

物理学报专刊

---

关于原子核结构的  
一些最新发展与实验方法

A. 玻 尔

O. B. 尼 尔 逊

科学出版社

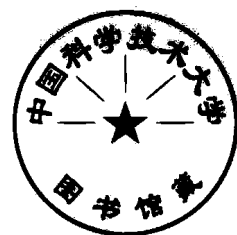
1-3.832  
76

物理学报专刊

# 关于原子核结构的 一些最新发展与实验方法

A. 玻 尔

O. B. 尼尔逊



科学出版社

1963

## 內 容 簡 介

1962年10月丹麦物理学家A. 玻尔教授和O. B. 尼尔逊副教授在北京作了有关原子核结构一些最新发展和实验方法的报告。物理学报编委会特组织人力进行整理翻译出版本专刊。玻尔教授的报告包括原子核能谱，原子核的转动与振动，原子核的对相互作用等理论研究并对各种核反应进行了分类。尼尔逊副教授的报告是介绍了有关核反应的最新实验方法。

本专刊是原子核结构方面最新成就的综述，可供有关科学研究工作者参考。

### 物理学报专刊 关于原子核结构的 一些最新发展与实验方法

A. 玻尔 著  
O. B. 尼尔逊

\*

科学出版社出版 (北京朝阳门大街117号)  
北京市书刊出版业营业登记证出字第061号

中国科学院印刷厂印刷 新华书店总经销

\*

1963年12月第一版 书号：2871 字数：32,000  
1963年12月第一次印刷 开本：787×109 1/16  
(京) 0001—3,700 印张：3 3/4

定价：0.55元

1962年10月，丹麦物理学家A. 玻尔教授和O. B. 尼尔逊副教授在北京作了有关原子核结构一些最新发展和实验方法的报告。这里将他们的报告发表出来。A. 玻尔教授所作的六个报告的译文是根据当时的记录整理的，文中的提要也是由校订人附加的。整理稿及提要都未经报告本人寓目，其中如有错误，当由整理人及校订人负责。O. B. 尼尔逊副教授的报告的译文是根据报告人回国后寄来的修订过的讲稿翻译出来的。

物理学报编委会

1963年9月

## 目 录

关于核结构理论的一些最新发展.....	A. 玻尔(1)
一、原子核能谱的定性解释.....	(1)
二、原子核转动.....	(9)
三、原子核的振动 I.....	(15)
四、原子核的振动 II.....	(20)
五、原子核的对相互作用.....	(28)
六、核反应的分类.....	(35)
关于放射性研究的实验方法的几个方面.....	O. B. 尼尔逊(40)
一、放射性的研究.....	(40)
二、符合 $\beta$ 射线谱学.....	(43)
三、电磁同位素分离器.....	(47)
四、核电子学的半导体化.....	(51)

06731

# 关于核结构理论的一些最新发展\*

A. 玻尔

## 提 要

一、原子核能谱的定性解释 介绍了原子核低激发能谱的一些特点,从对相互作用和排列耦合两种因素互相竞争这种观点分析了决定核谱趋势的物理机构。

二、原子核转动 简单地回顾了核转动的基本理论。从对称性推导出粒子表面耦合引起的高次效应对能量和电磁跃迁矩的贡献。这个理论的基本假设不超于绝热近似和某些对称性质。最后,讨论了理论的限制性。

三、原子核的振动(I) 借助于求和规则讨论了核振动与独立粒子运动的关系。提出了一个基于粒子运动的核振动简化理论,其中核子的平均密度和核的平均场是同位相地一齐涨落的。这个理论的本质和一般基于任意位相近似的理论,或近似二次量子化方法等等是一样的。最后,同样讨论了理论的限制性。

四、原子核的振动(II) 基于(I)中提出的理论,系统地讨论了关于核振动的实验证据。理论和实验得到了定性,有时是定量的一致。

五、原子核的对相互作用 介绍了用准粒子方法描述对相互作用的一些基本概念,讨论了一系列对于对相互作用敏感的实验现象。

六、核反应的分类 根据研究核性质方面的不同,将核反应作了分类。它们是(1)关于单粒子运动的研究;(2)关于核场的研究;(3)关于对关联的研究等等。

## 一、原子核能谱的定性解释

近几年来,积累了有关核能谱的大量材料,并且这些积累的材料正日益增加。在这些材料的基础上,我们已经了解了许多关于原子核结构的细节知识。

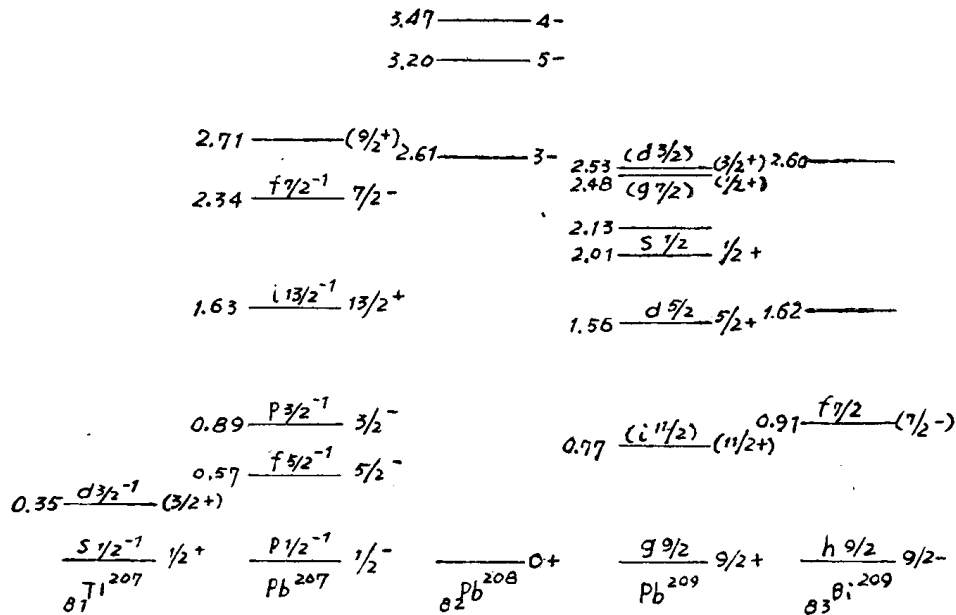
在我的一系列演讲中,将讨论原子核结构理论的近代发展,指出我们的实验知识已走了多远、介绍理论的定性描述和物理图象。指出哪些问题已经解决和哪些问题尚待解决。

