

高等学校教学参考书

理论力学

上册

郭士望 编



人民教育出版社

高等学校教学参考书

理 论 力 学

上 册

郭士莹 编

人民教育出版社

本书以作者1966年以前在四川大学物理、数学两专业讲授理论力学的讲义为基础,修订补充而成。全书分上、下两册。上册内容包括:质点运动学、刚体运动学、质点动力学、相对运动、质点组动力学、刚体动力学。下册内容包括:虚功原理、达朗伯原理、拉格朗日方程、微振动、哈密顿正则方程、力学中的变分原理、弹性力学基本方程、流体运动学、理想流体动力学。书末收有一定数量的习题。

本书对理论力学的基本原理和方法作了较细致的叙述。全书还举了150多个具有一定特色的例题,且在解答每一类型的例题之前,提要性地给出解题的基本思路和一般步骤,比较便于自学。

本书可作为综合大学和高等师范院校物理系、数学力学系的教学参考书,亦可供一般科技人员自学参考。

高等学校教学参考书

理论力学

上册

郭士堃 编

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 11.875 字数 287,000

1982年7月第1版 1983年3月第1次印刷

印数 00,001—14,600

书号 15012·0395 定价 1.25 元

序 言

编者于1966年以前在四川大学物理、数学两专业讲授理论力学,本书就是以当时所编讲义为基础,经过修订补充而成。本书在深度和广度上都略超出现行教学大纲。近年来,四川大学物理系一直以本书为教材,讲授时按照大纲进行删节,多余部分则供学生课后自学或参考之用。

全书共四篇,即:运动学、动力学(属于向量力学)、分析力学及连续介质力学基础。上册包括前两篇,下册包括后两篇。按章节配备习题300余个,其中约50余题,选自近年来留学生考试及国内外大学研究生考试的部分试题。

在编写过程中,作者希望做到:

(1) 阐明概念时,既注意深入浅出,又注意说明数学公式的物理意义;讲述理论时,既注意全书的系统性,也在可能范围内不忽视严密性。在有些问题的论述或例题的解法上,反映了编者个人的见解和经验。

(2) 注意与数学校好配合。鉴于力学中用到的数学知识,面比较宽,而数学课程往往跟不上,便根据需要,对某些数学知识,作了针对性的补充。比如,变分法和张量的概念便是这样处理的。在讨论简正振动时,写了一段备考,目的在使不熟悉线性代数的读者,也可以按照求特征向量的方法解答问题。但是,也有相反的情形,比如,有关谐振的问题,由于高等数学课程中对这个问题通常都要讲到,因此,编者将这个重要问题放在一组例题中去讲,只着重物理上的补充。这也说明本书中有些例题,实际上是正文的延伸。

(3) 为了帮助学生克服作题的困难,全书密切配合理论讲述,选有 150 余个典型例题,有利于加强对解题层次的训练。在每组例题之前,均有解答各类典型问题的思考方法和一般步骤的提要,希望做到“有法可循”,而不强调个别问题的某些带技巧性的解法,这只是编者的尝试,还很不完善。例题是集中编排的,教学时宜分散使用。

为了便于读者使用本书,我们采用大字、小字、大字加 * 号三种方式排印:大字属于基本内容(符合现行教学大纲要求),小字属于补充内容(如例题,数学补充,或对某些概念和问题进行深入分析的辅助内容等等),大字加 * 号系表示超出现行大纲范围的内容,这些超出大纲要求的内容有时带有一定的探索性和启发性(比如讲相对运动时对速度、加速度、惯性力的讨论)。至于整个第四篇的连续介质力学,对数学或物理专业的学生本是基础知识,排成大字加 * 号,仅表明其不属大纲范围而已。这样处理,能使读者在学习时精简一些章节,也不致引起严重的不衔接问题。这样一来,本书或作为教材,或用作参考书和自学用书,均可适用,使书具有较大的伸缩性。

审稿过程中,兰州大学王定百教授、江苏师院蔡铭之教授以及云南大学杨自天等同志在认真、细致阅读原稿之后,或指出某些错误和不恰当的地方,或提出某种具体的建议,对他们这种高度负责的精神,编者从内心感到敬佩。四川大学物理系基础理论教研室的同志们在编写过程中对编者给予了大力支持,他们在试用本书原稿时,从教学实践中提出了很多难得的意见。编者对所有的宝贵意见,皆一一慎重考虑、采纳,进行修改,使不足之处,有所弥补。特此向同志们表示由衷的谢忱。再者,教研室的刘启耕和青春柄两位讲师,曾先后替我挑选了两套习题,后来由于编者的计划改变,未能全部采用,特此表示歉意和感激。

