和改正做题差错的。

我们不知道你在做题中有过什么差错，哪些已经认识，哪些已经改正，所以只好选择了一些常见的、基本的和重要的来讲。这就是目次所开列的五十九个问题。

不过，我们在讲的当中，除了指出差错所在和改正要点外，还特别注意查找一般初中同学犯这些差错的

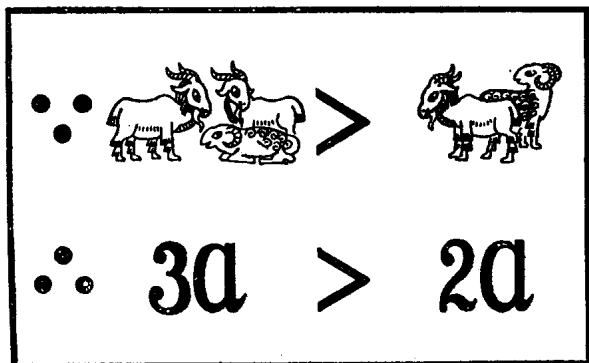
原因,尽可能从道理、方法、习惯和记忆等各个方面,把造成差错的来龙去脉讲得清楚一些。

我们想用这个办法,来帮助你开动脑筋,思考问题,清除各种各样的差错,把学习数学的根底打好!



$3a > 2a$ 吗?

初学代数,很容易根据 3 只羊比 2 只羊多,3 斤苹果比 2 斤苹果重,3 尺布比 2 尺布长,得到 $3a > 2a$ 。



$3 > 2$ 。可是, a 往它们身边一“站”,算术中比较大小的方法就用不得了。

在代数中,字母 a 代表任何数。它可以代表正数,也可以代表负数,还可以代表零。所以, $3a$ 和 $2a$ 的大小,也就跟着 a 发生了变化。比如说:

当 $a = 1$ 时, $3a = 3$, $2a = 2$, 有 $3a > 2a$;

当 $a = 0$ 时, $3a = 0$, $2a = 0$, 有 $3a = 2a$;

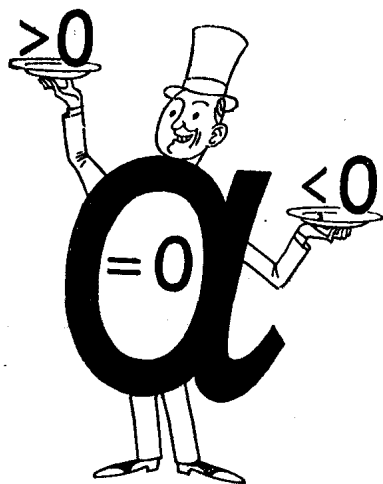
当 $a = -1$ 时, $3a = -3$, $2a = -2$, 有 $3a < 2a$ 。

这样, $3a$ 既可以大于 $2a$, 也可以等于 $2a$, 还可以小于 $2a$ 。到底谁大, 要看 a 代表什么数。

a 的前面没有写符号, 它不是象 3 和 2 那样代表正数吗?

看起来, 错误的根子就在这里!

3 和 2 的前面是正号, a 的前面也是正号, 这是对的。问题是: 3 和 2 是两个确定的数, 它们代表的就是正 3 和正 2; a 呢, 它是一个字母, 可以代表正数, 也可以代表负数, 还可以代表零。只看 a 前面的符号是正号, 并不能肯定 a 是正数。



打一个比方:

魔术师走出场来, 看外表, 他和一般人没有什么不同。可是刹那间, 他可以变出装满苹果的盘子, 也可以变出活蹦乱跳的兔子。这些东西是从哪里来的呢? 原来都藏在他的衣服里面。要是我们把 3 和 2 比做一般人穿的衣

服,那么, a 就好象是魔术师穿的衣服了。 a 到底是正是负,还得看“里面”藏了什么。

那今后要比较两个代数式的大小,该怎么办呢?

道理清楚了,办法很简单。这就是根据字母的取值不同,来决定两个代数式的大小。

举几个例子:

一, $-a$ 是负数吗?

不一定。

当 a 是正数时, $-a$ 是负数;

当 a 是零时, $-a$ 是零;

当 a 是负数时, $-a$ 是正数。

二, $-2x > -3x$ 吗?

不一定。

当 $x > 0$ 时, $-2x > -3x$;

当 $x = 0$ 时, $-2x = -3x$;

当 $x < 0$ 时, $-2x < -3x$ 。

三, $x^2 > x$ 吗?