在第一个报告中,将概观核谱的情况,分析决定核谱趋势的重要物理机构。在以后的报告中再谈定量的细节。

分析核结构的出发点是独立粒子运动,正与电子在原子中的情况类似。关于原子核壳模型的可靠性,可以由核子与核的散射来验证,也可以由关于满壳层的一系列现象来验证。众所周知,由中子和质子所构成的双满壳层的原子核是很稳定的,没有很低的激发能级。而当满壳外增加(或减少)一个核子时,就得到在平均场中运动的单粒子轨道。由图 1.1 可以看到:  ${}_{82}\text{Pb}^{208}$  是双满壳核,在 2.6 Mev 能量以下没有激发能级;  $\text{Pb}^{209}$  及  $\text{Bi}^{209}$  在满壳外都多了一个核子,  $\text{Tl}^{207}$  及  $\text{Pb}^{207}$  则都有一个空穴,它们的能谱上出现了一系列低于 2.61

\* 1963 年 2 月 4 日收到——物理学报编委会。

Mev 的激发能级, 这些都可以被认为是单粒子在平均场中的状态。但是, 如果更详尽地研究这些能级的电四极矩、磁矩及跃迁几率, 则发现, 理论计算值与实验结果有较显著的偏离。可见满壳层的结构不是十分牢固的。如果考虑到满壳外的粒子或空穴会引起整个满壳“核实”的极化, 则对电四极矩等必将产生影响。上述的这些是较特殊的原子核, 而大多数的原子核在满壳层外都有更多的核子。



注: 在以下的图中, 宇称符号或标于自旋的右上角, 或标于右方。

图 1.1

对于满壳外有更多核子的原子核, 在零级近似下, 即不考虑这些核子间的相互作用时, 就会有很大的退化度。虽然, 在中心自洽场中已包含了核子与核子间的相互作用的一部分, 但尚有剩余相互作用, 它对核子的运动有相当重要的影响。

对于满壳外粒子数较多的体系, 如果我们采用量子力学的方法, 直接解答有剩余相互作用项的薛丁格方程的话, 就会变成一个极复杂的问题, 而实际上从核谱的一般实验事实看来, 却存在着较简单的规律性, 这说明核内核子的运动方式不应该是太复杂的, 只可能由某几种简单类型的关联所确定。

下面我们来看看几类能谱的主要特点:

图 1.2 是  $A$  从 130 到 210 的偶偶核能谱。右端是接近双满壳的, 左端接近中子满壳, 中部是远离满壳的。由图可见, 在低能区内, 能级密度很低, 而且越靠近两头越稀疏。而若用略去剩余相互作用的单粒子模型理论估计, 则在 1 Mev 以下应该有几百条能级。再看它们的基态和低激发态, 性质都很单纯: 基态的总自旋和宇称都等于  $0^+$ , 而第一激发态的总自旋和宇称均为  $2^+$ 。

低激发态和基态的关系很密切, 这可由能谱形式, 特别是  $0^+ \rightarrow 2^+$  的跃迁几率看出。图 1.3 表示出上述这些偶偶核的  $E_2$  跃迁几率  $B(E_2)$  都比单粒子跃迁几率  $B_{sp}$  强, 尤其是满壳外粒子数较多的核, 有的甚至增强到一二百倍。因此, 可以设想, 偶偶核的低激发态一定是许多核子集体运动的结果。

