

董 勋 编

上海交通大学出版社

# 润滑理论



# 润 滑 理 论

董 勋 编

上海交通大学出版社

## 内 容 简 介

本书是关于流体动力润滑的技术基础理论书籍。全书共分十二章,从介绍流体粘性及粘性流体的运动方程着手,导出流体润滑基本方程;并着重分析径向轴承和止推轴承的静特性和数值解法,进一步讨论轴承的动特性和系统稳定性问题;对动载荷轴承、弹性流体动力润滑和湍流对轴承工作的影响等专题,作了清晰的阐述,还介绍了上述专题的近代计算方法。

本书可作机械学研究生的教材,也可作理工院校机械工程类专业师生的教学参考书,以及供从事润滑理论工作的科研人员和工程技术人员参考。

## 润 滑 理 论

董 勋 编

\*

上海交通大学出版社出版

上海淮海中路 1984 弄 19 号

常熟文化印刷厂排版

民主与法制印刷

新华书店上海发行所发行

\*

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 12 字数: 287 千字

1984 年 9 月第一版 1984 年 9 月第一次印刷

印数: 1—7,000

统一书号: 13324·6 科技新书目: 75·203

定价: 1.95 元

## 序

近几年来,高等院校普遍招收和培养摩擦学方面的研究生,在教学上需要开设摩擦、磨损和润滑方面的课程。目前,国内已出版的这方面译著不少。但是,缺乏适合于研究生教学用的课本。

本书力图对大学里的研究生教学和从事润滑理论方面工作的工程师有所帮助,着重于基本理论的阐述和分析,比较系统地导出流体润滑基本方程和理论公式。考虑到研究生对工程数学和弹性理论等已经有了良好的基础,因此本书在理论分析中采用了矢量分析和场论、张量理论以及分析力学等基础知识,以有利于加深对理论的掌握和培养分析问题的能力。

本书在编写过程中,承上海交通大学机械原理及设计教研室李俊英和杨佩珍同志大力协助,做了不少有益的工作,谨在此致谢。

编者 1984年1月

# 符 号

(凡只出现一次而随即给以定义的符号, 均未列出)

|           |                                   |
|-----------|-----------------------------------|
| $B$       | 宽度, 阔度(沿运动方向)                     |
| $C$       | 半径间隙                              |
| $D$       | 轴孔直径, 无量纲阻尼系数                     |
| $E$       | 能, 能量, 弹性模量                       |
| $F$       | 力, 摩擦力                            |
| $G$       | 剪切模量, 重力, 材料参数                    |
| $H$       | 无量纲膜厚或膜厚参数                        |
| $J$       | 热功当量                              |
| $K$       | 无量纲弹性系数                           |
| $L$       | 轴承宽度                              |
| $M$       | 质量, 力矩                            |
| $N$       | 转速数                               |
| $Q$       | 体积流量                              |
| $R$       | 轴承半径, 半径                          |
| $R_e$     | Reynolds 数                        |
| $S_0$     | Sommerfeld 数                      |
| $T$       | 温度, 时间                            |
| $U$       | 线速度, 速度参数                         |
| $V$       | 速度, 体积                            |
| $W$       | 载荷                                |
| $c$       | 比热                                |
| $cP$      | 厘泊(流体动力粘度单位)                      |
| $cSt$     | 厘斯(流体运动粘度单位)                      |
| $d$       | 轴直径, 阻尼系数                         |
| $e$       | 偏心距                               |
| $f$       | 摩擦系数, 轴的相对挠度                      |
| $g$       | 重力加速度                             |
| $h$       | 油膜厚度                              |
| $k$       | 弹性系数                              |
| $m$       | 质量                                |
| $p$       | 压力, 压强                            |
| $q$       | 热流量, 单位宽度内的流量, 粘度随膜厚变化的指数, 折算压力参数 |
| $r$       | 离开原点的距离, 半径                       |
| $t$       | 时间                                |
| $u, v, w$ | 线速度分量                             |
| $x, y, z$ | 直角坐标                              |

|               |                                    |
|---------------|------------------------------------|
| $\alpha$      | 无量纲斜度, 压力-粘度系数                     |
| $\beta$       | 轴承圆弧或扇形的张角                         |
| $\delta$      | 椭圆比                                |
| $\varepsilon$ | 偏心率( $\varepsilon = \frac{e}{C}$ ) |
| $\eta$        | 动力粘度                               |
| $\theta$      | 偏位角                                |
| $\lambda$     | 导热系数                               |
| $\rho$        | 流体密度                               |
| $\nu$         | 运动粘度                               |
| $\tau$        | 剪应力                                |
| $\psi$        | 半径间隙比                              |
| $\omega$      | 角速度                                |
| $\Omega$      | 轴心涡动角速度                            |

## 下 标

|             |                |
|-------------|----------------|
| $L$         | 载荷             |
| $V$         | 垂直方向的, 体积      |
| $a$         | 周围的或环境的, 运动副之一 |
| $b$         | 轴承, 运动副之一      |
| $c$         | 切向流            |
| $j$         | 轴颈             |
| $\max$      | 最大             |
| $\min$      | 最小             |
| $p$         | 压力, 压强         |
| $r$         | 径向的            |
| $r, \theta$ | 柱坐标            |
| $x, y, z$   | 直角坐标           |
| $0$         | 关于压力最大点的       |
| $1$         | 起点, 进口         |
| $2$         | 终点, 出口         |

## 上 标

|   |                         |
|---|-------------------------|
| — | 无量纲(例 $\bar{h} = h/c$ ) |
| • | 对于时间的一阶导数               |

