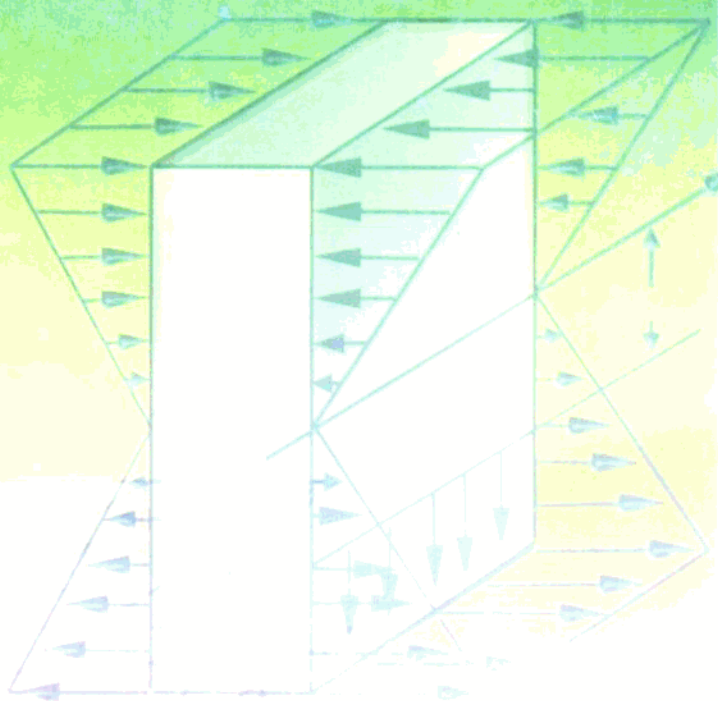




傅衣铭 熊慧而 任毕乔 编著

材料力学 (I)



湖南大学出版社

材 料 力 学

(I)

傅衣铭 熊慧而 任毕乔 编著

湖南大学出版社

1999 年 · 长沙

内 容 简 介

《材料力学》(I)是新材料力学全套教材的第1部分。内容包括:绪论、杆件的内力、材料在拉伸和压缩时的力学性能、平面图形的几何性质、杆件在基本变形时的应力计算、杆件的变形、刚度条件、应力和应变状态分析、强度理论、组合变形、压杆稳定。各章之后附有习题,书后附有习题解答。

本书可作为高等工业学校机械、建筑、交通、航空、航天、力学、电气、环境、化工等专业的材料力学或工程力学课程的教材,也可供有关工程技术人员参考。

材料力学(I)

Cailiao Lixue(I)

傅衣铭 熊慧而 任毕乔 编著

-
- ☐责任编辑 刘其斌
☐封面设计 谭石山
☐出版发行 湖南大学出版社
社址 长沙市岳麓山 邮编 410082
电话 0731-8821691 0731-8821315
☐经 销 湖南省新华书店
☐印 装 湖南大学印刷厂
-

- ☐开本 787×1092 16开 ☐印张 15.5 ☐字数 400千
☐版次 1999年11月第1版 ☐1999年11月第1次印刷
☐印数 1—5 000册
☐书号 ISBN 7-81053-190-5/TU·12
☐定价 20.00元
-

(湖南大学版图书凡有印装差错,请向承印厂调换)

前 言

材料力学既是一门基础理论课程,又是一门技术科学课程。在理工科院校,材料力学课程对培养学生的力学基础理论及其应用能力具有极为重要的作用。

目前,已有的材料力学教学体系虽经多年的革新和改进,但在教学内容上仍侧重于理论知识,教材中传统内容偏多,而反映现代科技发展的内容则偏少;在教学方法上过分依赖于课堂教学,注重对学生基础知识的训练,忽略了对学生实际动手能力的培养。

为处理好材料力学课程中传统内容与现代科技知识的关系,传授书本知识与培养能力的关系,以使该课程适应于现代科学技术的发展与需求,达到拓宽学生知识面及增强应用能力的目的,我们在多年探索的基础上,于1994年成立《材料力学新体系与教学方法的研究》课题组,全力投入该课程体系的改革;同年,该课题被列为国家教委“高等教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划”的子课题。通过三年多的研究与实践,现已完成新材料力学教材的编写。

新材料力学教材为拼块结构,全套教材分为三册:

材料力学Ⅰ——基础理论部分。这部分以结构的强度、刚度、稳定性为主线,着重分析杆件在不同载荷形式下的力学响应(应力、变形)及强度准则,目的是让学生了解材料力学的传统理论基础。在此教材中,改原来的教学小循环(即以每种基本变形为一循环)为整体体系上的大循环。这样将有利于学生对基础知识的类比和巩固,及对材料力学基础内容的完整理解。

材料力学Ⅱ——材料力学中的解析与数值计算方法。此处以介绍各种近代计算方法为主线,结合材料力学中弯曲和扭转的复杂问题、静不定结构问题、动载荷问题、疲劳强度问题等,使学生在巩固基础知识的同时,掌握解决各类复杂问题的分析和计算方法,且通过相应计算程序的编制,培养学生使用计算机求解工程力学问题的能力。该教材附有求解工程实际材料力学问题的软件磁盘。

材料力学Ⅲ——近代材料力学导论。以拓宽学生视野,增强学生自学能力为主线,介绍非线性力学、复合材料力学、粘弹性力学等新兴分支学科的入门知识及发展趋势。

三册教材各有偏重,但综合为一体后,与新编的材料力学实验教材《材料力学性能与应力测试》相配合,加之CAI与多媒体等辅助教学手段,将使该课程达到增强学生力学基础、拓宽视野和动手能力的要求,也可增加学生对该课程的学习兴趣与学习主动性。