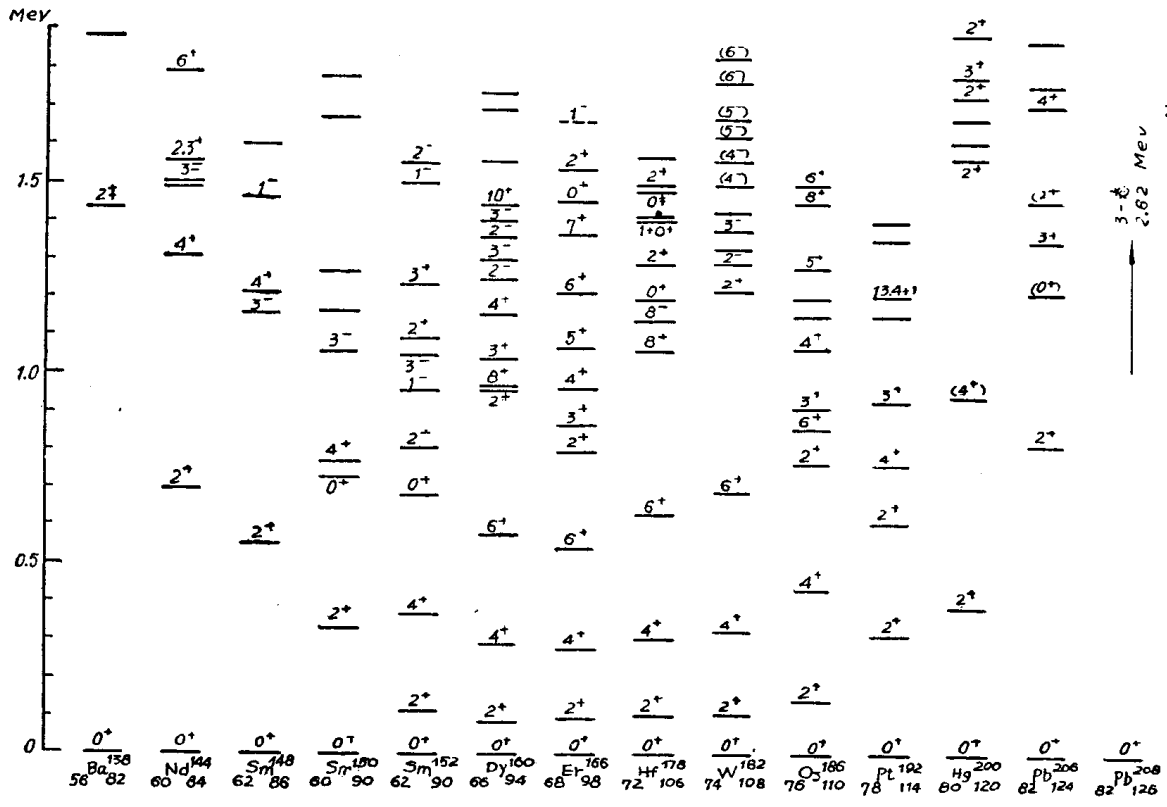


图 1.2

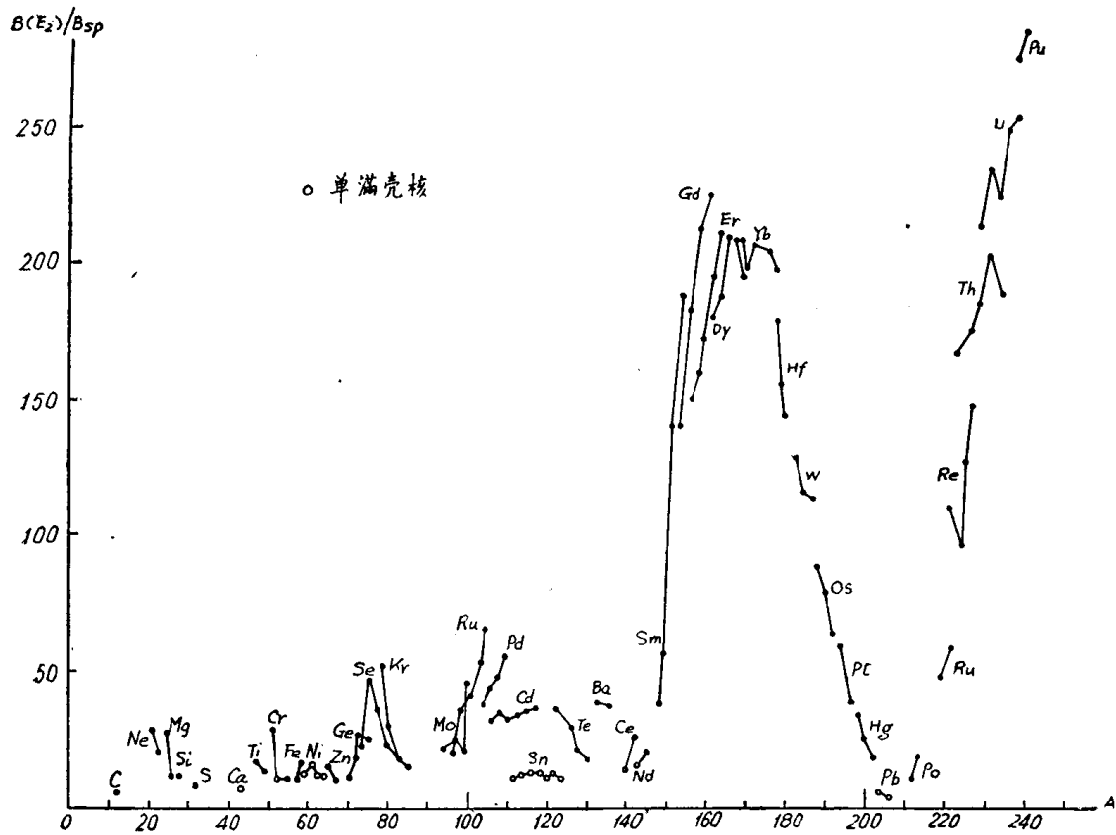


图 1.3



图 1.4 是五个相邻偶偶、奇偶及奇奇原子核的能谱，不管相差的是中子还是质子，奇奇核及奇偶核的能谱总比偶偶核的复杂，偶偶核的第一激发态总比前两类的高。这和偶奇质量差是有联系的。人们早已知道，奇  $A$  核的质量比相邻的偶  $A$  核的质量大  $2\Delta$ ，即

$$\Delta = 12A^{-\frac{1}{2}} \text{ Mev.}$$

综合上述实验事实，可得如下的结论：

偶偶核具有奇奇核及奇  $A$  核所没有的特殊稳定性，说明核子在核内是两两成对的。

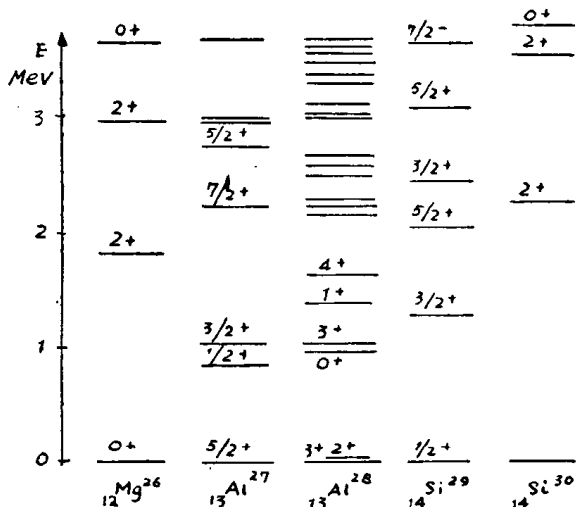


图 1.4

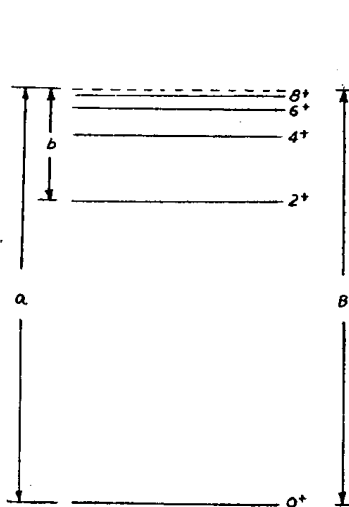


图 1.5

偶偶核基态总角动量总是零，说明成对粒子的合成角动量一定是零。这一点也可以通过核子间的相互作用来理解。设两个粒子都处在角动量为  $j$  的单粒子轨道上，并且核子间的相互作用力程比它们的波长短的话，考虑了泡里原理，可以算出形状如图 1.5 的能谱。其基态能级的位置很低 ( $a/b = 4$ )，并且  $J = 0$ 。可见当  $J = 0$  时，两个粒子最有效地相互吸引着。这也可以从经典的图象来理解：两个合成角动量为零的粒子，正好是一个向左转，一个向右转(图 1.6)，所以它们的运动轨道重叠得很好。但是，这种经典图象并没有反映出最主要的本质，因为那是一种量子力学效应。