# 目 录

|                                 |      |
|---------------------------------|------|
| 第一章 绪论                          | (1)  |
| §1.1 概述                         | (1)  |
| §1.2 流体的概念                      | (1)  |
| §1.3 单位制                        | (2)  |
| §1.4 流体的密度、重度、比容和比重             | (5)  |
| §1.5 流体的粘度                      | (6)  |
| §1.6 流体的热容量和比热                  | (10) |
| §1.7 流体的含气量、空气分离压和汽化压           | (11) |
| 第二章 流体流动导论                      | (12) |
| §2.1 流体运动的表示方法                  | (12) |
| §2.2 运动加速度                      | (13) |
| §2.3 流线与轨迹线                     | (14) |
| §2.4 流体速度的分析                    | (15) |
| §2.5 有旋运动和无旋运动, 速度势             | (18) |
| 第三章 流体润滑基本方程                    | (20) |
| §3.1 作用于流体的力, 应力张量              | (20) |
| §3.2 变形速度与应力的关系                 | (24) |
| §3.3 连续方程                       | (25) |
| §3.4 纳维-斯托克斯 (Navier-Stokes) 方程 | (26) |
| §3.5 雷诺 (Reynolds) 方程           | (29) |
| §3.6 能量方程                       | (32) |
| §3.7 初始条件和边界条件                  | (35) |
| 第四章 量纲分析和相似理论                   | (38) |
| §4.1 量纲分析                       | (38) |
| §4.2 相似理论                       | (43) |
| §4.3 用量纲分析法确定相似判据               | (46) |
| 第五章 静特性计算                       | (50) |
| §5.1 实际轴承的工作特性                  | (50) |
| §5.2 承载能力                       | (52) |

|                            |                          |             |
|----------------------------|--------------------------|-------------|
| §5.3                       | 油的流量和流动方程                | (52)        |
| §5.4                       | 摩擦阻力和剪力方程                | (54)        |
| §5.5                       | 温升及轴承中的热量                | (55)        |
| <b>第六章 径向滑动轴承的分析</b>       |                          | <b>(57)</b> |
| §6.1                       | 径向滑动轴承几何关系               | (57)        |
| §6.2                       | 雷诺(Reynolds)方程的无量纲形式     | (57)        |
| §6.3                       | 无限宽轴承理论                  | (58)        |
| §6.4                       | 无限窄轴承理论                  | (72)        |
| §6.5                       | 有限宽轴承及数值解                | (74)        |
| 一、                         | 解析法                      | (74)        |
| 二、                         | 数值解法                     | (77)        |
| <b>第七章 可倾瓦块和固定瓦块止推滑动轴承</b> |                          | <b>(80)</b> |
| §7.1                       | 无限宽(一元流动)止推轴承            | (80)        |
| 一、                         | 平面滑块轴承(固定斜面轴承)           | (80)        |
| 二、                         | 瑞利(Rayleigh)阶梯轴承         | (84)        |
| 三、                         | 斜面平面组合轴承                 | (85)        |
| §7.2                       | 有限宽(二元流动)止推轴承            | (86)        |
| 一、                         | 平面滑块轴承                   | (86)        |
| 二、                         | 瑞利(Rayleigh)阶梯轴承         | (86)        |
| 三、                         | 扇形斜面止推轴承数值计算             | (89)        |
| §7.3                       | 可倾瓦块止推轴承                 | (93)        |
| <b>第八章 动载荷与挤压膜</b>         |                          | <b>(95)</b> |
| §8.1                       | 动载荷滑动轴承及轴心运动轨迹           | (95)        |
| §8.2                       | 用于动载荷滑动轴承的雷诺方程分析         | (96)        |
| §8.3                       | 径向滑动轴承中的挤压膜              | (98)        |
| 一、                         | 单向载荷产生挤压膜                | (98)        |
| 二、                         | 旋转载荷作用于不转动的轴上            | (100)       |
| §8.4                       | 径向滑动轴承的动载荷               | (100)       |
| 一、                         | 大小不变的单向突加载荷(表 8-1 中 E 型) | (100)       |
| 二、                         | 大小变化的单向载荷(表 8-1 中 F 型)   | (101)       |
| 三、                         | 大小不变的旋转载荷(表 8-1 中的 G 型)  | (104)       |
| 四、                         | 大小变化的旋转载荷(表 8-1 中的 H 型)  | (104)       |
| §8.5                       | 动载荷径向滑动轴承的轴心轨迹计算         | (105)       |
| 一、                         | 汉(Hahn)法                 | (105)       |
| 二、                         | 荷兰德(Holland)法            | (107)       |
| 三、                         | 迁移率(Mobility)法           | (110)       |