本套教材的教学学时大致安排如下:材料力学(Ⅰ),50学时;材料力学(Ⅱ),30学时;材料力学(Ⅲ),15学时(另全部材料力学实验为20学时)。对于各少学时专业,仅讲授材料力学(Ⅰ),再加10学时的材料力学实验,总学时为60学时;对于各中等学时专业,则讲授材料力学(Ⅰ)、(Ⅱ),再加10学时的材料力学实验,总学时为90学时;对于多学时专业必须讲授材料力学(Ⅰ)、(Ⅱ)、(Ⅲ),再加20学时的材料力学实验,总学时为115学时。

限于编者的水平,本套教材是否能达到预期效果,还需通过教学实践来进一步检验;同时在教材中难免有疏漏和欠妥之处,敬请广大教师和读者批评指正。

编 者

1999年5月

目次

前 言

1 绪论

- 1.1 材料力学的主要任务和研究内容 (1)
- 1.2 材料力学的假设、力学模型 (3)
- 1.3 内力、应力和应变的概念 (4)
- 1.4 杆件变形的基本形式 (8)

2 杆件的内力

- 2.1 杆件的内力、内力的分类 (10)
- 2.2 杆件拉伸或压缩时的内力 (11)
- 2.3 剪切的内力 (12)
- 2.4 扭转内力 (15)
- 2.5 弯曲内力 (18)
- 习题 (28)

3 材料在拉伸和压缩时的力学性能

- 3.1 低碳钢拉伸时的力学性能 (36)
- 3.2 其它材料在拉伸时的力学性能 (39)
- 3.3 材料在压缩时的力学性能 (40)
- 3.4 温度和时间对材料力学性能的影响 (42)
- 习题 (43)

4 平面图形的几何性质

- 4.1 静矩和形心 (45)
- 4.2 惯性矩、极惯性矩、惯性积 (49)
- 4.3 平行移轴公式 (52)
- 4.4 转轴公式 (55)
- 习题 (59)

5 杆件在基本变形时的应力计算

- 5.1 轴向拉伸或压缩时杆件的应力及强度条件 (63)
- 5.2 圆轴扭转时的应力及强度条件 (68)
- 5.3 梁的弯曲正应力及强度条件 (75)
- 5.4 梁的弯曲剪应力、弯曲中心的概念 (83)
- 5.5 直接剪切的实用计算 (93)
- 习题 (97)

6 杆件的变形、刚度条件	
6.1 杆轴向拉伸或压缩时的变形	(106)
6.2 圆轴扭转时的变形 刚度条件	(115)
6.3 梁的弯曲变形 刚度条件	(119)
习题	(132)
7 应力和应变状态分析	
7.1 应力状态的表示方法	(142)
7.2 平面应力状态分析	(143)
7.3 三向应力状态	(151)
7.4 平面应变分析	(153)
7.5 广义胡克定律	(156)
7.6 复杂应力状态下的应变比能	(160)
习题	(163)
8 强度理论	
8.1 强度理论的概念	(167)
8.2 常用的四个(经典)强度理论	(168)
8.3 莫尔强度理论	(170)
8.4 强度理论的应用	(173)
习题	(177)
9 组合变形	
9.1 组合变形的概念	(178)
9.2 斜弯曲	(180)
9.3 弯曲与扭转的组合变形	(183)
9.4 拉伸(压缩)与弯曲的组合变形	(186)
9.5 偏心压缩(拉伸)截面核心	(189)
习题	(194)
10 压杆稳定	
10.1 压杆稳定的概念	(198)
10.2 细长杆的临界压力 欧拉公式	(200)
10.3 欧拉公式的适用范围 临界应力总图	(203)
10.4 压杆的稳定计算	(207)
10.5 提高压杆稳定性的措施	(215)
习题	(217)
习题答案	(221)
附录	(231)
参考文献	(242)



1 绪 论

本章是这本教材的一个序幕,着重介绍材料力学的主要任务和研究内容、材料力学的简化假设以及内力、应力、应变的概念;其目的是对本课程的全貌有一个总体性的钩画,以拓宽学生的视野,明确学习本课程的目的。对于初学本课程的学生,难于全部深刻理解本章内容,因此教师可根据情况选择讲授,学生则可先初步了解基本内容,待学完本课程之后再认真阅读。

1.1 材料力学的主要任务和研究内容

材料力学是研究构件承受载荷的能力(简称承载能力)的学科,其主要任务是计算构件中的应力和变形,研究构件的稳定性,以保证结构、机器、机械等能承受预定的载荷,并选择适宜的材料、合理的截面形状和尺寸,设计出既安全又经济的结构构件和机械零件。

结构和机械是由若干部件(元素)组成的,这些部件分别称为结构构件和机械零件,常统一称为构件。各种不同类型的构件可按其形状分为杆、板、壳和块体。若构件两个方向(横向)上