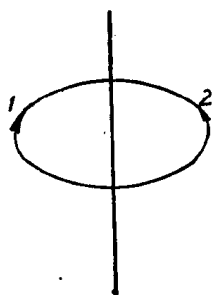


图 1.6

从量子力学知道，上述合成  $J = 0$  的两个粒子的波函数应该是

$$\psi(j^2, J = 0) = \sum_m (2j + 1)^{-\frac{1}{2}} (-1)^{j-m} \varphi_{jm}(1) \varphi_{j-m}(2).$$

在这种状态的相互作用矩阵元中，不难看出，非对角线各项的相加(相干)起着决定性的作用。正是由于相干效应对于  $J = 0$  的态特别有效(这种量子效应对原子核是特别有用的)，因此，这个态的能级特别低，说明这两个粒子结合得特别牢固。

当粒子数增多时，波函数应反对称化成

$$\Psi = \mathcal{A} \varphi_0(12) \varphi_0(34) \cdots \varphi_0(N-1, N).$$

由于反对称化算符  $\mathcal{A}$  的存在，要直接利用这个波函数来求矩阵元是很麻烦的，我们以后将介绍一种最近发展起来的新技巧，也就是超导性理论中所常用的方法。这里只作简单的定性讨论，所以不多讲这种方法。

显然,存在着下面三种类型:

- ① 偶偶核基态的粒子两两配成对;
- ② 奇  $A$  核基态有一个粒子不配成对;
- ③ 奇奇核基态有两个粒子不配成对.

从这个“配对”的概念出发,不难算出奇偶质量差  $B = 2\Delta$ .

现在,再回过头来讨论集体激发,集体激发说明另一种关联的存在. 实验上的  $E2$  跃迁几率比单粒子模型的计算值大很多,说明核内电荷分布与球形有一较大的偏离. 关于核子间这种类型的关联,可以用另一种和上述的配对耦合不同的图象来描述,我们称之为排列耦合.

下面谈一谈引起核形变的因素,其图象如图 1.7. 其中(a)对应于满壳核,呈球形. 当满壳外增加一些粒子时,变成由(b)所示的扁椭球,壳外粒子集中在赤道平面附近. 随着

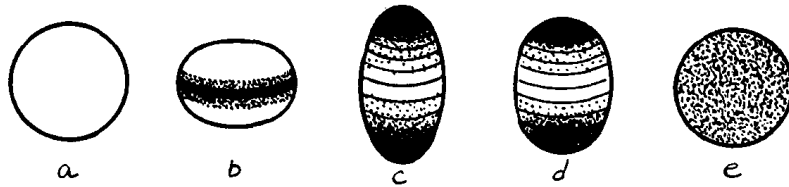


图 1.7

壳外粒子的增加,原子核逐渐变成(c)所示的长椭球,这时,壳外粒子分布在椭球的两端. 当壳外粒子填充到接近另外一个大壳层时(即所谓空穴状态),椭球的长径缩短[如(d)],最后到达另一大壳,核又恢复球形[如(e)]. 产生这种变形的因素,是由于壳外的粒子(或空穴)依次排列在赤道平面上之故. 当然,泡里不相容原理对于粒子的排列会有一些的限制,壳外第一个核子处在赤道平面上,第二个核子就偏开一些. 所以,只有长程吸力才能使排列起来的每对核子之间都有相互作用. 核力的长程部分是引起原子核变形的重要因素. 当然,由于泡里原理的作用,到达另一满壳时,又恢复成球形.

图 1.8 是聶尔逊曲线.  $\delta = 0$  对应于球对称的情形,单粒子能级退化得很凶(不同的  $m$  态退化).  $\delta \neq 0$  对应于变形核,退化大部分消除(仅有  $\pm m$  两度退化),能级位置有些升降,与原子中的斯塔克效应相似. 例如有四个壳外粒子,它们的基态应按图 1.9 的情形填充,这说明粒子轨道尽可能靠近地排列着,形成我们所谓的排列耦合. 其基态波函数应为

$$\psi = \mathcal{A} \varphi_1(1) \varphi_2(2) \varphi_3(3) \varphi_4(4).$$

综上所述,得到两种不同的耦合图象,一个是短程力所引起的配对耦合,另一个

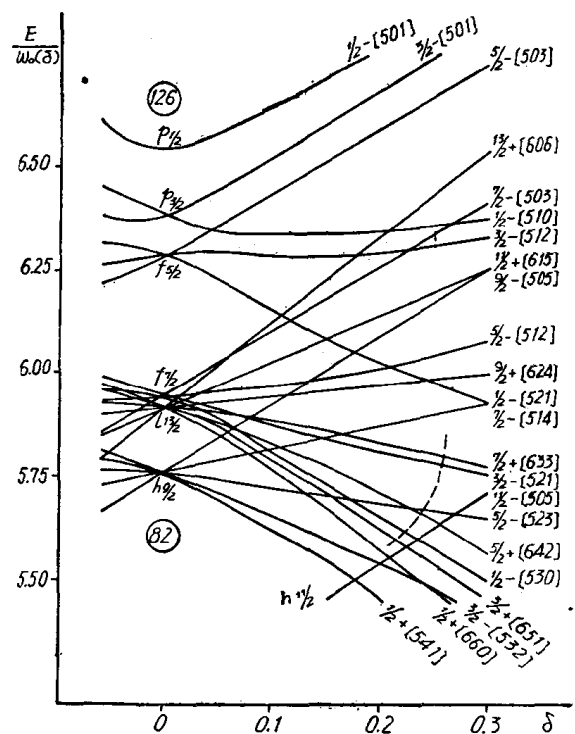


图 1.8

是由长程力所引起的变形平均场,即排列耦合。每一对的角动量  $J = 0$  是球对称的,它破坏了形变。而排列起来的核子却是在变形场中独立地运动,这样也破坏了对的存在。对的波函数是对各种  $m$  态求平均的,而变形波函数的  $m$  是固定的。由此可见,这两种耦合迥然不同,在核内相互竞争着,这种竞争是决定原子核低激发能谱的关键。

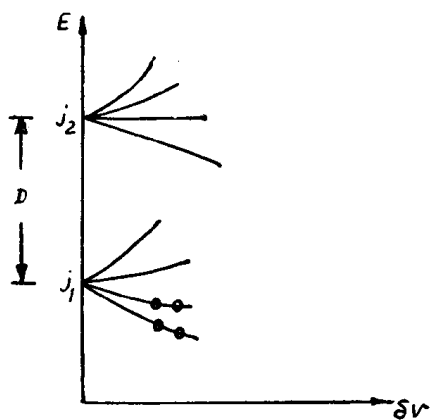


图 1.9

可以求出:

(a) 当  $n = 2, r_0 \ll R$  时,  $E_{\text{配对}} > E_{\text{排列}}$ .