|                                 |       |
|---------------------------------|-------|
| <b>第九章 轴承动特性计算和不稳定性</b>         | (114) |
| §9.1 油膜动力不稳定性与油膜振荡              | (114) |
| §9.2 油膜动态特性的定义                  | (116) |
| §9.3 刚度系数和阻尼系数的计算               | (117) |
| 一、刚度系数和阻尼系数                     | (117) |
| 二、刚度系数和阻尼系数的计算方法                | (120) |
| (一)固定圆柱径向轴承                     | (120) |
| (二)可倾瓦径向轴承                      | (123) |
| §9.4 油膜刚度和阻尼特性的测定方法             | (125) |
| 一、静态加载测量4个刚度系数                  | (125) |
| 二、正弦力激振法                        | (126) |
| 三、复合激振法                         | (128) |
| §9.5 油膜轴承的稳定性                   | (130) |
| §9.6 劳斯-赫尔维茨(Routh-Hurwitz)判别法  | (131) |
| <b>第十章 转子-轴承系统稳定性</b>           | (132) |
| §10.1 刚性对称单质量转子                 | (132) |
| §10.2 弹(挠)性对称单质量转子              | (134) |
| 一、杰弗考特(Jeffcott)转子的对称涡动(平行涡动)   | (134) |
| 二、杰弗考特(Jeffcott)转子的中心对称涡动(锥形涡动) | (138) |
| §10.3 复杂转子系统                    | (140) |
| §10.4 提高系统稳定性的方法                | (143) |
| 一、圆柱形轴承及其改变形式                   | (144) |
| 二、非圆轴承                          | (144) |
| 三、可倾瓦块轴承                        | (146) |
| 四、浮环轴承                          | (146) |
| 五、利用外加轴承阻尼提高稳定性                 | (149) |
| <b>第十一章 弹性流体动力润滑</b>            | (150) |
| §11.1 概述                        | (150) |
| §11.2 刚性圆柱体的润滑理论                | (151) |
| 一、马丁(Martin)理论                  | (151) |
| (一)等效圆柱体                        | (151) |
| (二)基本方程                         | (152) |
| (三)油膜压力分布与边界条件                  | (153) |
| (四)承载能力与膜厚公式                    | (155) |
| 二、盖特库姆(Gatcombe)的粘度修正           | (156) |
| §11.3 弹性圆柱体的润滑理论                | (157) |
| 一、格鲁宾(Grubin)理论                 | (157) |

|                                          |              |
|------------------------------------------|--------------|
| (一) 弹性变形.....                            | (157)        |
| (二) 考虑压粘效应的雷诺(Reynolds)方程.....           | (159)        |
| (三) 无量纲参数.....                           | (160)        |
| (四) 压力方程.....                            | (160)        |
| (五) 格鲁宾(Grubin)膜厚公式.....                 | (161)        |
| 二、道森(Dowson)和希金森(Higginson)理论——数值解 ..... | (161)        |
| (一) 数值解.....                             | (161)        |
| (二) 道森(Dowson)理论计算结果 .....               | (163)        |
| (三) 道森(Dowson)理论油膜厚度公式 .....             | (165)        |
| §11.4 各种润滑理论及膜厚公式的适用范围 .....             | (166)        |
| <b>第十二章 惯性的影响和湍流.....</b>                | <b>(168)</b> |
| §12.1 概述 .....                           | (168)        |
| §12.2 惯性的影响 .....                        | (169)        |
| §12.3 层流到湍流的过渡,泰勒(Taylor)数 .....         | (173)        |
| §12.4 湍流对轴承性能的影响 .....                   | (179)        |
| §12.5 用普兰德(Prandtl)混合长度理论分析湍流 .....      | (181)        |

# 第一章 绪 论

## § 1.1 概 述

摩擦学的主要内容是摩擦、磨损和润滑。自古以来,人们一直力图控制摩擦和减轻磨损。根据历史记载,公元前 3,500 年就已使用了车轮,并且很早就知道把动物脂肪添加到车轮轴承中去。显然,从车轮的发明和使用动物脂肪可以看出,人们已知道采用润滑方法可以有效地减小摩擦和磨损。

润滑对于轴承来说,给生产实践带来很多好处。虽然粘滞流动的基本定律早已由牛顿提出,但人们对于润滑的机理缺少深入的研究,直到十九世纪末才对轴承的工作原理有所理解。1893 年英国博钱·托尔(Beauchamp Tower)对火车轮轴的轴承进行实验研究,首先发现了流体动压现象。接着,1886 年奥斯本·雷诺(Osborne Reynolds)应用流体力学原理提出了流体动压润滑理论,为现代轴承研究建立了理论基础。约在同一时期,斯托克斯(Stokes)和彼得罗夫(Petroff)也作了与这方面发展密切相关的其他研究。此后,流体动压轴承在理论和实践方面发展很快,人们力图研制出可靠的轴承以适应各种新机器的需要。

雷诺(Reynolds)方程是二阶偏微分方程,要直接获得解析解仍然十分困难。索默菲尔德(Sommerfeld)于 1904 年找到无限宽轴承方程的积分方法。米歇尔(Michell)提出了另一种近似解方法——无限窄轴承理论(1929 年),但由于忽略了在圆周方向的压力变化而受到批评,被埋没 25 年以后,Ocvirk 和 Du Bois 发展了窄轴承理论(1953 年),这才在工程上普遍获得了应用。

很多研究者曾试图求解有限宽轴承问题,近三十年来,随着有限差分法、有限元理论及电子计算机的应用,大大促进了流体润滑理论的研究过程,目前已能考虑到一系列因素对计算的影响,如粘度随温度和压力变化的影响,流体惯性的影响,流体由层流工况转变为湍流工况时的影响等。可是,现代工业的发展对高速和重载提出了越来越高的要求,还常有象核反应堆和宇宙飞船那样的恶劣环境,这就需要进一步研究润滑和润滑剂方面的问题。

## § 1.2 流体的概念

流体是由分子所组成,分子之间存在一定的空隙,液体的空隙较小,气体的空隙较大,这些分子不断地作不规则的热运动。从微观运动来看,流体内部是不连续的,因此,要从研究每个分子的运动出发,来研究整个流体平衡或运动的规律是很困难的。但是我们知道分子是很小的,分子之间的空隙尺寸也是很小的,就分子间空隙较大的气体来讲,在标准状态下( $t = 0^{\circ}\text{C}$ ,  $p = 1\text{atm}$ ), 22.4 升的体积中含有  $6.02 \times 10^{23}$  个分子,即在  $1\text{cm}^3$  的体积中有  $n = \frac{6.02}{22.4} \times 10^{19} = 2.69 \times 10^{19}$  个分子,因此气体分子之间的空隙尺寸约为  $n^{-\frac{1}{3}}\text{cm}$ , 即  $3.34 \times 10^{-7}\text{cm}$  的数量级(液体分子间的空隙尺寸则更小),它与分子本身的尺寸比较起来是较大的,但与常用的宏观尺