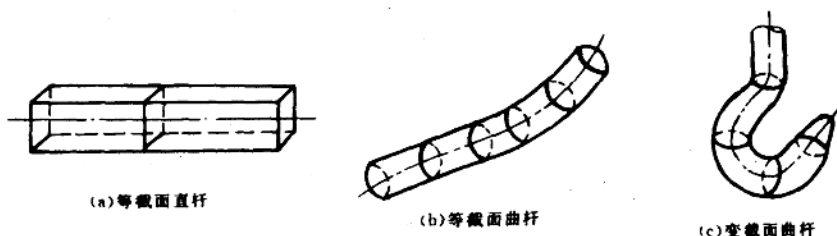


图 1.1

的尺寸远小于另一方向(长度)上的尺寸则称为杆或杆件(图 1.1)。杆件的轴线为直线对称称为直杆;与轴线正交的截面称为横截面或简称为截面,与轴线斜交的截面称为斜截面;截面相等的杆称为等截面杆,截面不相等的杆称为变截面杆。工程中常见的很多构件都可简化为(抽象为)杆件,例如连杆、传动轴、立柱、横梁、丝杆、吊钩等等。有些实际的构件,例如齿轮的轮齿、曲轴的轴颈等虽然不属典型的杆件,但在近似计算或定性分析中也可视作杆件,即用杆件近似地模拟这些构件。因此杆件是工程大多数构件的最好近似。

壳体即为两个方向(横向)上的尺寸远比另一方向(厚度)上的尺寸为大的物体,或者说,由两个相距很近的曲面所界的物体称为壳体(图 1.2(b))。这两个曲面称为壳体的表面,两表面间的距离称为壳体的厚度;厚度相等的壳体称为等厚度壳,厚度不等的壳体称为变厚度壳;平分壳体厚度的几何面称为壳体的中面;按照中面的形状壳体又可分为圆柱壳、锥壳、球壳等等。当壳体的厚度与横向尺寸之比很小时称为薄壳。薄壁容器、锅炉、建筑物圆顶、船体、机身、机翼以及飞行器其他部分的蒙皮等都属于壳体。

中面为平面的壳体称为板(图 1.2(a))。

板面间的距离称为板的厚度,平分板的厚度的平面称为板的中面。按其中面的形状,板可分为圆板、矩形板以及其他形状的板。如同壳体一样,板也可分为等厚度板和变厚度板。容器的平封头或顶盖、工程建筑物中的楼板以及汽轮机的叶片等都可视为板。

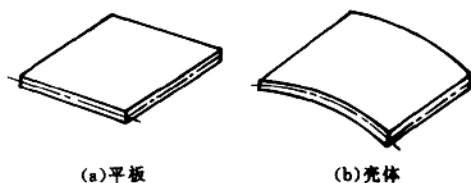


图 1.2

块体即为三个方向上的尺寸为同量级的物体。建筑物的基础、坝体以及挡土墙等均可归为块体。

结构和机械在外力作用下不能正常工作和运转时称为失效,一般也称为“破坏”。为了保证结构和机械不失效或不“破坏”,它们的构件必须不失效,这主要表现为如下的三个方面:

(i) 构件应具有足够的强度 所谓强度是指构件在外力作用下抵抗破坏的能力。在实际中,对于由塑性材料制成的构件,往往要求它们不出现不可恢复的变形(称为塑性变形),否则就视为失效。因此,所谓强度要求是指按照设计要求,构件在外力作用下不发生断裂或不出现不允许的塑性变形。

(ii) 构件应具有足够的刚度 所谓刚度是指构件在外力作用下抵抗变形的能力。在实际中,对某些构件除了要求它们满足强度要求外,还往往要求它们的变形不超过正常工作允许的限度。例如,机床的主轴变形过大,将影响加工精度;齿轮轴的变形过大,将使齿轮啮合不好,并将引起轴承的不均匀磨损。因此,所谓刚度要求是指构件的变形不能超出工程许可的限度。一般构件由塑性材料制成,于是结合强度要求在此处一般构件的变形实际上是载荷消失后,即可完全消失的弹性变形。

(iii) 构件应具有足够的稳定性 构件保持原来平衡形式不变的能力称为稳定性。对于薄型、轻型构件,例如细长杆、薄壁圆筒、薄板等,在压力作用下有可能丧失平衡的稳定性,例如受压直杆可能被压弯。为了保证构件的正常工作,要求构件能保持其原来平衡形式不变。因此所谓稳定性要求是指构件在外力作用下应具有保持原来平衡形式不变的能力。

综上所述,所谓构件的承载能力是指构件在按设计要求不失效的前提下能够承受的最大载荷值。

构件在强度、刚度和稳定性三方面的要求,有时统称为“强度”要求,这是在更广泛意义下的强度,今后记为“强度”。构件满足“强度”要求是构件设计的安全方面。此外构件设计还要考虑经济方面,例如要力求节省材料等。安全和经济形成构件设计中应合理解决的一个矛盾。

于是,材料力学的主要任务可归结为:在满足强度、刚度和稳定性的要求下,选用适宜的材料,确定合理的截面(形状、尺寸),为设计出既安全、又经济的构件提供理论依据和计算方法。

与上述任务相适应,材料力学作为一门学科,一般包括两方面的内容:

(i) 材料的力学性质 材料的力学性质与材料的强度密切相关,不同的材料具有不同的强度;同种材料,在不同作用形式的外力和不同的工作环境下,其强度也不相同。例如,同种材料抵抗静态外力的静强度、抵抗冲击外力的冲击强度、抵抗交变外力的疲劳强度,以及在常温下抵抗外力的常温强度,在高温或低温下抵抗外力的热(高温)或冷(低温)强度等都是不相同的。这表明材料的力学性质不仅与材料自身有关,而且与加载方式、应力状态和工作环境有关。材料力学性质的研究是当代固体力学研究的热点课题之一。这方面的内容可归于“固体材料的

力学”范围之内。此外,在材料力学中还要研究判断材料是否失效的准则(参见第8章)。

(ii) 构件的力学分析 为了设计构件,判断构件是否满足“强度”要求,必须对构件进行力学分析,确定在外力作用下构件的内力(应力)和变形(应变)以及构件的稳定性。为了使问题得到简化,对于构件一般要引入关于变形方面的假设(例如杆件的截面平面假设),以及基于实验资料和工程经验建立的工程计算方法。在对构件进行力学分析中,根据材料的力学性质和变形情况等方面,可将问题分为三类。