编者虽然主观上作了一些努力,但限于水平,常有力不从心之感。全书无疑还存在不少缺点和错误,恳切希望读者批评,以便改进。

编者 郭士堃谨识

一九八二年五月于四川大学物理系

目 录

理论力学(上册)

序言	1
----------	---

第一部分 理论力学

第一章 绪论	1
--------------	---

§ 1.1 理论力学研究的对象	1
1. 理论力学的对象·主要内容	1
2. 经典力学的时、空概念	2
3. 经典力学的适用范围	2
§ 1.2 理论力学与其他科学的关系	4
1. 理论力学是工程技术的科学基础	4
2. 理论力学在理论物理中的作用	4

第一篇 运动学

引言	7
----------	---

第二章 质点运动学	9
-----------------	---

§ 2.1 基本概念·速度和加速度	9
1. 参考系和坐标系·计算系统	9
2. 运动方程·轨道	9
3. 速度向量及加速度向量	11
4. 结论	13
§ 2.2 速度和加速度在各种正交坐标系中的分量表示法	13
1. 笛卡尔坐标系法	13
2. 平面极坐标系法	15
3. 柱面坐标系法	18
4. 球面坐标系法	20

5. 自然坐标系法	22
§ 2.3 解答质点运动学问题的途径·例题	23
第三章 刚体运动学	30
§ 3.1 基本概念·刚体的平动	30
1. 决定刚体位置的方法·刚体的坐标	30
2. 运动方程·自由度	32
3. 刚体的平动	33
§ 3.2 刚体的定轴转动·欧勒公式	33
1. 运动方程·角速度向量和角加速度向量	33
2. 转动刚体内各点的速度分布·欧勒公式	34
3. 转动刚体内各点的加速度分布	36
4. 关于定轴转动问题的解答·例题	37
§ 3.3 刚体的平面平行运动	38
1. 运动方程·转动与基点的无关性	38
2. 板上各点的速度和加速度的分布	40
3. 瞬时转动中心·瞬心曲线·有限转动的查理斯定理	43
*4. 利用瞬心曲线描述板的连续运动	46
5. 关于平面平行运动问题的解答·例题	48
§ 3.4 刚体的定点运动(一)	57
1. 运动方程·欧勒角	57
2. 刚体内各点的速度分布·瞬时转动轴	58
3. 刚体内各点的加速度分布	60
4. 结论	61
5. 关于刚体绕定点运动问题的解答·例题	61
§ 3.5 刚体的定点运动(二): 无限小转动的向量性	
定点运动的欧勒运动学方程	63
1. 欧勒-达朗伯定理	63
2. 无限小转动的向量性·角速度的合成定理	64
3. 绕定点运动的欧勒运动学方程	67
§ 3.6 自由刚体的一般运动	72
1. 运动方程·基点坐标系	72
2. 刚体内各点的速度分布及加速度分布	73
3. 转动与基点的无关性·质点的一般无限小位移	74

4. 关于自由刚体运动问题的解答·例题	73
---------------------	----

第二篇 动力学

引言	78
----	----

第四章 质点动力学	80
-----------	----

§ 4.1 牛顿运动定律	80
--------------	----

1. 第一定律	80
2. 第二定律	81
3. 第三定律	83
4. 伽利略变换	84

§ 4.2 质点运动的微分方程及其积分	86
---------------------	----

1. 自由质点与非自由质点·约束公理	86
2. 主动力与被动力·质点动力学的两类问题	87
3. 质点的平衡方程	89
4. 质点运动的微分方程·初值问题	90

§ 4.3 解答质点运动微分方程举例	93
--------------------	----

§ 4.4 质点的动量定理及动量矩定理	106
---------------------	-----

1. 质点的动量定理及动量守恒定律	107
2. 向量矩的概念	109
3. 质点的动量矩定理	110
4. 质点的动量矩守恒定律	111
5. 应用基本定理解答质点运动问题·例题	112

§ 4.5 质点的动能定理·力场	114
------------------	-----

1. 质点的动能定理	114
2. 变力所作的功·功率	116
3. 力场·保守力场	117
4. 质点的势能·机械能守恒定律	121
5. 关于力场及应用动能定理的问题解答·例题	124

§ 4.6 有心运动·与距离平方成反比的引力场	133
-------------------------	-----

1. 有心运动·比尼公式	133
2. 与距离平方成反比的有心引力场	136
3. 行星运动定律·万有引力定律	141
4. 关于有心运动问题的解答·例题	143

