材料力学
学习指导

潘孝禄 编

辽宁科学技术出版社

材 料 力 学 学 习 指 导
cái liào lì xué xué xí zhǐ dǎo

潘 孝 禄 编

辽宁科学技术出版社出版（沈阳市南京街6段1里2号）
辽宁省广播电视大学发行　清原县印刷厂印装

开本：787×1092　1/32　印张：7　3/8　字数17,000
1985年8月第1版　1985年8月第1次印刷

印数：1—50,000
统一书号：13288·24　定价：1.40元
（委托出版）

前　　言

为了帮助电大学员和广大自学者掌握好《 材料力学 》的基本概念、基本理论和解题方法，克服“做题难”的学习障碍，编写了这本复习指导书。

本书是在1984年《 电大理工 》杂志上连续刊载的《 材料力学阶段总结 》的基础上，经过修改，增添了大量典型例题并对题目进行分析讨论编写而成的。

本书内容包括：轴向拉伸和压缩，扭转，弯曲，应力状态和强度理论，组合变形，压杆稳定，疲劳强度，能量法和静不定结构分析等九章。本书对各章的基本概念、基本理论和基本方法，进行了系统简要的归纳总结，还选编了大量的典型例题。通过例题的分析讨论，阐述解题的方法与技巧。

为了便于自学，例题的分析和讨论都解释得比较详细。对做题中容易出错的问题也作了分析讨论。对有些典型例题还作了多种解法，帮助学员开阔思路，提高解题能力。为了满足有些学员和辅导教师深入学习的要求，本书还选编了一些难度较大、思考性较强和能灵活运用所学知识的综合性例题，企图帮助读者进一步提高分析问题和解决问题的能力。在每章后面，还编了一些练习题，供学员复习时选用，以加深和巩固所学的知识。本书后面编有自我检查题，学员可在学完相应部份后，作为自我测验用。

本书是结合中央电大所采用的教材《 材料力学教程 》而编写的，主要内容和学习要求也是以中央电大所制订的《 材料力学教学大钢 》为依据。

本书除供电大、职工业余大学、夜大、函授大学等学员和广大自学者使用外，也可供大学本科学员和辅导教师参考使用。

本书承北京航空学院材料力学教研室施振东付教授对全书进行了审校，提出了很多宝贵的修改意见；在编写过程中，曾得到《电大理工》有关同志的支持和帮助，特此致谢。

由于作者水平有限，加以编写时间短促，本书难免存在很多缺点和错误，希读者指正。

编　者

1985年2月于北京

目　　录

第四章 应力状态理论和强度理论

第五章 组合变形的强度计算

第六章 压杆稳定问题

材料力学自我检查题

第一章　杆件的轴向拉伸与压缩

本章讨论了杆件在轴向拉伸与压缩时的强度和刚度计算，并介绍了材料力学的许多基本概念、基本理论和分析方法。掌握好这些内容将为学好以后各章打下良好的基础。现将本章主要内容系统地归纳总结如下。

一、基本概念

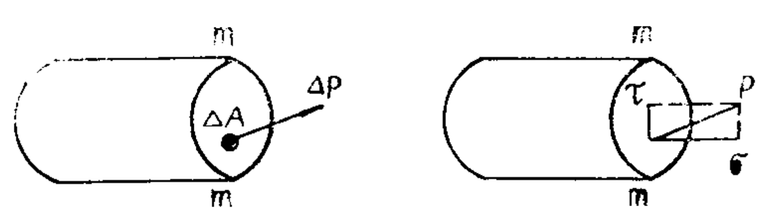
1．内力与应力

在外力作用下，构件内部相连两部分之间的相互作用力称为内力。根据连续性假设可知，内力是作用在所切截面上的连续分布力。截面上各点处内力的密集程度，用应力表示。

截面上一点处的应力，用p表示，见图 1—1 (a)，其定义为：

$$p = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta A}$$

即应力p为平均应力$\Delta P / \Delta A$的极限值。应力是一个矢量，其方向是$\Delta A \to 0$ 时ΔP的极限方向。



(a)　　　　(b)

图 1—1 一点处的应力

一点处的应力可以分解为两个分量：正应力σ，其方向垂直于截面；剪应力τ，其方向切于截面，见图1—1(b)。

2. 屈服极限与强度极限

屈服极限σ_s是材料屈服（应力几乎不变，变形却急剧增长）时的应力，而强度极限σ_b是材料所能承受的最大应力。

当应力达到强度极限σ_b时，将很快导致构件断裂；当应力达到屈服极限σ_s时，构件将出现显著的塑性变形。构件工作时发生断裂或显著的塑性变形一般都是不允许的，所以，σ_b和σ_s统称为材料的极限应力σ°。对塑性材料，通常取屈服极限σ_s作为极限应力；对脆性材料，则取强度极限σ_b作为极限应力。