寸比较起来就微不足道。由于流体力学是研究流体宏观表象的运动,并不深入分析它的内部微观结构。因此,我们以宏观的质点作为介质的基本单位。此质点包含着一群分子,质点的运动参数即为该群分子运动参数的统计平均值,并且认为质点与质点之间,没有间断的空隙,而是连绵不断的组成,即把流体看成具有绵续性的连续介质。这样,在流体中一切物理量如速度、密度、压力、温度等都是该空间坐标和时间的连续函数,使我们有可能采用数学工具来处理和解决问题。

流体分子之间存在着相互吸引的内聚力,流体分子与固体分子之间,又存在着附着力的作用。如果流体与固体接触,附着力大于内聚力,则流体将为固体壁面吸附而湿润固体表面。水和油液都能被绝大多数固体所吸附,被吸附于固体壁面的流体原则上将具有与固体壁面相同的速度。

流体能承受较大的压应力,却几乎不能承受张应力。对剪应力的抵抗能力极弱,不管作用的剪切力怎样小,流体总会发生连续的变形,这就是流体的易流动性。

流体在流动时呈现出内摩擦力,这个力的大小和方向取决于流体的性质,另一方面也与运动状态有关,但在流体中不存在起始运动前的静摩擦力,在相对静止的流体中也不存在内摩擦力。

液体的抗压缩能力极大,在很大的压强作用下,液体的体积变化极微小,例如增加 180 个大气压,油液的体积仅缩小约 1%,就是说把油液封闭在长 100 cm,断面积为  $1\text{ cm}^2$  的厚壁管中,在一端用活塞封闭,要使油柱缩短 1 cm,需加 1764 N(牛顿)的力。除去这个力,它也能恢复到原来的长度,这说明液体具有很小的压缩性,也很小的体积弹性。因此,在绝大多数情况下,我们常忽略液体体积的变化,认为液体具有不可压缩性,这时也就不考虑液体的体积弹性。而气体具有可压缩性,这是气体区别于液体的基本宏观现象。

### § 1.3 单 位 制

不论计量什么物理量都必须有一个标准,物理量的计量就是将被量度的量与标准量进行比较,以确定被量度的物理量为标准量的多少倍数,通常称该标准量为单位尺度,或简称为单位。一般说来,物理量的计量单位是可以任意选择的,由于某些物理量之间存在着相互联系,我们可以用一些物理量的单位来量度另一些物理量,例如选定了长度和时间的单位后,速度和加速度的量度就可以用长度和时间组合起来的单位来计量。这样,对某些量选定了一些独立的基本单位后,其它量的单位就可以通过基本单位来组合,组合后的单位称为导出单位。基本单位和导出单位的总和称为单位制。由于历史原因,使得目前科技领域内存在着不同的单位制,单位制的混乱对国内外科学技术的交流和经济贸易都有一定的障碍,因此各方面都希望建立一种国际通用的统一单位制。从第九届国际度量衡会议(1948年)开始,陆续制订出 7 个基本单位和新单位制草案,并命名为国际单位制,规定用 SI 为其国际符号。

国际单位制(SI)由七个基本单位和两个辅助单位所组成,统一了力学、热力学、电磁学、光学、声学、化学等领域的计量单位。SI 制的七个基本单位为

米[长度单位] m;

千克(公斤)[质量单位] kg;

秒[时间单位] s;

安培[电流强度单位] A;  
开尔文[热力学温度单位] K;  
摩尔[物质质量单位] mol;  
坎德拉[发光强度单位] cd。

两个辅助单位为

弧度[平面角单位] rad;  
球面度[立体角单位] sr。

在科技和经济领域内,某些物理量在数值上可以相差亿万倍,为了实用起见,在应用 SI 单位的同时,允许应用以它为基础所导出的分单位和倍单位,在主单位符号前加词冠,组成分单位或倍单位的符号,例如毫米(mm)、微安( $\mu\text{A}$ )等,词冠及符号如表 1-1 所示。

表 1-1 SI 制用的十进词冠

| 倍 数       | 名 称   | 词 冠 代 号 | 分 数        | 名 称    | 词 冠 代 号 |
|-----------|-------|---------|------------|--------|---------|
| $10^{18}$ | 艾[可萨] | E       | $10^{-1}$  | 分      | d       |
| $10^{15}$ | 拍[生]  | P       | $10^{-2}$  | 厘      | c       |
| $10^{12}$ | 太[拉]  | T       | $10^{-3}$  | 毫      | m       |
| $10^9$    | 吉[咖]  | G       | $10^{-6}$  | 微      | $\mu$   |
| $10^6$    | 兆     | M       | $10^{-9}$  | 毫微(纳)  | n       |
| $10^3$    | 千     | k       | $10^{-12}$ | 微微(皮)  | p       |
| $10^2$    | 百     | h       | $10^{-15}$ | 毫微微(非) | f       |
| 10        | 十     | da      | $10^{-18}$ | 微微微(阿) | a       |

我国现行的基本计量制是米制(即公制),今后将逐步采用国际单位制。米制的力学物理量单位中有 MKS(SI)制、CGS 制和 MKfS 制(即重力制,又称工程单位制)等三种,它们的差别在于选取了不同的基本单位(见表 1-2)。我国在工程技术领域中习惯采用重力制。在重力制中,力的单位定为基本单位,它的单位尺度公斤力(1 kgf)定义为:处于  $45^\circ$  纬度海平面上(重力加速度  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ ) 在真空中国际千克原器所受的重力。在国际单位制中,力是导出单位。我们选取使 1 kg 质量的物体产生  $1 \text{ m/s}^2$  的加速度所需要的力作为它的单位尺度,并命名为牛顿,用符号 N 表示。