$r_0$  为力程,  $R$  为核半径。

(b) 当  $n = \frac{Q}{2}$  时 ( $Q$  是对应于某一壳的总态数,  $n = \frac{Q}{2}$  代表半满壳),  $E_{\text{排列}} > E_{\text{配对}}$ 。

理由是:  $n = \frac{Q}{2}$  时,  $Q$  也就正比于粒子数,而壳外粒子数  $n$  与整个原子核的核子数  $A$  之比,正好反应了原子核变形的程度。因此,变形核(椭球)的偏心率  $\delta$  应正比于  $Q/A$ ,即

$$\delta \sim \frac{Q}{A}.$$

设  $U_0$  是原子核的位阱深度,则每一条单粒子能级的平均间隔应为  $U_0/A$ ,现在有  $Q$  条能级因退化而集中在一块儿,故每一个壳的间隔  $D$  (见图 1.9) 应为

$$D \sim \frac{Q}{A} U_0 \sim \delta U_0.$$

因此,  $n$  个能级的总排列能量为

$$E_{\text{排列}} \sim n \cdot U_0 \frac{Q}{A} \sim nD,$$

而从配对耦合的角度来看,  $n$  个粒子的配对总能量为

$$E_{\text{配对}} = nB \quad (2B \text{ 为一对粒子的结合能}).$$

一般有  $D > B$ , 否则,对能将超过壳之间的距离,壳效应将不存在。所以

$$E_{\text{排列}} > E_{\text{配对}}.$$

这说明当粒子数接近半满壳时,排列耦合为主要因素,这时,原子核有较大的形变。粒子(或空穴)数较少时,则以“配对”为主,前已述及,这时原子核呈球形。这个规律可以定性地用图 1.10 来说明,对应于  $n < Q$  的情况,能量  $E$  随变形  $\delta$  的增大而增大,故核

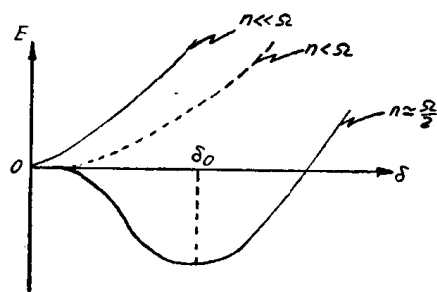


图 1.10

无稳定形变；当  $n \approx \frac{Q}{2}$  时，在  $\delta = \delta_0$  处， $E$  达极小值，即原子核有一较显著的稳定形变。这是一种较粗糙的描述，实际上两种因素的竞争是非常微妙的。并且，即使在球形核中，变形平均场的效应也是非常重要的（例如下面将述及的振动），而在非球形核中，对效应仍有很重要的影响（例如减少转动惯量）。

从实验上看， $n$  大时偶偶核能谱有转动带的特征，这标志着存在核形变。从理论上可以算出轴对称变形核的转动能量为

$$E_{\text{转}} = \frac{\hbar^2}{2g} I(I+1).$$

上式与实验很符合，并与分子转动光谱十分相似。

$n$  小，对关联占主导地位，核呈稳定球形。这里，排列耦合的作用在于使核表面硬度软化，从而易于产生表面振荡，振荡频率逐渐随  $n$  增大而变低。假如振荡是简谐的，便可得到等间隔的振荡谱，如图 1.11。看来，这种假设与实验不完全符合。

回头看图 1.2，各个核的第一激发能级 ( $2^+$ ) 随  $A$  的增大而下降，然后又随之而上升，说明中间部分的原子核 ( $A = 150-190$ ) 形变甚剧，果然出现由  $I(I+1)$  所表征的转动带。图 1.2 两侧 ( $A=140-150$  及  $A=190-200$ ) 可能存在着振荡。但是，要检验简谐振动的假设是否正确，尚须研究更高的激发态，该图的数据还不够充分。

再看图 1.12，图上是  $A = 40-130$  区域内的核能谱。左边，中子质子皆处满壳，随后有中子满壳，再后是质子满壳，右边又是中子满壳。虽然图形较复杂，随  $n, p$  数的变化较剧烈，但是还可以看出一些简单的规律。如  $\text{Pd}^{106}$ ， $\text{Te}^{124}$  及  $\text{Se}^{76}$  都有两个声子振动的能级