不一定。

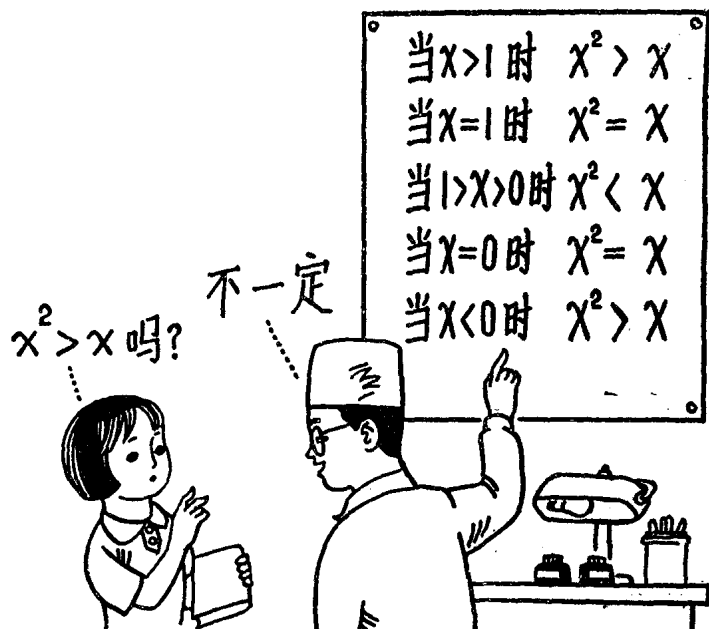
当 $x > 1$ 时, $x^2 > x$;

当 $x = 1$ 时, $x^2 = x$;

当 $0 < x < 1$ 时, $x^2 < x$;

当 $x = 0$ 时, $x^2 = x$;

当 $x < 0$ 时, $x^2 > x$ 。



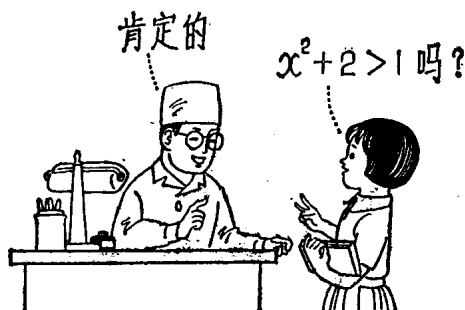
这里的第三个例子很重要。它告诉我们: 讨论两个代数式谁大谁小, 并不是千篇一律地分为 >0 、 <0 和 $=0$ 这三种情况, 而要根据代数式的具体情况, 用那些能使左右两边相等的数做分段点, 分成几段来讨论。

比较两个代数式的大小, 都要这样进行讨论吗?

不一定。

比如 $x^2 + 2 > 1$, 这个不等式总是成立的。因为不管 x 取什么数值, x^2 的最小值是 0, 所以 $x^2 + 2 > 1$ 总

是成立的。



这么说起来,贸然决定两个代数式谁大谁小,是很容易弄错的。

对。能认识到这一点,表示你在代数学习中有了很大的进步。

病 例

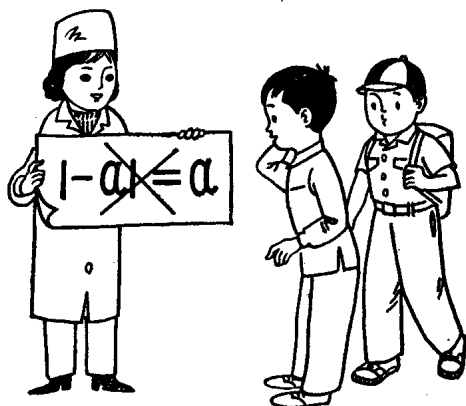
$$3-a < 3; a > \frac{a}{2}; \frac{1}{a} < a; \frac{3}{a} > \frac{2}{a}。$$

$$|-a| = a \text{ 吗?}$$

书上说:正数的绝对值是它本身,负数的绝对值是它的相反数,零的绝对值是零。

老师讲: $|+3|=3$, $|-2|=2$, $|0|=0$ 。

要是你一琢磨,以为求一个字母的绝对值,只要把这个字母的符号去掉,那就错了。



当 a 代表正数时, $|-a| = a$ 是对的。因为 a 是正数, $-a$ 是负数,而 $-a$ 的相反数是 a , 所以 $|-a| = a$ 是对的。

当 a 代表负数时, $|-a|=a$ 可就错了。因为 a 是负数, $-a$ 是正数, 而正数的绝对值应该是它本身, 所以当 a 表示负数时, 要 $|-a|=-a$ 才对。

列成式子:

$$|-a| = \begin{cases} a, & \text{当 } a \geq 0 \text{ 时;} \\ -a, & \text{当 } a < 0 \text{ 时。} \end{cases}$$

$|a|=a$ 对吗?

也不对。这同样是犯了把 a 看成为正数的毛病。要是 $a=-2$, 岂不是 $|-2|=-2$ 了。

正确的写法是:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{当 } a \geq 0 \text{ 时;} \\ -a, & \text{当 } a < 0 \text{ 时。} \end{cases}$$