表 1-2 不同单位制的基本单位

| 物 理 量 名 称 | 基 本 单 位   |         |           |
|-----------|-----------|---------|-----------|
|           | SI, MKS 制 | CGS 制   | MKfS 制    |
| 长 度       | 米 (m)     | 厘米 (cm) | 米 (m)     |
| 质 量       | 千克 (kg)   | 克 (g)   | —         |
| 时 间       | 秒 (s)     | 秒 (s)   | 秒 (s)     |
| 力         | —         | —       | 公斤力 (kgf) |

即

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 = 100 \text{ kg} \cdot \text{cm/s}^2 \quad (1-1)$$

按这样的定义,在上述条件下国际千克(公斤)原器所受的重力为  $9.80665 \text{ N} \approx 9.81 \text{ N}$ 。由此可见,两种单位制中力的单位有以下的关系:

$$1 \text{ kgf} = 9.81 \text{ N} \quad (1-2)$$

重力制(MKfS)虽然在我国工程技术领域中习惯采用,但今后将被废止,而逐步推广采用SI制。本书采用SI制单位。鉴于我国计量制度的现况,处于逐步采用SI制的过渡阶段,因此应同时熟悉现行的重力制与SI制单位之间的换算。力学方面各单位制的换算关系见表1-3。

表 1-3 力学单位表

| 物 理 量   | 符 号                           | SI, MKS 制         |                                            | MKfS 制         |                                                                       |
|---------|-------------------------------|-------------------|--------------------------------------------|----------------|-----------------------------------------------------------------------|
|         |                               | 量 纲               | 单 位 和 代 号                                  | 量 纲            | 单 位 和 代 号                                                             |
| 长 度     | $l, b, h$                     | [L]               | 米 m                                        | [L]            | 米 m                                                                   |
| 质 量     | $m$                           | [M]               | 千克(公斤) kg                                  | $[L^{-1}FT^2]$ | (工程质量单位)公斤力·秒 <sup>2</sup> /米<br>kgf·s <sup>2</sup> /m                |
| 时 间     | $t$                           | [T]               | 秒 s                                        | [T]            | 秒 s                                                                   |
| 平 面 角   | $\alpha, \beta, \gamma \dots$ |                   | 弧度 rad                                     |                | 弧度 rad                                                                |
| 立 体 角   | $\Omega, \omega$              |                   | 球面度 sr                                     |                | 球面度 sr                                                                |
| 速 度     | $v$                           | $[LT^{-1}]$       | 米/秒 m/s                                    | $[LT^{-1}]$    | 米/秒 m/s                                                               |
| 角 速 度   | $\omega$                      | $[T^{-1}]$        | 弧度/秒 rad/s                                 | $[T^{-1}]$     | 弧度/秒 rad/s                                                            |
| 加 速 度   | $a$                           | $[LT^{-2}]$       | 米/秒 <sup>2</sup> m/s <sup>2</sup>          | $[LT^{-2}]$    | 米/秒 <sup>2</sup> m/s <sup>2</sup>                                     |
| 角 加 速 度 | $\alpha$                      | $[T^{-2}]$        | 弧度/秒 <sup>2</sup> rad/s <sup>2</sup>       | $[T^{-2}]$     | 弧度/秒 <sup>2</sup> rad/s <sup>2</sup>                                  |
| 频 率     | $f$                           | $[T^{-1}]$        | 赫兹 Hz                                      | $[T^{-1}]$     | 赫兹 Hz                                                                 |
| 密 度     | $\rho$                        | $[L^{-3}M]$       | 公斤/米 <sup>3</sup> kg/m <sup>3</sup>        | $L^{-3}FT^2$   | 公斤力·秒 <sup>2</sup> /米 <sup>3</sup> kgf·s <sup>2</sup> /m <sup>3</sup> |
| 力       | $F$                           | $[LMT^{-2}]$      | 牛顿=公斤·米/秒 <sup>2</sup>                     | [F]            | 公斤力 kgf                                                               |
| 重 量     | $G$                           | $[LMT^{-2}]$      | $N = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2$         | [F]            | 公斤力 kgf                                                               |
| 重 度     | $\gamma$                      | $[L^{-2}MT^{-2}]$ | 牛顿/米 <sup>3</sup> N/m <sup>3</sup>         | $[FL^{-3}]$    | 公斤力/米 <sup>3</sup> kgf/m <sup>3</sup>                                 |
| 转 动 惯 量 | $I$                           | $[LM^2]$          | 公斤·米 <sup>2</sup> kg·m <sup>2</sup>        | $[LFT^{-2}]$   | 公斤力·米·秒 <sup>2</sup> kgf·m·s <sup>2</sup>                             |
| 力 矩     | $M$                           | $[L^2MT^{-2}]$    | 牛顿·米 N·m                                   | [LF]           | 公斤力·米 kgf·m                                                           |
| 转 矩     | $T, (M_t)$                    | $[L^2MT^{-2}]$    | 牛顿·米 N·m                                   | [LF]           | 公斤力·米 kgf·m                                                           |
| 压力(压强)  | $p$                           | $[L^{-1}MT^{-2}]$ | 牛顿/米 <sup>2</sup> N/m <sup>2</sup> =帕斯卡=Pa | $[L^{-2}F]$    | 公斤力/米 <sup>2</sup> kgf/m <sup>2</sup>                                 |
| 应 力     |                               |                   |                                            |                |                                                                       |
| 动力粘度    | $\eta$                        | $[L^{-1}MT^{-1}]$ | 帕·秒 Pa·s                                   | $[L^{-1}FT]$   | 公斤力·秒/米 <sup>2</sup> kgf·s/m <sup>2</sup>                             |
| 运动粘度    | $\nu$                         | $[L^2T^{-1}]$     | 米 <sup>2</sup> /秒 m <sup>2</sup> /s        | $[L^2T^{-1}]$  | 米 <sup>2</sup> /秒 m <sup>2</sup> /s                                   |
| 功, 能    | $W, (A)$                      | $[L^2MT^{-2}]$    | 焦耳 J                                       | [LF]           | 公斤力·米 kgf·m                                                           |
| 功 率     | $P, (N)$                      | $[L^2MT^{-3}]$    | 瓦特 W                                       | $[LFT^{-1}]$   | 公斤力·米/秒 kgf·m/s                                                       |