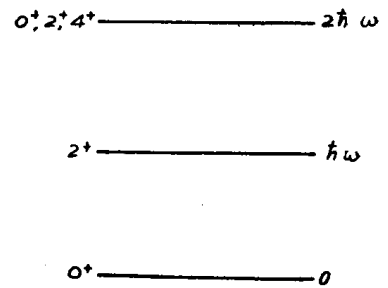


图 1.11

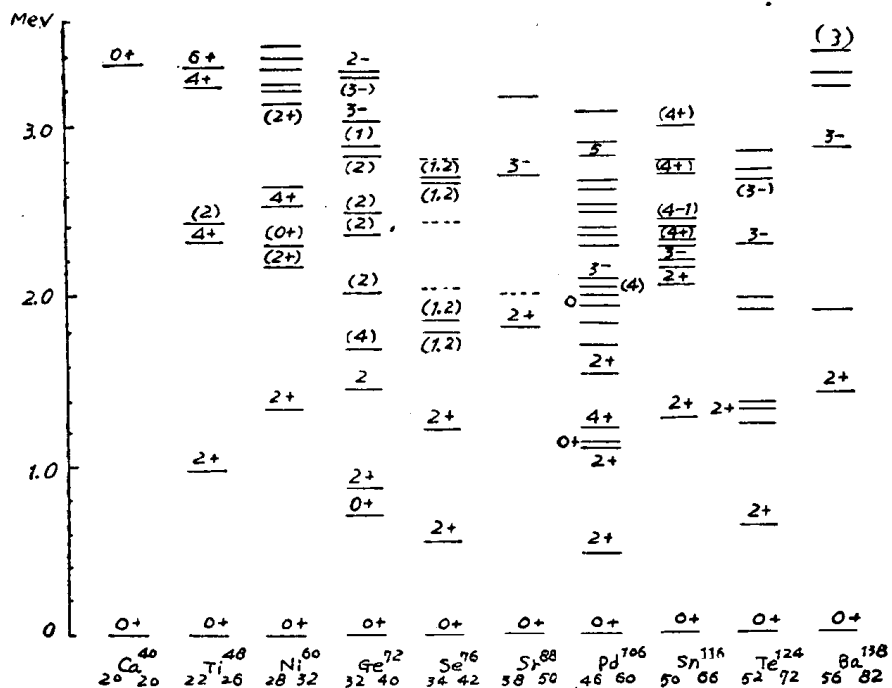


图 1.12

( $0^+$ ,  $2^+$ ,  $4^+$ ), 平衡点是球形.  ${}_{50}\text{Sn}^{116}$  的第一激发态( $2^+$ )较高, 表明球形较稳定.  $\text{Pd}^{106}$  的第一个  $2^+$  态较低, 上头还有三条 ( $2^+$ ,  $0^+$ ,  $4^+$ ) 能级, 正对应于理论上所预言的两个声子振动.  $\text{Te}^{124}$  的第一条  $2^+$  上头, 又出现一条  $2^+$ , 旁边还有两条实验上尚未详细测定的能级, 我想, 将来一定会定出它们是  $0^+$  及  $4^+$ . 最近实验上又发现在  $\text{Se}^{78}$  的第二条  $2^+$  旁边又出现两条  $0^+$  及  $4^+$  能级. 这一切, 都支持简谐振动的假设.

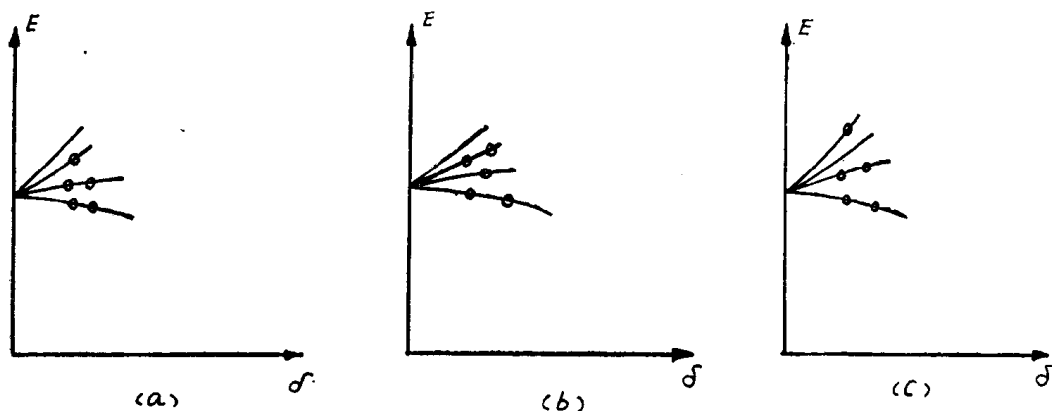


图 1.13

上面都是关于偶偶核的, 下面再看看奇  $A$  核. 奇  $A$  核的最后一个核子, 对于变形核也是排列耦合的, 它处在费米表面附近的一条轨道上. 对应于图 1.13 所示的每一种填充情

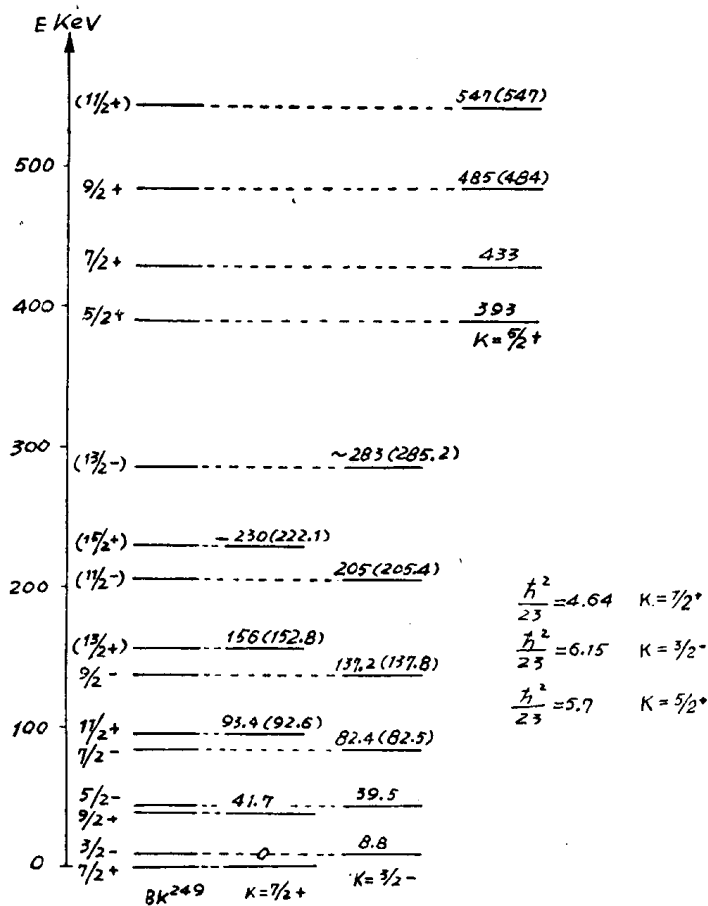


图 1.14

况，都可以得到一系列的轴对称转动谱。

令  $K$  为总角动量  $I$  在对称轴上的投影量子数，则有如下的规则：

偶偶核： $K = 0, I = 0, 2, 4 \dots$ ，

奇  $A$  核： $K = Q, I = Q, Q + 1, Q + 2, \dots$ ，

$Q$  是最后一个奇核子在对称轴上的角动量分量。

以  ${}_{97}\text{Bk}^{249}$  为例(见图 1.14)。按图 1.8, Bk 的第 97 个质子可以填在  $\frac{3^-}{2}$  或  $\frac{7^+}{2}$  能级上，