(a) 线弹性问题。在小变形及材料服从胡克定律的情况下,用以求解力学问题的基本方程是线性的;这时可以采用叠加原理,即多个载荷作用下构件的内力和变形等于各个载荷单独作用下构件的内力和变形之和。

(b) 几何非线性问题。构件的变形较大,外力和变形之间的关系是非线性的。

(c) 物理非线性问题。内力(应力)和变形(应变)之间的关系不是线性的,材料不服从胡克定律。

对于非线性问题不能采用叠加原理。

综上所述,可以认为材料力学是固体力学理论和工程计算方法相结合的一门学科,是固体力学的一个分支;固体力学理论为材料力学提供理论基础,工程计算方法则使材料力学具有广泛的工程实用性。

1.2 材料力学的基本假设 力学模型

材料力学的研究对象是构件,构件是用可变形的固体材料制成的,因此构件是可变形固体,或简称为变形固体。实际的研究对象是极其复杂的,为了使问题得到不同程度的简化,以便获得符合工程要求的解答,在固体力学的研究中,不得不根据具体情况对客观对象加以简化,建立各种作为研究对象的力学模型,简称为“建模”。当然,模型不等同于原型,但必须近似于原型;其近似程度取决于人们认识客观对象的深度,即科学水平,及人们可用的研究手段,即技术水平,例如实验技术、计算技术、观测技术等等的水平。因此,建立力学模型有两个要求,一要具有科学性——是原型的最好近似,二要具有实用性——便于分析计算。

在科学研究中,模型往往用“假设”或“假说”的形式提出。实际上,科学研究离不开建立模型,因而也离不开“假设”。由此可见,“假设”应具有科学性,而不是任意提出的。

在固体力学中(当然包括材料力学),一般是在三个层次上建立模型,即物质(材料)的构成模型、物质的本构模型和结构(构件)的计算模型。

(i) 物质的构成模型——连续性和均匀性假设 当前对于物质的构成有两类模型,即连续介质模型和离散粒子模型,前者属于宏观唯象模型,后者属于基本粒子模型。在力学中目前广泛采用的是连续介质模型,即认为物质没有结构,它连续地、无空隙地充满物体的几何空间,此即连续性假设。基于连续介质模型建立的理论称为唯象理论;其研究的基本途径是根据宏观实验的结果建立力学理论,然后又由实验和工程实践检验和修正理论。实际的物质是由离散的粒子构成的,不是连续介质;但当研究对象的宏观尺寸远比粒子的间隙为大时,可以略去这些空隙而将物质视作连续介质。

另外,物质粒子(如金属的晶粒)的力学性质彼此是有差异的;但当所研究物体中包含的粒子数极多,且粒子又是随机排列的,则其统计平均的力学性质可认为是各处相同的,即可假设

物质的宏观力学性质是均匀的,称为均匀性假设。

材料力学是研究构件的宏观力学性质及其在外力作用下的响应(内力和变形)的,因此可以采用均匀连续性假设。但在研究发生在晶粒或分子尺度上的现象时,就不能采用均匀连续介质模型。

(ii) 物质的本构模型 物质的构成模型是力学中最基本的模型或假设;但它们不涉及各种物质的力学性质。反映物质的力学性质的是物质的本构关系,例如胡克定律。物质的本构关系是力学中最基本的关系,又是最复杂的关系。如在 1.1 中已谈到的,物质的力学性质不仅与物质自身的组成成分、组成结构有关,而且与工作状态和工作环境密切相关(参阅第Ⅲ章)。因此要建立统一的、适用于各种情况的物质本构关系是不现实的、不可能的。为此人们只好建立在一定条件下能反映一类或一大类物质主要力学性质的关系,即建立为数有限的物质本构模型;这些模型常称为理想物质。理想物质不是真实物质,它是真实物质在一定条件下的近似模拟。在固体力学中,最基本、最简单的本构模型有弹性、塑性和粘性三种;引起变形的外因(例如外力)除去后,变形随之消失的力学性质称为弹性;外因移去后变形不能消去的力学性质称为塑性,不能恢复的变形称为塑性变形;在外力不变情况下变形随时间而增长的力学性质称为粘性^①。本书限于讨论线弹性杆件。

此外,一般还假定固体材料在各个方向上的力学性质完全相同,称为各向同性假设。对于金属而言,晶粒在不同方向上的力学性质一般地是不相同的,但是,当我们感兴趣的是某一宏观尺寸体积内的平均力学性质时,由于此体积内包含的晶粒极多,又是随机排列的,其平均力学性质就近似地可认为是各向同性的。对于铸钢、铸铜和玻璃等都可认为是各向同性材料。在不同方向上具有不同力学性质的材料称为各向异性材料。

(iii) 结构(构件)的计算模型 这是对结构或构件的几何形状、载荷分布、变形形式、构件的连接等等方面的简化;例如将构件简化为杆、板、壳等,将载荷简化为集中载荷、线分布载荷、面分布载荷和体分布载荷等,将杆件的变形简化为四种基本变形或其组合等(参阅 1.4 节),以及将构件(杆件)的连接简化为铰接、刚接等。此外,还可根据结构的具体特性对问题进行不同程度的简化。建立计算模型是对构件进行力学分析前必须做的、大量的工作。