§ 4.7 单摆及球面摆	151
1. 单摆	151
*2. 球面摆	153
*3. 球面摆的近似解	156
4. 关于约束运动问题的解答·例题	158

第五章 相对运动 163

§ 5.1 基本概念: 绝对运动·相对运动·牵连运动	163
1. 问题的提出	163
2. 绝对运动·相对运动·牵连运动	165
3. 附注	167
§ 5.2 相对运动的运动学方程·速度合成定理	167
1. 运动学基本方程·相对轨道与绝对轨道	167
2. 速度的合成·相对微商与绝对微商	169
3. 对速度公式的讨论	172
4. 相对运动中关于轨道与速度问题的解答·例题	173
§ 5.3 相对运动中的加速度·柯里奥利定理	178
1. 加速度的合成	178
2. 对加速度公式的讨论	179
3. 相对运动中关于加速度合成问题的解答·例题	182
§ 5.4 相对运动的动力学方程·惯性力	187
1. 相对运动的动力学方程及其能量积分·平衡方程	187
2. 伽利略相对性原理	189
3. 对惯性力的讨论	190
4. 关于相对运动动力学问题的解答·例题	192
§ 5.5 地面附近的相对平衡与相对运动·傅科摆	196
1. 地面附近的相对平衡·重力加速度随纬度的变化	197
2. 地面附近的相对运动方程	198
3. 自由质点的相对运动	199
*4. 傅科摆	202
*5. 应用——某些地球物理现象的解释	206

第六章 质点组动力学 212

§ 6.1 质点组动力学的基本定理	212
1. 基本概念: 力学体系·外力和内力	212

2. 质点组的动量定理及动量守恒定律·质心运动定理·····	214
3. 质点组的动量矩定理及动量矩守恒定律·····	218
4. 质点组的动能定理及机械能守恒定律·····	220
5. 确定质心的位置·····	221
6. 关于应用基本定理解答质点组运动问题·例题·····	222
§ 6.2 绕质心的相对运动·····	230
1. 问题的提出·····	230
2. 绕质心运动中的动量定理·····	231
3. 绕质心运动中的动量矩定理·····	232
4. 绕质心运动中的动能定理·····	234
5. 应用寇尼克定理求体系的动能·例题·····	236
§ 6.3 二体问题·碰撞问题·····	238
1. 二体问题的运动方程及守恒量·····	238
2. 二体问题运动方程的积分·轨道·····	241
3. 弹性碰撞· L -系和 C -系·····	244
*4. 库仑势场的散射·····	249
5. 例题·····	253
§ 6.4 变质量问题·火箭的运动·····	256
1. 变质量质点的运动微分方程·····	256
*2. 火箭的运动·····	257
3. 关于变质量体运动和火箭运动问题的解答·例题·····	260

第七章 刚体动力学····· 264

§ 7.1 力系的简化·刚体的平衡方程·····	264
1. 基本概念: 力系·力的可传性·····	264
2. 力偶·力偶矩·····	265
3. 力系的简化·····	266
4. 刚体的平衡方程·····	269
5. 关于刚体静力学问题的解答·例题·····	270
§ 7.2 物体的转动惯量·惯量椭圆·····	274
1. 物体对一轴的转动惯量·回转半径·····	274
2. 平行轴定理与垂直轴定理·····	276
3. 物体对通过给定点 O 的任一轴的转动惯量·····	277
4. 惯量椭圆·惯量主轴·····	279
5. 确定惯量主轴的方法·····	281

6. 惯量张量	284
7. 关于转动惯量的问题解答·例题	287
§ 7.3 刚体的运动微分方程·刚体的动力学特征量	296
1. 刚体的运动微分方程	296
2. 刚体的动量及动量矩表式	297
3. 刚体的动能表式	298
4. 关于计算刚体的动量矩及动能的问题解答·例题	299
§ 7.4 刚体的定轴转动和平面平行运动	301
1. 定轴转动的微分方程	301
2. 轴的反作用力·自由转动轴	302
3. 平面平行运动的微分方程	305
4. 关于刚体的定轴转动及平面平行运动问题的解答·例题	306
§ 7.5 刚体的定点运动(一): 欧勒动力学方程·重刚体	
定点运动的欧勒-班锁情形	313
1. 定点运动的微分方程组·欧勒动力学方程	314
2. 固定点的反作用力	317
3. 重刚体绕定点运动的三种可积情形	317
*4. 欧勒-班锁情形的几何解释	318
5. 关于重刚体绕质心作惯性运动的问题解答·例题	321
*§ 7.6 刚体的定点运动(二): 重刚体定点运动的	
拉格朗日-泊松情形·回转器的近似理论	325
1. 拉格朗日-泊松情形的运动方程及其初积分	325
2. 关于运动方程的解法	327
3. 对刚体运动的描述	328
4. 回转器的近似理论	331
5. 简单的回转现象	332
6. 关于陀螺运动的问题解答·例题	337