注: 1. 在 MKfS 制中, 工程质量单位是从公式  $m = G/g$  导出的。1 工程质量单位 =  $1 \text{ kgf} \cdot \text{s}^2/\text{m} = 9.80665$  公斤(质量);

2. 在力学方面, SI 与 MKS 制是一致的。

利用量纲可以计算出不同计量单位之间的关系。

例: 计算压强  $p$  在帕斯卡(Pa)和公斤力·米<sup>-2</sup>(kgf/m<sup>2</sup>)两个单位之间的换算关系。

已知压强的量纲分别为  $[L^{-1}MT^{-2}]$  和  $[L^{-2}F]$ , 而  $[F] = [LMT^{-2}]$ , 则  $[L^{-2}F] = [L^{-2} \cdot LMT^{-2}] = [L^{-1}MT^{-2}]$  将  $1 \text{ kgf} = 9.81 \text{ N}$  代入得  $1 \text{ kgf/m}^2 = 9.81 \text{ N/m}^2 = 9.81 \text{ Pa}$

压强的单位在工程实际应用中常采用  $\text{kgf/cm}^2$ , 而 Pa 这个单位值又太小, 使用不便, 因此经常采用其倍单位巴(bar)。

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

于是

$$1 \text{ kgf/cm}^2 = 9.81 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 0.981 \text{ bar}$$

## § 1.4 流体的密度、重度、比容和比重

流体是物质,它具有质量。单位体积流体内的质量称为密度,用符号  $\rho$  表示。设在流体内任意点处取一体积  $\Delta V$ , 该体积内包含的流体质量为  $\Delta m$ , 则平均密度为  $\rho_m = \frac{\Delta m}{\Delta V}$ , 将体积  $\Delta V$  无限缩小趋近于零为极限, 则可得该任意点处的流体密度为

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV} \quad (1-3)$$

密度的倒数称为比容, 用符号  $v$  表示, 即  $v = \frac{1}{\rho}$ , 它是单位质量流体所占的体积。流体的密度  $\rho$  和比容  $v$  将随着它所处位置的压强  $p$  和温度  $T$  而变, 即  $\rho = \rho(p, T)$ ,  $v = v(p, T)$ 。因为压强与温度都是空间点坐标和时间的函数。因此, 密度和比容也是空间点坐标和时间的函数, 即

$$\begin{aligned} \rho &= \rho(x, y, z, t) \\ v &= v(x, y, z, t) \end{aligned}$$

由此可见, 密度的全微分为

$$d\rho = \frac{\partial \rho}{\partial x} dx + \frac{\partial \rho}{\partial y} dy + \frac{\partial \rho}{\partial z} dz + \frac{\partial \rho}{\partial t} dt \quad (1-4)$$

液体的体积随温度的变化不大, 随压强的变化极小。例如当压强由常压增至 1000 atm 时, 水的体积比原来的只减小约 5%。所以, 液体可以作为不可压缩流体来看待。一般情况下, 液体的密度随温度和压强的变化可以忽略不计, 视密度为常数, 即  $\rho = C$  或  $d\rho = 0$ 。

气体则不然, 气体的体积与绝对温度成正比, 而与压强成反比。当气体的压强不太高而温度又不太低时, 气体的性质与理想气体的性质相似, 其偏差不大, 可近似地按理想气体状态方程来计算。则气体的密度  $\rho$ , 绝对温度  $T$  ( $T = 273 + t$ ) 及绝对压强  $p$  之间的关系为

$$\begin{aligned} pV &= RT \\ p &= \rho RT \end{aligned}$$

于是, 气体的密度  $\rho$  为

$$\rho = \frac{p}{RT} \quad (1-5)$$

式中  $R$  为气体常数, 不同的气体具有不同的  $R$  值, 可以从有关手册中查取。

在重力制中, 由于地球的引力, 使质量为  $\Delta m$  的物体产生  $\Delta G$  的重力 (亦称重量), 重力是质量和重力加速度  $g$  的乘积

$$\Delta G = \Delta mg$$

单位体积流体内的重量, 称为流体的重度, 用符号  $\gamma$  表示。

$$\gamma = \frac{\Delta G}{\Delta V} = \frac{\Delta mg}{\Delta V} = \rho g \quad (1-6)$$

在重力制中, 重度的单位是  $\text{kgf/m}^3$ 。在 SI 制中以质量为基本单位, 所以不推荐使用重度这一名词, 只用密度  $\rho$  来作有关的计算。

SI 制中密度的单位是  $\text{kg/m}^3$  (或  $\text{kg/cm}^3$ ), 在重力制中, 重度的单位是  $\text{kgf/m}^3$  (或  $\text{kgf/cm}^3$ ), 因此 SI 制中的密度与重力制中的重度具有相同的数值, 如表 1-4。