最后,在一般情况下,材料力学往往限定构件在外力作用下变形比较小,从而可以略去构件因变形而引起的尺寸和形状改变,而按变形前的形状和尺寸进行分析计算。对于大多数材料,在小变形条件下呈现为线弹性或近似为线弹性的。所以在材料力学教材中将研究对象限制为线弹性杆件,仍有较为广泛的应用性。

1.3 内力、应力和应变的概念

1.3.1 内力 截面法

固体材料在没有外力作用时(更严格地说,在自然状态下),各质点之间存在着相互作用的力。当物体受到外力作用时,质点间的力将发生变化,产生所谓“附加内力”。这种由外力引起的附加内力常称为内力。当外力到达一定值,使构件的内力达到构件所能承受的内力极限值

^① 这是比较粗糙的说法,更严格的定义见有关弹性、塑性和粘性方面的专门书籍。

时,构件将发生破坏。因此内力是与构件的破坏有关的。下面以杆件为例,介绍杆件内力的计算方法——截面法。

杆件的内力是指杆件横截面上分布内力的合成,或者说是将该截面上的分布内力向截面上某点(一般是截面的形心)简化所得到的主矢和主矩。为了计算杆件某截面上的内力,例如 $m-m$ 斜截面(图 1.3(a))上的内力,设想用一平面沿 $m-m$ 斜截面将杆切开,分成 I 和 II 两部分;任取其中一部分,例如 II 作为研究对象。由于杆件整体在外力作用下处于平衡,所以部分 I 和 II 亦分别处于平衡。在部分 II 上作用有外力 F_3 和 F_4 ;要使 II 保持平衡,必然有力通过 $m-m$ 截面作用于 II,其值要足以与外力 F_3 和 F_4 保持平衡,如图 1.3(b)所示。根据作用力与反作用力定律

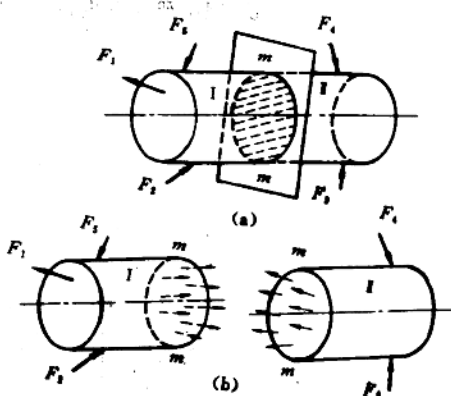


图 1.3

可知,II 必然也有大小相等、方向相反的力作用于 I。这种 I 和 II 之间通过截面 $m-m$ 相互作用的力就是杆件在 $m-m$ 截面上的内力;因此内力是成对存在的。利用平衡条件可以求出 $m-m$ 截面上的内力。上述假想地用平面沿杆件的截面切开分成两部分以计算内力的方法称为截面法,其步骤可归结为:

切——若要求出某截面上的内力,则沿该截面设想用一平面将杆切开分成两部分;

抛——抛弃其中任一一部分,将留下部分作为研究对象;

代——在被切开的截面上用内力代替弃去部分对留下部分的作用;

平——对留下部分建立平衡方程,求出弃去部分对留下部分作用的力,此即待求的内力。

例 1.1 设行车起吊重量为 F ,小车位置如图 1.4(a)所示。试计算行车桥架 $m-m$ 截面上的内力。

解 首先分析作用于桥架的外力,计有吊重 F 、支反力 R_A 和 R_B ,桥架的计算简图如图 1.4(b)。利用平衡条件可以求出支反力 R_A 和 R_B 分别为

$$R_A = \frac{b}{l}F, \quad R_B = \frac{a}{l}F.$$

其方向如图所示。下面用截面法求 $m-m$ 截面上的内力。

- (1) 设想沿截面 $m-m$ 将梁切开分为左、右两段;
- (2) 抛弃右段,留下左段,画出作用于该段上的外力 R_A (图 1.4(c));
- (3) 在左段上 $m-m$ 截面处画出平衡必需的力,计:一个向下的力 Q 、一个逆时针方向的力偶 M (图 1.4(c));
- (4) 应用平衡条件计算内力;

由 $\sum Y = 0$, 得 $Q = R_A = \frac{b}{l}F$;

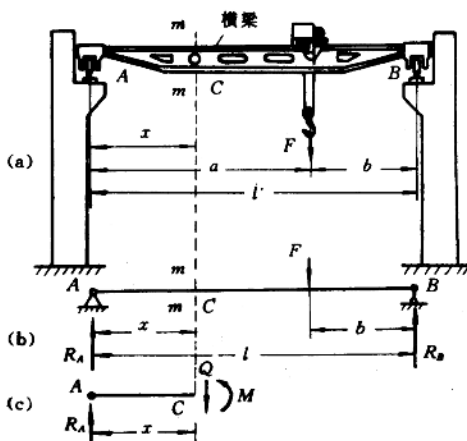


图 1.4

由 $\sum M_i = 0$, 得 $M = R_A \cdot x = \frac{Fb}{l}x$.