第一章 绪 论

§ 1.1 理论力学研究的对象

1. 理论力学的对象·主要内容 理论力学是研究物体机械运动的一般规律以及物体间的机械相互作用的科学。它是理论物理的一个部门,也是近代工程技术的科学基础。

力学中的所谓运动,是指物体或其各部分在空间的相对位置在时间过程中所发生的任何变化,常常称为机械运动。所谓物体间的机械相互作用,是指能够改变物体机械运动状态或物体形状的各种作用。力就是机械相互作用的物理量度。

时间、空间、运动着的物质(以质量为其量度)和力,是伽利略和牛顿所奠定的经典力学(即牛顿力学)中的几个基本概念。

机械运动所要研究的问题极其广泛,包括桥梁建筑、军事技术、宇宙航行、天体力学等等。研究机械运动问题时,我们总是从原因和结果两个方面来考虑。在经典力学中,力是改变物体的运动状态(或形状)的外因,而运动状态(或形状)的改变则是物体受力后所表现的结果。但是,原因和结果常常是相互交织的,运动发生变化又会反过来影响物体相互间的作用力。比如,在地球的影响下,人造卫星在椭圆轨道上的运动不断地在改变;而两者相互作用力的大小和方向,又会随着运动的变化而不断地改变着。又如,弹性体由于外力影响而产生形变;但是,伴随着形变出现了内应力(即恢复形状的弹性力),又会改变相互间的作用。由此可见,简单的机械运动无疑也应该遵循因和果之间的辩证关系。

根据问题的性质，可将力学分为运动学和动力学两部分。运动学研究物体运动的几何性质随时间的变化；因此，运动学的范围，正如几何学一样，受到很大的限制。动力学研究物体在力作用下的运动规律，同时还须考虑到某些最基本的物质性质（如惯性）。根据本课程的要求，本书是把静力学作为动力学的特殊问题来处理的。当然，我们不应因此而抹杀静力学的重要性。

根据研究对象的性质，可将力学分为：1) 质点力学；2) 刚体力学；3) 变质量力学；4) 变形体（弹性体及塑性体）力学；5) 流体（主要指液体）力学；6) 气体力学（主要指空气动力学）等等。

理论力学主要讨论质点力学、刚体力学和质点组的一般运动规律。所谓“质点”和“刚体”，是从实物中抽象出来的两个概念。

2. 经典力学的时、空概念 我们知道，空间、时间和运动着的物质是不可分割的。都是物质存在的客观形式。对于物质来说，运动就是一般的变化。没有运动的物质和没有物质的运动都是不可想象的。只有在物质的运动中，空间和时间才是实际存在的。

爱因斯坦的相对论证实了上述辩证唯物主义时空观的正确性，在相对论里，空间几何的度规性质和时间的量度，既与观测者的运动状态有关，又与物质的分布及其运动状态有关。

但是，在牛顿力学里，空间、时间和物质三者的定义是互不相关的，这与客观事实不尽相符，因而只具有近似的性质。在这种绝对的时空观中，时间的量度是普适的；空间是处处均匀和各向同性的欧氏空间，欧几里德几何普遍适用，而与物质运动和观测者均无关系。

3. 经典力学的适用范围 与其他的自然科学一样，力学也是随着社会生产力的发展和工业技术水平的不断提高而逐渐建立起来的，人类在生活实践和生产实践中，凭借直观感觉而形成了某些力学的概念，如运动、机械、力量等等。当然，由直观感觉所能观察

到的物体的线度,如象舟车弩矢、日月星辰等等,都是相当大的;而这些物体运动的速度却比光速小得多。经典力学正是总结了这类运动的规律而建立的,这也就规定了它的近似性质和它的适用范围。

总起来说,由伽利略-牛顿所建立的经典力学,只能适用于运动速度远比光速为小而线度却远比单个原子为大的宏观物体的运动。因此,经典力学属于宏观力学的范围。

当物体运动速度大到可与光速相比拟时,经典力学不再适用。比如,通过天文观测的水星近日点的进动现象,由于与经典力学的计算结果不一致,而长期未得解决。此现象只有在广义相对论中才第一次得到了说明(实际上,水星绕太阳的公转速度,100米/秒,还比光速小得多)。因此,列宁在《唯物主义和经验批判主义》一书中写道:“…力学是缓慢的实在运动的模写,新物理学是极迅速的实在运动的模写,…”^①