3. 弹性变形与塑性变形

弹性变形是指卸载后可以消失的（即可恢复的）变形；塑性变形是指卸载后遗留的（即不可恢复的）变形。

在材料应力—应变曲线中，弹性阶段，即应力在弹性极限以下，只产生弹性变形；屈服阶段和强化阶段，则既有弹性变形又有塑性变形。

4. 正应变与延伸率

单位长度的变形称为正应变或线应变，常用ε表示。正应变是两个长度的比值，即$\varepsilon=\frac{\Delta l}{l}$，因此是一个无量纲量，它表示杆件变形的程度。

延伸率是试件断裂后，试验段的残余变形Δl_0与试验段原长l的比值，用δ表示，即

$$\delta=\frac{\Delta l_0}{l}\times 100\%$$

延伸率是衡量材料塑性变形程度的重要标志。通常将延伸率$\delta\geqslant 5\%$的材料称为塑性材料；$\delta<5\%$的材料称为脆性材料。

5. 纵向变形与横向变形

杆件沿轴线方向的变形称为纵向变形（或轴向变形）；垂直于轴线方向的变形称为横向变形。

在比例极限范围内，纵向变形Δl可由虎克定律计算：

$$\Delta l=\frac{Nl}{EA}$$

式中，EA称为拉（压）杆的截面抗拉（压）刚度。

实验表明：在比例极限范围内，横向应变ε'与纵向应变ε成正比，但符号相反，即

$$\varepsilon'=-\mu\varepsilon$$

式中，比例系数μ称为泊松比，是由实验测定的材料弹性常数之一。

二、基本理论和基本方法

1．截面法

截面法是计算内力的基本方法。利用截面法计算内力的具体步骤为：

切 在欲求内力的截面处，假想地将构件切为两部分；

代 移去一部分、保留一部分，并用内力代替移去部分对保留部分的作用；

平 建立保留部分的平衡方程，由已知外力计算内力。

利用截面法只能计算出内力合力的大小和方向。

2．拉（压）杆横截面上应力公式的建立

研究截面上的应力分布规律，仅仅利用平衡条件是不能解决的。考虑到杆件在外力作用下，不仅产生内力，同时还要产生变形，而且内力和变形之间总是相互关连的。所以，要从研究变形入手。

实验观察拉（压）杆的变形后，提出了平面假设。由平面假设得知，任意两横截面间所有假想纵向纤维的变形均相同。再根据材料均匀性假设，变形相同，则受力也应相同。可见，拉（压）杆横截面上各点处的应力大小相等，方向垂直于横截面，即横截面上只有正应力，且正应力是均匀分布的。最后由静力学关系 $N=\int \sigma dA=\sigma\cdot A$，得到正应力的计算公式：

$$\sigma=\frac{N}{A}$$

公式使用条件：

等直杆，外力（合力）作用线过横截面形心（沿杆件轴线）。至于横截面的几何形状，最大应力是否超过材料比例极限均不影响其使用。

平面假设和计算公式已被大量实践证实是正确的。

从上述拉（压）杆横截面上正应力公式建立的过程，可以归纳出以下两点：

①由实验作出假设，根据假设建立理论，最后由实验或实践验证理论，是一个从实践—理论—实践的完整认识过程。

②建立应力计算公式一般需要从几何、物理、静力学三方面进行综合分析。

3．拉（压）杆强度条件

在外力作用下，判断构件强度是否足够的依据称为强度条件。

根据拉（压）杆斜截面上应力分析结果，横截面上正应力取得最大值，故拉（压）杆强度条件的一般表达式为：

$$\sigma_{max}=\left(\frac{N}{A}\right)_{max}\leqslant[\sigma]$$

式中：$[\sigma]=\dfrac{\sigma^{\circ}}{n}$，称为许用应力。

根据强度条件可以解决强度校核、设计截面和确定许可载荷等三类强度问题。

4．位移计算

位移和变形是两个不同的概念。例如，桁架结构，在外

力作用下，各杆产生伸长或缩短变形。各杆变形后引起节点位置发生改变，节点位置的改变量称为位移。

为了计算位移，应根据小变形概念，采用切线代圆弧的办法，作出变形图；然后利用变形与位移之间的几何关系确定位移的大小。

5．静不定问题的解法

静不定问题的特点是有多余的约束，即未知力的数目比（有效）平衡方程数目多。因此，求解静不定问题时，除考虑平衡条件外，还必须考虑变形协调条件和物理关系，并由此建立补充方程。解题的关建在于建立补充方程。

三、解题的基本思路和分析方法

1．强度和刚度计算的基本思路

材料力学进行构件强度和刚度计算时，一般先进行外力分析和内力计算。然后分析应力，并利用强度条件解决构件的强度问题；或者计算变形，并利用刚度条件解决构件的刚度问题。对于静不定问题，则必须利用变形协调条件提供的补充方程才能算出内力（或外力），然后再进行强度和刚度计算。解题的基本思路如下表：

外力—内力—应力—强度计算—校核强度
设计截面
计算许用载荷

外力—内力—变形—刚度计算—校核强度
设计截面
计算许用载荷

变形—解静不定问题—内力

图1—2　构件强度和刚度计算基本思路图

2．许用载荷〔P〕的计算实例

例 如图1—3所示桁架。已知杆①的直径$d_1=30mm$，杆②的直径$d_2=20mm$，材料的许用应力〔σ〕=160MPa，试求此桁架的许用载荷〔P〕等于多少？