正号表示内力 Q 和 M 的方向如图所示。

例 1.2 试用截面法求图 1.5(a) 所示桁架中 CD 杆和 BE 杆的内力。

解 本例是求桁架中 CD 和 BE 杆的内力。大家知道桁架是由二力杆组成, 每杆只受到拉力或压力作用。可按如下步骤求解此题。

(1) 桁架承受三个外力 F 和支反力 R_A 和 R_B ; 由桁架(整体)的平衡条件, 可以求出支反力

$$R_A = R_B = 1.5F$$

(2) 为了求 CD 和 BE 杆中的内力, 必须将它们沿任一截面切开(因同一杆内各截面上的内力相同); 为了使桁架分为两部分, 可设想用平面 $m-m$ 切开 CD 、 BE 及 CE 三杆, 抛弃右部桁架, 保留其左部作为研究对象。由于桁架中所有杆件都是二力杆, 其内力可设为 F_1 、 F_2 和 F_3 , 方向如图 1.5(b) 所示。

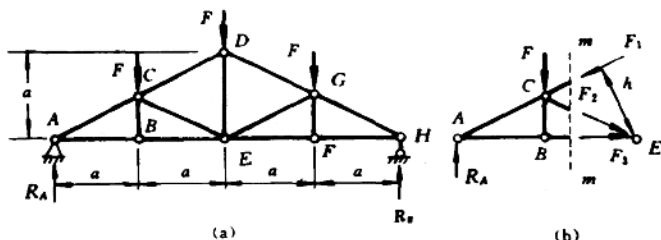


图 1.5

(3) 列出左部桁架的平衡条件

$$\sum M_E = 0, \quad Fa + F \cdot h - 1.5F \cdot 2a = 0, \quad h = 2a / \sqrt{5}.$$

$$\sum M_C = 0, \quad 1.5F \cdot a - F_3 \cdot \frac{a}{2} = 0.$$

解上式可得

$$F_1 = \sqrt{5}F, \quad F_3 = 3F$$

正号表示内力方向如图所示。

1.3.2 应力

如上所述, 用截面法求出的某截面上的内力, 是该截面上分布内力的合力, 它是根据留下部分杆件的平衡条件算出的, 与截面的形状和尺寸无关。显然这样求出的内力不能表明截面上各处材料受力的强弱程度; 为了获得能以表明材料受力程度的量, 我们引入内力集度, 即内力集中程度的概念。在图 1.3 所示受力杆件的 $m-m$ 截面上, 围绕 C 点取微小面积 ΔA (图 1.6

(a)), ΔA 上内力的合力记为 ΔF (当 ΔA 足够小时, 其上的内力可假设合成一个合力), 于是, 当 $\Delta A \rightarrow 0$ 时, 下列极限值。

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (1.1)$$

是 C 点处内力的集度, 称为 C 点处的总应力。 p 是一个矢量, 一般地它既不与截面正交, 也不与截面相切。将 p 分解为正交于截面的分量 σ 和相切于截面的分量 τ (图 1.6(b)), σ 称为正应

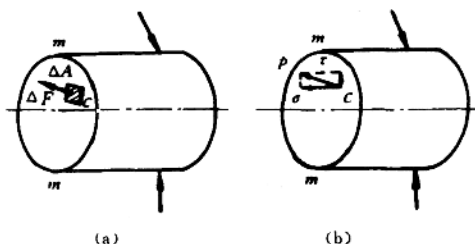


图 1.6

力, τ 称为剪应力。

显然, 应力不是力, 而是单位面积上的力。在国际制单位中, 应力的单位是牛/米² (N/m²), 称为帕斯卡或简称为帕, 记作 Pa; 由于这个单位太小, 不便应用, 通常使用兆牛/米², 记作 MN/m² 或 MPa; 1MPa = 10⁶Pa。在厘米克秒制单位 (工程单位制) 中, 应力的单位为公斤力/厘米², 记作 kgf/cm² 或 kg/cm²。

1.3.3 应变

表示构件中材料变形程度的量称为应变。设在构件内某点 C 附近沿 x 坐标轴方向有一微小物质线段 (或称为纤维段) CD , 原长为 Δx ; 构件变形后, 该线段的长度变为 $\Delta x + \Delta u$ (图 1.7

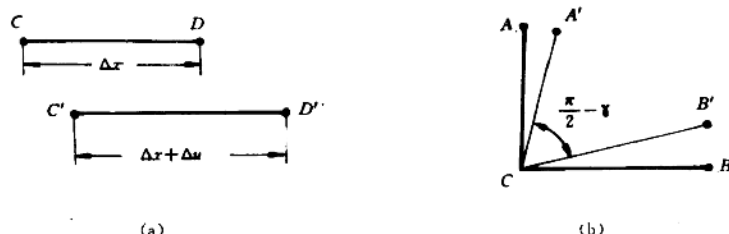


图 1.7

(a)), Δu 是该线段端点 C 和 D 沿 x 轴方向的相对位移, 称为线段 CD 的总变形或绝对变形。显然, 原长 Δx 愈大, Δu 也愈大, Δu 与 Δx 有关, 因此它不能表示该线段变形的程度。我们取下列极限

$$\epsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (1.2)$$

ϵ 则可表示 C 点处材料沿 x 轴方向变形的程度, 称 ϵ 为 C 点处材料沿 x 轴方向的线应变, 常记作 ϵ_x 。构件中某点处的线应变是表示构件内该点处沿某方向上长度改变程度的量。

设变形前构件内 C 点处沿 x 和 y 轴方向有两正交物质线段 CA 和 CB , 变形后其夹角减小值为 γ (图 1.7(b)), γ 称为 C 点处材料在 x 和 y 轴方向的角应变或剪应变, 常记作 γ_{xy} , 用弧度表示。

线应变 ϵ 和剪应变 γ 是度量构件内一点处变形程度的两个基本量, 它们都是无量纲的量。以后可以看到, 线应变 ϵ 和剪应变 γ 分别与正应力 σ 和剪应力 τ 有联系, 构件内的应力分布与应变分布密切相关。