表 1-4 流体的密度与比重

| 液 体  | 温 度 $^{\circ}\text{C}$ | SI 制 $\rho(\text{kg}/\text{m}^3)$<br>重力制 $\gamma(\text{kgf}/\text{m}^3)$ | SI 制 $\rho(\text{kg}/\text{cm}^3)$<br>重力制 $\gamma(\text{kgf}/\text{cm}^3)$ | 比 重 $S$  |
|------|------------------------|--------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|----------|
| 水    | 4                      | 1000                                                                     | $10^{-3}$                                                                  | 1        |
| 汞    | 15                     | 13600                                                                    | $13.6 \times 10^{-3}$                                                      | 13.6     |
| 矿物油  | 15                     | 850~900                                                                  | $0.85 \times 10^{-3} \sim 0.9 \times 10^{-3}$                              | 0.85~0.9 |
| 汽油   | 15                     | 700~800                                                                  | $0.7 \times 10^{-3} \sim 0.8 \times 10^{-3}$                               | 0.7~0.8  |
| 酒精   | 18                     | 790                                                                      | $0.79 \times 10^{-3}$                                                      | 0.79     |
| 熔化生铁 | 1200                   | 7000                                                                     | $7 \times 10^{-3}$                                                         | 7        |

流体的密度与  $4^{\circ}\text{C}$  时纯水的密度之比,称为比重,用符号  $S$  表示,即

$$S = \frac{\rho}{\rho_{\text{H}_2\text{O}}} \quad (1-7)$$

比重是没有量纲的纯量,仅仅是一个比值。因为水在  $4^{\circ}\text{C}$  时的密度为  $1\text{g}/\text{cm}^3$ , 所以, 同一种流体的比重的数值与用 SI 制表示的密度数值是相同的。

## § 1.5 流体的粘度

流体流动时,由于流体与固体壁面的附着力和流体内部的分子运动和内聚力,使流体各处的速度产生差异。例如两平面间充满流体,如图 1-1 所示,设下平面固定不动,而上平面以速度  $U$  运动。贴近两平面的流体必粘附于平面上, 紧贴在上运动面上的流体质点必以与运动平面相同的速度  $U$  运动,而紧贴在下平面上的流体质点则固定不动,其速度为零,平面间流体层的速度各不相同,但按一定规律变化。运动较快的流层可以带动较慢的流层。反之,运动较慢的流层又会阻滞运动较快的流层,不同速度流层之间相互制约,产生类似固体摩擦过程中的摩擦阻力,称为内摩擦力。流体在流动时产生内摩擦力的这种性质叫做流体的粘性。由此可见内摩擦力与流体的粘性和流层速度差异的程度有关。设流层间距离为  $dz$ , 流层速度差为  $du$ , 可用垂直于速度方向的速度变化率  $\frac{du}{dz}$  来表征流层间速度差异的程度。我们把  $\frac{du}{dz}$  称为速度梯度。

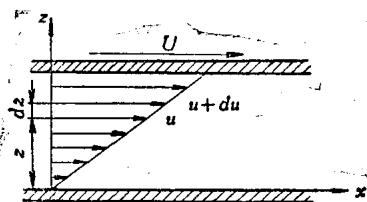


图 1-1 液体粘性作用

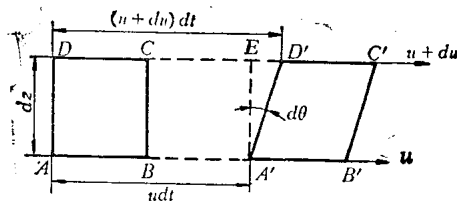


图 1-2 流体速度梯度与角度变形关系

我们进一步讨论速度梯度在流体中的物理概念。在运动流体中取一微小矩形  $ABCD$ , 如图 1-2 所示,  $AB$  层的速度为  $u$ ,  $CD$  层的速度为  $u + du$ , 两层间垂直距离为  $dz$ , 经过  $dt$  时间后,  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  各点分别运动至  $A'$ 、 $B'$ 、 $C'$ 、 $D'$  点。由图 1-2 可见

$$ED' = DD' - AA' = (u + du)dt - udt = dudt$$

则

$$du = ED'/dt$$

由此得速度梯度

$$\frac{du}{dz} = \frac{ED'}{dzdt} = \frac{\operatorname{tg}d\theta}{dt} \approx \frac{d\theta}{dt} \quad (1-8)$$

$d\theta$  是矩形 ABCD 在  $dt$  时间后的剪切变形角度, 这表明速度梯度实质上就是粘性流体运动时的剪切变形角速度。

由于流体具有粘性, 当流体发生剪切变形时, 流体内就产生阻滞变形的内摩擦力。由此可见, 粘性表征了流体抵抗剪切形变的能力。处于相对静止状态的流体中不存在剪切变形, 因而不存在变形的抵抗。只有当运动流体流层间发生相对运动时, 才有流体对剪切变形的抵抗, 也就是粘滞性才表现出来。

根据牛顿的总结: 流体在运动时, 阻滞剪切变形的内摩擦力  $T$  与流体运动的剪切变形角速度(也即速度梯度)成正比, 与接触面积  $A$  成正比, 与流体的粘性有关而与流体内的压强无关, 它的数学表达式为

$$T = \eta A \frac{du}{dz} \quad (1-9)$$

内摩擦力  $T$  除以接触面积  $A$ , 即得流体内的剪切力  $\tau$

$$\tau = \frac{T}{A} = \eta \frac{du}{dz} \quad (1-10)$$

这里  $\eta$  是表征流体粘性的比例系数, 称为动力粘度, 它的单位是牛顿·秒·米<sup>-2</sup>(N·s/m<sup>2</sup>), 或帕·秒(Pa·s), 但是实际常用的单位是 CGS 制中的泊(P), 其换算过程为

$$1\text{P} = 1\text{dyn}\cdot\text{s}/\text{cm}^2 = 0.1 \frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{m}^2} = 0.1\text{Pa}\cdot\text{s}$$