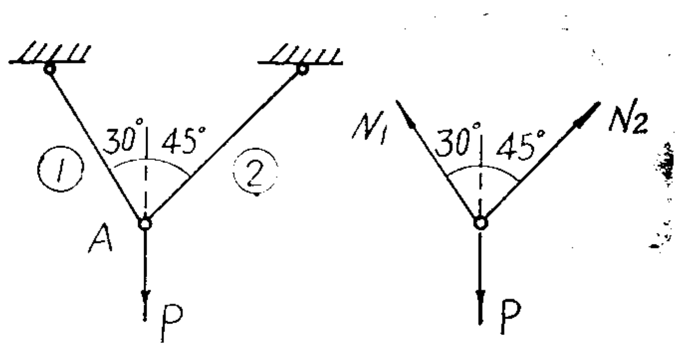


图 1—

解 题目分析：

这是求解静定桁架的许用载荷问题。先通过平衡条件建立各杆的轴力N_i与载荷P的关系；再由各杆的强度条件分别确定载荷P的允许值，选取这些允许值中的最小者，即为整个结构的许用载荷〔P〕。

具体计算步骤如下：

1）由平衡条件求各杆轴力Ni

$\Sigma X=0$，$N_2\sin45°-N_1\sin30°=0$

$\Sigma Y=0$，$N_1\cos30°+N_2\cos45°-P=0$

由此求得各杆的轴力分别为

$N_1=0.732P$，$N_2=0.518P$

2）由各杆强度条件确定P的允许值

杆1的强度条件为

$$\frac{N_1}{A_1} \leqslant [\sigma] \text{ 或 } \frac{0.732P}{A_1} \leqslant [\sigma]$$

由此得

$$P_1 \leqslant \frac{A_1 [\sigma]}{0.732} = 154.5\text{kN}。$$

杆2的强度条件为

$$\frac{N_2}{A_2} \leqslant [\sigma] \text{ 或 } \frac{0.518P}{A_2} \leqslant [\sigma]。$$

由此得

$$P_2 \leqslant \frac{A_2 [\sigma]}{0.518} = 97.1\text{kN}$$

我们应该选取两个允许P值中的最小者，作为整个结构的许用载荷（结构所允许承受的载荷）即为

$$[P] = P_2 = 97.1\text{kN}$$

讨论：

1）在确定许用载荷时，为何不能选取两个允许P值中的最大者？

答：如果选最大者，即 $[P] = P_1 = 154.5\text{kN}$，则由平衡条件求得杆2的轴力为

$$N_2 = 0.518P_1 = 79.8\text{kN} > A_2 [\sigma]$$

显然杆②承受的轴力已超其本身的许用轴力 $[N_2]$（$[N_2] = A_2 [\sigma] = 50.24\text{kN}$）。为了同时保证各杆的安全，只能选其最小者作为整个结构的许用载荷。

2）用各杆的许用轴力（即 $[N_i] = A_i [\sigma]$）在y方向的投影（图1－4）来计算许用载荷可以吗？

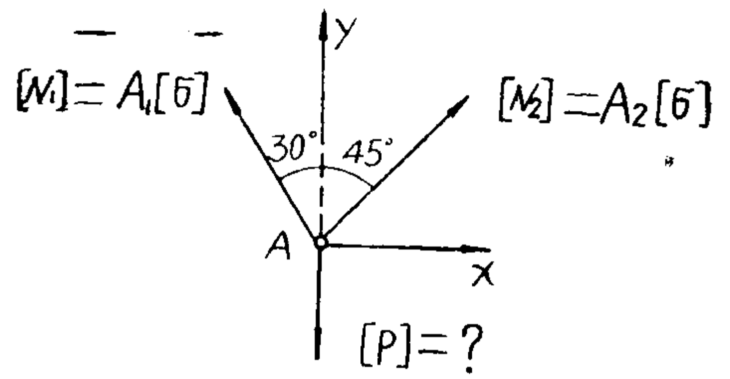


图 1—4

答：由节点A的平衡方程$\Sigma y=0$得，

$$[P]=[N_1]\cos30^\circ+[N_2]\cos45^\circ$$
$$=133.5kN$$

这样计算〔P〕，似乎强度条件和平衡条件都用到了，求得许用载荷〔P〕为133.5kN，而不是97.1kN。实际上，这样计算〔P〕是错误的。不妨再计算图4所示节点A的另一个平衡方程ΣX等于多少？

$$\Sigma X=[N_2]\sin45^\circ-[N_1]\sin30^\circ$$
$$=-21.03kN\neq0$$

可见，沿X方向的平衡条件不能满足。

这是因为杆①和杆②之间的夹角（30°+45°）确定后，轴力N_1和N_2之间的关系也就确定了

即：

$$N_1\sin30^\circ=N_2\sin45^\circ$$

当N_1-$[N_1]$时，N_2的值就应为

$$N_2=\frac{\sqrt{2}}{2}[N_1]=79.97kN\neq[N_2]$$