在应用中常常是沿坐标轴, 例如笛卡尔坐标轴方向截取棱边为无限小的六面体作为研究对象, 这样的无限小六面体称为材料单元体, 简称为单元体。对于每个单元体来说, 只有上述长度改变和角度改变这样两种基本的变形; 所有变形后的单元体组合起来就成为变形后的构件^①。构件整体的变形则是多种多样的。对于杆件, 其整体变形虽是多种多样, 但从中可抽象出下节所述的四种基本变形形式。

^① 当然这要求单元体的变形是彼此协调的, 即变形后的单元体能构成一整体。

1.4 杆件变形的的基本形式

杆件变形的基本形式有:轴向拉伸或压缩、剪切、扭转和弯曲,称为杆件的基本变形;实际杆件的变形可以用四种基本变形之一或其中若干种的组合来模拟。

1.4.1 拉伸或压缩

直杆受到与轴线重合的平衡外力作用时所产生的变形称为轴向拉伸或压缩,这时杆件的变形只是伸长或缩短。例如图 1.8(a)表示一简易吊车,在载荷 F 作用下, AC 杆受到拉伸(图 1.8(b)), BC 杆受到压缩(图 1.8(c)),即吊车中的 AC 和 BC 杆都可抽象为二力杆,它们分别发生拉伸和压缩变形。在此处, AC 和 BC 杆是端点受到一对大小相等、方向相反、作用线与杆的轴线重合的力作用。在建筑工程中受压直杆常称为柱。显然,实际的杆件不可能绝对直,外力(合力)作用线也不可能严格地与杆的轴线重合,因此轴向拉伸或压缩变形只是一种理想模型,是实际杆件某些变形的近似模拟。

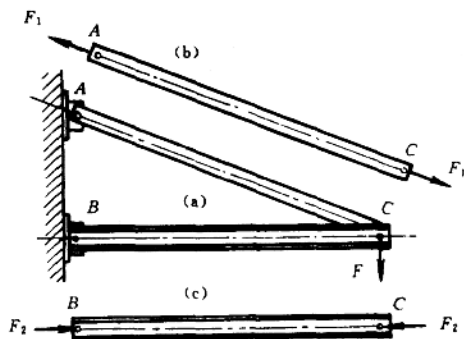


图 1.8

1.4.2 剪切

图 1.9(a)表示一铆钉联接,在 F 力作用下铆钉的变形可视作剪切变形。剪切变形是由大小相等、方向相反、作用线垂直于杆轴且相距很近的一对力所引起的变形,表现为受剪杆件的两部分沿外力作用方向发生相对错动(图 1.9(b))。机械中常用的联接件,如键、销钉、螺栓等的变形都可视为剪切变形。

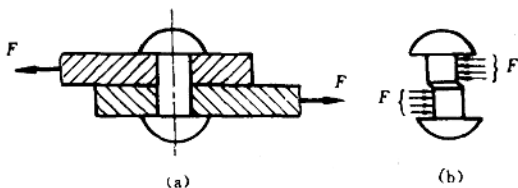


图 1.9

1.4.3 扭转

在一对大小相等、转向相反且作用面垂直于杆轴的力偶矩作用下所产生的变形称为扭转。图 1.10(a)所示汽车转向轴 AB 工作时所发生的变形可用扭转变形来近似模拟(图 1.10(b))。扭转变形的特点是杆件的任意两个横截面将发生绕轴线的相对转动。汽车的传动轴、电机和水轮机的主轴都可视为受扭杆件。机械中的受扭杆件常称为轴。

1.4.4 弯曲

杆件在正交于杆轴的平衡横向外力或在作用于过杆轴的纵向平面内的平衡力偶系作用下所产生的变形称为弯曲。弯曲变形的特点是杆的轴线由直线变为曲线。图 1.11(a)所示火车轮轴的变形可抽象为弯曲变形。在工程中受弯杆件是最常遇到的杆件之一。桥式起重机中的大梁、各种心轴以及车刀等的变形都可归之为弯曲变形,在建筑工程中受弯杆件常称为梁。

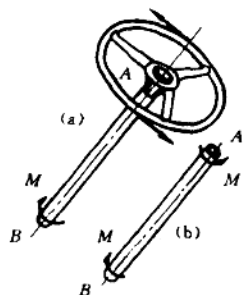


图 1.10

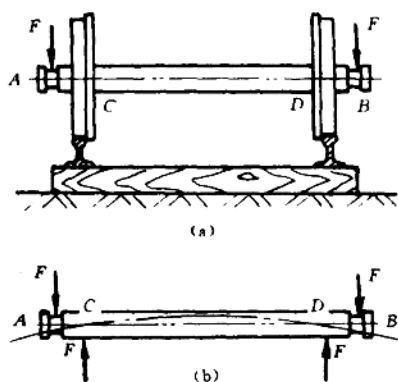


图 1.11

以上介绍的四种基本变形是工程实际中杆型构件常可遇到的基本变形形式，实际杆件的变形常可视作这四种基本变形之一或其中若干种的组合，后者称为组合变形。例如，车床主轴工作时，将同时承受弯曲、扭转和压缩三种基本变形；钻床立柱则同时承受拉伸和弯曲两种基本变形。本书将按照循序渐进的原则，先讨论四种基本变形下杆件的强度和刚度计算，然后讨论组合变形。