因此，在能谱中应该出现两条挨得很近的能级  $\left(\frac{3^-}{2}, \frac{7^+}{2}\right)$ 。更高的单粒子态应为  $\frac{7^-}{2}, \frac{5^-}{2}$ ，

$\frac{5^+}{2}$ 。事实上，可以将 Bk 的能谱分成三个转动带： $K = \frac{7^+}{2}, K = \frac{3^-}{2}$  及  $K = \frac{5^+}{2}$ 。图 1.14

中括弧内的数字是理论值，与实验符合得很好。

如果原子核是球形的，则奇  $A$  核应该有許多低激发态，它们都是由最末那个粒子的状态

$$\Psi_{im} = \mathcal{A}(\varphi_{im}(1)\varphi_0(23)\dots)$$

所决定的。这个状态与一般的单粒子态有許多共同点，但不完全相同，可以称之为准粒子态。这个以后再详谈。

总结一下，原子核存在着两类基本的典型激发，利用这两类简单的自由度就可以定性地理解原子核的低激发能谱。

①集体激发，可分为转动和振动两种，它们都是玻色子。

②单粒子(准粒子)激发，它们是费米子。也许可以称这些为原子核世界的“基本粒子”。

以下，我们将分别详细地讨论转动、振动及对相互作用诸问题。

(陈生忠整理，于敏校订)

## 二、原子核转动

我们知道，很多原子核能级都具有转动能带的特征。这些核在满壳层外有很多核子，排列起来发生变形，其数目约占所有原子核的 1/3。关于原子核的转动已积累了很丰富的实验材料，这对于理论是一个很好的检验。目前理论的发展已超出一级近似阶段。下面我预备介绍一下我和 B. Mottelson 博士关于高级近似的工作。

发生转动的机构是原子核有变形，而且转动很慢，可以引用绝热近似的概念，把转动和内部运动近似地分开来。此时原子核哈密顿量可表成

$$H = H_{\text{int.}} + H_{\text{rot.}} + H_{\text{couple}}, \quad (1)$$

其中  $H_{\text{couple}}$  表示转动和内部运动的耦合，在绝热近似成立下是一个小量。在一级近似下，原子核波函数可以写成

$$\psi = \varphi_{\text{int.}}\Phi_{\text{rot.}}, \quad (2)$$

其中  $\varphi_{\text{int.}}$  描述核子在主体坐标系中的运动。 $\Phi_{\text{rot.}}(\theta)$  描述原子核转动， $\theta$  是表示原子核在空间取向的角度。在讨论  $\Phi_{\text{rot.}}$  形式时，对称性是很重要的。一体系的对称性对于它的转动运动所起的影响在经典力学中是已知的。在量子力学中其影响还要更深刻些。

关于原子核转动，我们假定有下列两种对称性：

### (1) 轴对称性

大变形核都具有轴对称性, 此时角动量沿对称轴的分量是守恒量,  $I_3 = K$  是好量子数(以后我们用 1, 2, 3 轴表示原子核本体坐标系的三个轴, 第 3 轴表示对称轴, 见图 2.1).

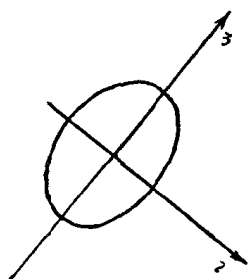


图 2.1

量子力学中一轴对称体系绕其对称轴的转动是没有意义的, 正如球对称体系的转动没有意义一样(例如原子和球形原子核). 因此, 如果内部运动角动量在对称轴上投影是  $K$ , 则整个原子核角动量在对称轴上的投影就是  $K$ , 即

$$(I_3)_{\text{rot.}} = (I_3)_{\text{int.}} \quad (3)$$

### (2) 反射对称性

由此, 宇称

$$\Pi = \Pi_{\text{int.}} \Pi_{\text{rot.}} \quad (4)$$

是好量子数. 如把上述两种对称性结合起来, 则体系对于绕垂直于对称轴的轴(例如第 2 轴)转  $180^\circ$  具有对称性, 以  $R_2$  表示绕第 2 轴转  $180^\circ$ , 则有

$$(R_2)_{\text{rot.}} = (R_2)_{\text{int.}} \quad (5)$$

下面利用这两种对称性来写出转动波函数. 首先考虑  $K = 0$  情况. 此时原子核波函数为

$$\Psi_{IM} = \varphi_{K=0} Y_{IM}, \quad (6)$$

其中内部态  $\varphi_{K=0}$  对于  $K$  无简并, 所以

$$R_2 \varphi_{K=0} = r \varphi_{K=0}, \quad (7)$$

$r$  是好量子数 ( $r = \pm 1$ ). 转动波函数一般用  $D_{MK}^I(\theta_i)$  描述, 当  $K = 0$  时, 即相当于球谐函数  $Y_{IM}(\theta, \varphi)$ , 而

$$R_2 Y_{IM}(\theta, \varphi) = (-1)^I Y_{IM}(\theta, \varphi). \quad (8)$$

由条件(5)可得出

$$r = (-1)^I, \quad (9)$$

所以

$$\left. \begin{aligned} I = 0, 2, 4, \dots, r = +1 \quad (\text{偶偶核基带}), \\ I = 1, 3, 5, \dots, r = -1. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

其次考虑  $K \neq 0$  的情况. 此时内部态  $\varphi_K$  和  $\varphi_{-K}$  是两重简并的.  $\varphi_{-K}$  是  $\varphi_K$  的时间反演态. 选择恰当的相角因子, 可以使

$$R_2 \varphi_K = \varphi_{-K}. \quad (11)$$

另外  $R_2^{-1}$  作用于转动的波函数为

$$R_2^{-1} D_{MK}^I(\theta_i) = e^{-i\pi I_2} D_{MK}^I(\theta_i) = (-1)^{I+K} D_{M,-K}^I(\theta_i).$$

在考虑前述对称性后, 原子核波函数应表为

$$\Psi_{IMK} = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}} \{ \varphi_K D_{MK}^I + (-1)^{I+K} \varphi_{-K} D_{M,-K}^I \} \quad (12)$$

$$I = K, K+1, K+2, \dots,$$

$$K > 0.$$

以上是轉动的运动学問題。标志轉动带的量子数有  $K, \Pi, (r)$ , 其中  $r$  是  $K = 0$  时的量子数。在相同的  $K, \Pi, (r)$  之下, 不同自旋  $I$  的能級构成一轉动带, 它們之間有密切关系。理論家的工作就在于指出它們之間的各种矩陣元和  $I, K$  的关系。