泊的单位比较大, 通常用泊的百分之一为厘泊(cP), 即

$$1\text{cP} = 10^{-2}\text{P}$$

式(1-10)称为牛顿粘性定律, 凡是服从牛顿粘性定律的流体称为牛顿型流体, 所有的气体和低分子量的大多数液体均属于牛顿型流体。不服从牛顿粘性定律的流体称为非牛顿型流体。例如油脂、橡胶、聚合物溶液及各种悬浮液等。

各种不同流体的动力粘度大小不同, 其数值范围很广, 例如空气的动力粘度为 0.02cP, 水的粘度为 1cP, 而润滑油的粘度范围为 2~400cP。

测量流体粘度用的量仪称为粘度计, 很多粘度计不能直接测定动力粘度, 而是测定比值  $\eta/\rho$ 。流体的动力粘度  $\eta$  与它的密度  $\rho$  的比值称为运动粘度, 用符号  $\nu$  表示。

$$\nu = \eta/\rho \quad (1-11)$$

运动粘度的单位为米<sup>2</sup>·秒<sup>-1</sup>(m<sup>2</sup>/s), 但实际上常用的单位是 CGS 制中的 St(Stokes, 译作斯), St 的百分之一为 cSt。其单位换算关系为

$$1\text{cSt} = 10^{-2}\text{cm}^2/\text{s} = 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$$

由于商业上测定润滑油的粘度采用不同型式的粘度计, 测得的数值当然也就不同。这种用粘度计测得的粘度称为条件粘度。我国习惯上用的条件粘度单位为恩氏粘度, 用符号 °E 表示。所谓恩氏度是指 200 毫升的液体从恩氏粘度计流出的时间与 200 毫升 20°C 时的蒸馏水从恩氏粘度计流出的时间的比值。恩氏度(°E)与运动粘度  $\nu$  (cSt)之间的关系可从有关资料①中直接换算。

温度对于流体的粘度有较大的影响, 它对液体和气体却有完全相反的影响。液体的粘度

① 可参阅机械工程手册第 22 篇摩擦、磨损与润滑, 或第 1 篇表 1.3—27, 机械工业出版社。

几乎完全决定于分子间的内聚力，当温度升高时，液体膨胀，分子间距离增大而内聚力减小，结果使粘度降低。对于气体来说，动量转移对其粘度起主要作用。当温度升高时，气体分子运动加剧，因而使粘度增大。图 1-3 所示为空气与水的粘温关系。

如要确定粘度随温度变化的简单规律，则要找到一个满足  $du/dt$  变化的方程，以便于进行数学处理。格·达夫英(G.Duffing)提出常用流体的粘度与温度的关系可以由下列方程导出

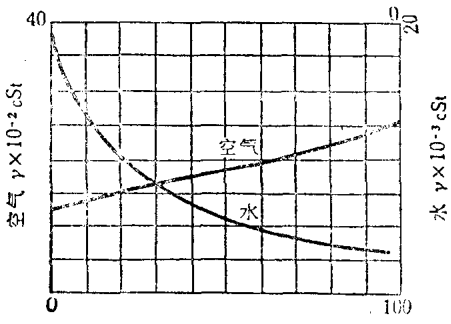


图 1-3 空气与水的粘温关系

$$-\frac{1}{\eta} \frac{d\eta}{dt} = \frac{1}{f(t)}$$

式中  $\eta$  是粘度， $t$  是温度， $f(t)$  是多项式，即

$$f(t) = a + bt + ct^2 + \dots + nt^m。$$

如果只取多项式的第一项，即

$$\frac{1}{\eta} \frac{d\eta}{dt} = -\alpha$$

积分后得

$$\eta = Ke^{-\alpha t} \quad (1-12)$$

这就是 Reynolds 粘度方程，它最简单，但不精确，在一定温度范围（例如 20~80°C）内也可使用。

如果取多项式的前二项，令  $f(t) = a + bt = \frac{\alpha + t}{m}$

于是得到

$$-\frac{1}{\eta} \frac{d\eta}{dt} = \frac{m}{\alpha + t}$$

积分后得

$$\eta = \frac{K}{(\alpha + t)^m} \quad (1-13)$$

这就是斯罗特(Slotte)粘度方程，它是一幂指数律，比较精确。

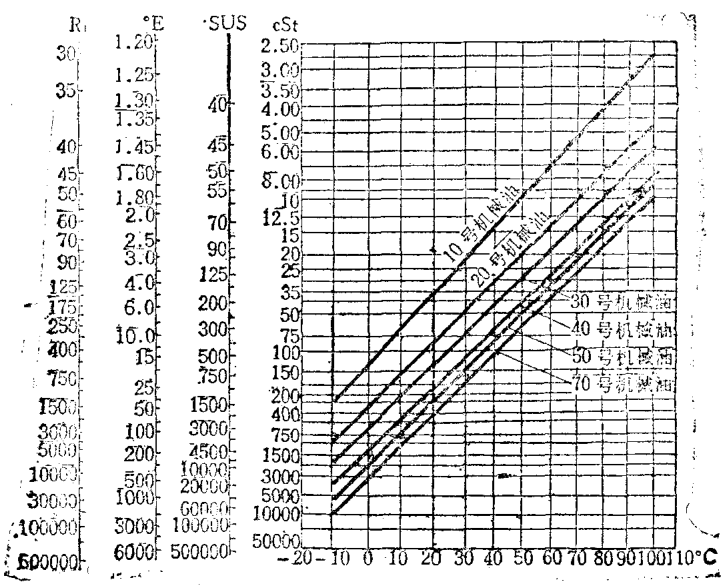


图 1-4 机械油系列的粘温关系