当我们考查微观物体(原子、电子或基本粒子)的运动规律时,经典力学也不再适用^②。比如,通过衍射实验而发现电子的波动行为,便不能用经典力学来解释,在这里,甚至连电子的“轨道”这一概念也失去了意义。由此可见,我们不能将适用于宏观质点的某些概念准确地应用到微观粒子上去。关于微观粒子的行为与运动规律,应该用量子力学来描述。

必须指出:经典力学规律的近似性,只能局限它的适用范围,却不能否定它的应用价值,更不应忽视它在科学发展中所起的重要作用。

① 列宁:《唯物主义和经验批判主义》,人民出版社1960年版,265页。

② 严格说来,经典力学的适用条件应由海森伯的测不准关系来确定,并不在于所考查物体的大小,比如,对示波管中的电子运动仍可用经典力学进行精确的计算。

§ 1.2 理论力学与其他科学的关系

1. 理论力学是工程技术的科学基础 理论力学是从生产实践中,概括大量事实而得出的一般规律,因而,反过来,它又指导生产而成为所有工程技术的科学基础。所谓一般规律,意思是:当我们从原因和结果两个方面来研究物体作机械运动的力学规律时,不是停留在对某些现象作直观的描述,而是以严密的数学方法作为工具作定量描述。因此,对相互作用力的变化规律,可以在最一般的情形下进行讨论,而不追究其产生的物理原因。这样的规律具有一般性,而它的正确性又是由无数的实践来加以肯定的。比如,有心运动的基本规律,既可用于引力也可用于斥力;既可用来研究万有引力作用下的行星运动,也可用来研究弹性力作用下的振子运动。

由此可见,理论力学的基本定律同样适用于刚体以外的任何物体,只要引入某种介质所特有的、最简单的物理定律,并应用理论力学的基本定理和方法,便能建立起近代力学的许多特殊部门:比如,弹性力学、流体动力学、气体动力学等等。在这些力学中,虎克定律或物态方程便起着物理的基础作用。

这些特殊力学部门中最重要的问题,是从工程技术提出的,而这些问题的解法则以理论力学为基础。

2. 理论力学在理论物理中的作用 力学与物理学之间,没有严格的界线^①。前面已经讲过,某些力学问题,要求借助于物理定律和方法来解决。反之,虽然物理学有时必须采用一些自己所特有的方法,比如,统计的方法;但是,物理学却广泛地利用力学的定律和方法。

^① 这里是根据恩格斯把机械运动和物理运动分为不同的运动形态而言的。

现在我们扼要地谈一谈力学原理，特别是力学变分原理在经典物理学和近代物理学发展中所起的作用。

1) 大家知道，由于力学中最速降落线问题的提出，促成变分学这一数学部门的建立，而变分法又反过来成为研究力学和物理学各个部门的有力工具。在力学中，首先利用泛函极值的概念来表述力学基本定律，建立了哈密顿原理和最小作用量原理。

根据哈密顿原理与费尔马原理人们发现了力学规律与光学规律的相似性。此后，许多具有机械世界观的物理学家，企图用力学的概念来建立全部非力学现象的模型，这是十九世纪物理学发展的特点。

由于分子运动论的发展，玻耳兹曼、克劳修斯、契利都企图从力学原理导出热力学第二定律。契利甚至错误地认为他已直接从哈密顿原理导出热力学第二定律，而不附加任何假设。

根据亥姆霍兹的观点，所有物理现象都可归结为机械力的作用，并认为这是理解自然现象的基础。

普朗克试图用哈密顿原理将物理学各部门统一成一个整体，并用这个原理来作为理论物理的共同基础。

虽然机械论者在企图将物理现象归结为机械运动的过程中，在一定程度上发展了经典物理理论；但是，终于不能给出有关自然现象本质的正确结论。这是自然现象非力学本质的必然结果。

2) 最后还须提到理论力学在近代物理学发展中的重要作用。

爱因斯坦把经典力学中的相对性原理推广为一切物理现象都必须服从的相对性原理，结合光速不变性的经验事实，对时间、空间、物质、运动等最基本的概念进行了深刻的分析之后，建立了狭义相对论。狭义相对论不但解决了经典场论的一些困难，而且建立了适用于高速运动的相对论力学，而经典力学变成了它的低速近似结果：广义相对论是以引力质量与惯性质量等价这一力学概