2 杆件的内力

如上章所述,杆件是工程中常见而又最简单的构件。在外力作用下,杆件内部将产生内力。对于处于平衡状态的杆件,横截面上的内力类型(力或力偶)、大小和方向,一般由杆件的局部平衡条件来确定。实际上,杆件所以能整体处于平衡,除了外部约束(支承)反力需要满足平衡条件外,杆件的各部分,如其中的一段或一个杆元,亦必须在内力及作用在该部分上的外力(包括支座反力)作用下保持平衡。所以,如上章已介绍的,要计算某横截面上的内力,可以设想将杆件沿该截面切开,用内力代表两部分杆间的相互作用,然后考虑其中任一部分的平衡,就可以求出该截面上的内力。这是维持杆件局部平衡所必需的内力,或称为工作内力。随着外力的增加,构件的变形和内力也将随之增加,而且变形与内力将保持着一定的关系。但是内力的增加是有一定限度的,当其达到某一限度时就会引起构件的破坏。可见,构件的内力与其强度和刚度是密切相关的。本章将介绍杆件横截面上内力的计算方法,但只限于支座约束反力可由静力平衡条件完全确定的杆件,即所谓静定杆件。

2.1 杆件的内力 内力的分类

杆件在外力等因素的作用下,其内部将产生内力,以传递外力,维持杆件的整体,保持杆件的连续性(不破坏)。杆件是最简单的构件,其几何特征是一个方向的尺寸远比其它两个方向的尺寸大,具有明显的中心轴线。与轴线正交的截面称为横截面。杆件在横截面上分布内力的对形心的简化结果(合力、合力偶)称之为杆件横截面上的内力,简称为杆件的内力。杆件若处于平衡状态,则要求:

- (a) 支座反力必须与载荷平衡,以保持杆件的整体平衡;
- (b) 杆件的内力必须满足与外力之间的平衡,以保持杆件中任一局部的平衡。

实际上,如果杆件的任一局部不平衡,则意味着该局部将发生运动,而不是处于平衡状态。所以,如果要确定杆件某横截面上的内力,可设想将杆件沿该横截面切开,使杆分为两部分,并用内力代表两部分之间在切开处的相互作用,然后考虑其中任一部分,使其内力与作用在该部分上的外力(包括支座反力)处于平衡,则可完全确定该截面上内力的类型(力、力偶)、大小和方向。这种方法即为第一章中所述的截面法。例如,图 2.1(a)所示为一受拉杆件,沿任一横截面将杆件切开后,则得上部分的受力图, N 为该截面的内力。图 2.1(b)所示为一受到横向力作用的杆件,

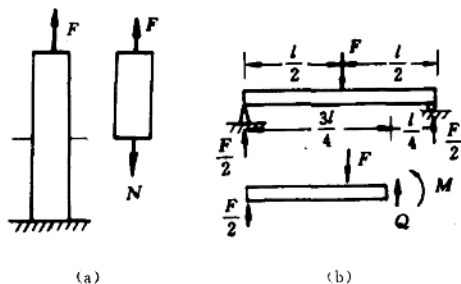


图 2.1

沿某一横截面将杆切开后,则得其左段杆的受力图,其相应的内力为一个力矢和一个力偶。

在外力作用下,杆件的内力可分为下列几种类型:

(a) 轴力——力作用线通过横截面的形心,并与横截面正交,用 N 表示。

(b) 剪力——力作用线与横截面相切,用 Q 表示。

(c) 扭矩——力偶作用面与横截面平行,用 T 表示。

(d) 弯矩——力偶作用面与横截面正交,用 M 表示。

有时将上述各种内力称为杆件的内力元素,或内力素。

2.2 杆件拉伸或压缩时的内力

工程实际中有很多构件承受轴向拉伸和压缩。例如钢木组合桁架中的钢拉杆(图 1.2(a))、起吊重物时的起吊钢索,拉床工作时的拉刀等,都承受拉伸;桥墩、结构的支柱、千斤顶的螺杆在顶起重物时,内燃机的连杆在燃气爆发冲程时(图 2.2(b)),都承受压缩。

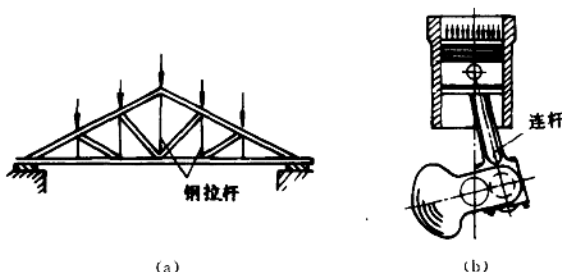


图 2.2

这些杆件虽然外形各有差异,端部的具体连接情况以及加载方式也各不相同,但是若对杆件的形状和受力情况进行简化,则都可以简化成图 2.3 所示的计算简图。图中虚线表示变形后的形状。从图中可看出,它们共同的受力特点是:作用于杆件上的外力合力的作用线与杆件轴线重合。其变形特点是:杆件沿轴线方向产生伸长或缩短,横向发生缩小或增大。这种变形形式,称为轴向拉伸或压缩。

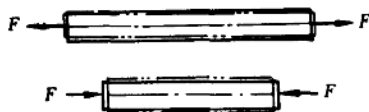


图 2.3

计算轴力时,采用截面法。以图 2.4(a)所示的拉杆为例,为了显示该杆截面 $m-m$ 上的内力。假想地用一平面沿截面 $m-m$ 将杆分成两段。该杆左右两段在横截面 $m-m$ 上相互作用的内力是一个分布力系(图 2.4(b)、(c)),由于外力 F 的作用线与杆轴线重合,因此,该分布力系的合力作用线也必然与杆件的轴线重合。即内力为通过截面的形心并垂直于横截面的轴力,设其为 N ,则由左段静力平衡条件 $\sum F_x = 0$,可得

$$N - F = 0$$

$$N = F$$

内力的符号由杆件的变形情况来规定。当杆件受拉伸时,轴力方向与横截面外法线方向一