首先考虑同一轉动带內的  $E2$  跃迁。  $E2$  算符是

$$M(E2, \mu) = \sum_p e r_p^2 Y_{2\mu}(p), \quad (13)$$

$\sum_p$  指对所有质子求和。  $M(E2, \mu)$  是在固定空間坐标系写出的。在計算时需要先求出本体坐标系中的表示式  $M'(E2, \nu)$ :

$$M(E2, \mu) = \sum_\nu M'(E2, \nu) D_{\nu\mu}^2(\theta_i). \quad (14)$$

利用电荷分布的軸对称性, 可知

$$M'(E2, \nu) = \sqrt{\frac{5}{16\pi}} Q_0 \delta_{\nu,0}, \quad (15)$$

其中  $Q_0$  即通常的电四极矩算符。再利用  $D$  函数的簡單性質及前面的波函数, 可求出  $E2$  約化跃迁几率

$$B(E2, I_1 K \rightarrow I_2 K) = \frac{5}{16\pi} Q_0^2 \langle I_1 K 2 0 | I_2 K \rangle^2. \quad (16)$$

后一因子是 Clebsch-Gordan 系数。跃迁几率只和一参数  $Q_0$  有关。我們可以比較同一带中各能級之間跃迁强度分支比, 如图 2.2。在图 2.3 中給出了庫仑激发强度分支比。图中

$$\frac{B(E2)_2}{B(E2)_1} = \frac{B(E2, K, K \rightarrow K+2, K)}{B(E2, K, K \rightarrow K+1, K)}.$$

例如  $\text{Ho}^{165}$  的基带  $K = 7/2$ ,

$$\frac{B(E2)_2}{B(E2)_1} = \frac{\langle \frac{7}{2} \frac{7}{2} 2 0 | \frac{11}{2}, \frac{7}{2} \rangle^2}{\langle \frac{7}{2} \frac{7}{2} 2 0 | \frac{9}{2}, \frac{7}{2} \rangle^2} = 0.257.$$

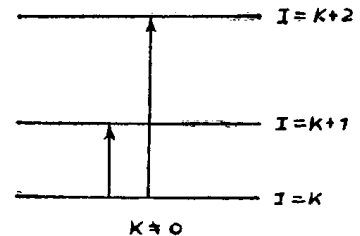


图 2.2

由图 2.3 可以看出很多原子核的實驗結果和理論很符合, 偏差只有百分之几。图中  $K = 5/2$  的情况, 理論和實驗似乎有系統的偏差, 但由于實驗数据的精确度还没有那样高, 不能認為一定是理論上的問題。

同样在  $\alpha$ -,  $\beta$ -,  $\gamma$ - 跃迁和  $(\alpha, p)$  反应中, 只要涉及同一带的各能級間的跃迁, 它們的强度分支比均有类似的关系式。

另外我們还可以用實驗所得  $B(E2)$  来計算  $Q_0$ , 从而計算表征原子核变形的偏心率  $\delta$  (見图 2.4)。

其次考虑轉动带各能級  $E(I)$  的关系。  $E = E_K + E_I$ , 对于同一个带  $E_K$  是常数。在絕热近似下, 即原子核轉动很

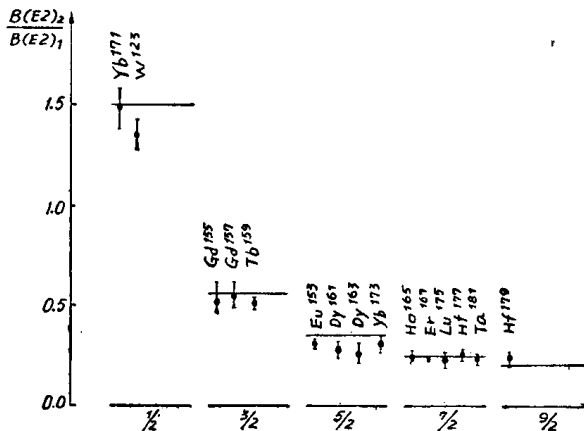


图 2.3



慢,  $E$  可以按角动量  $I$  的方次展开. 因为  $I_3 = K$  (常数), 只須用  $I_1$  和  $I_2$  的方次展开, 由于  $E$  是一标量, 它不能含有  $I_1$  和  $I_2$  的一次項, 更由于軸对称性, 到  $I$  的二次方为止应有

$$E(I_1, I_2, (I_3)) \approx A(I_1^2 + I_2^2) = \frac{\hbar^2}{2J} I(I+1) + E_K. \quad (17)$$

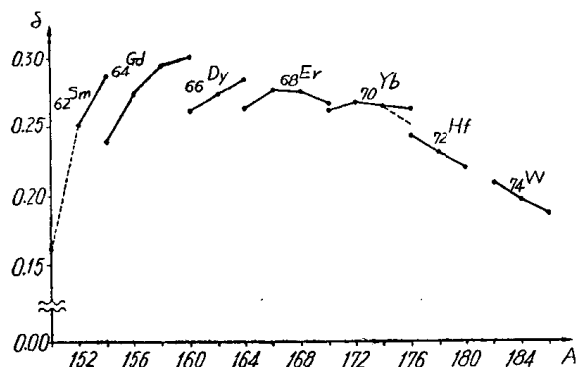


图 2.4

$J$  为有效轉动慣量. 应该強調这种能量表示中已包含了部分  $H_{\text{couple}}$  的影响. 因为  $H_{\text{couple}} \propto I$ , 如用微扰論处理, 在高级近似中会出现  $I(I+1)$  項, 可以納入有效轉动慣量之中. 当然在考虑  $H_{\text{couple}}$  后波函数应表成  $\Psi_{IMK}$  的迭加, 但这样作很不方便, 我們可以形式上引进正则变换来逐步消去  $H_{\text{couple}}$ , 把算符变成重整化算符或有效算符, 而波函数让它保持原来形式.

下面举例說明公式(17)和实验符合的程度. 图 2.5 中圓括弧内数字是根据(17)式的計算值, 可見和实验值符合得不錯. 但理論和实验的偏差肯定是存在的, 必須加以改进. 下面我們来討論高級近似.

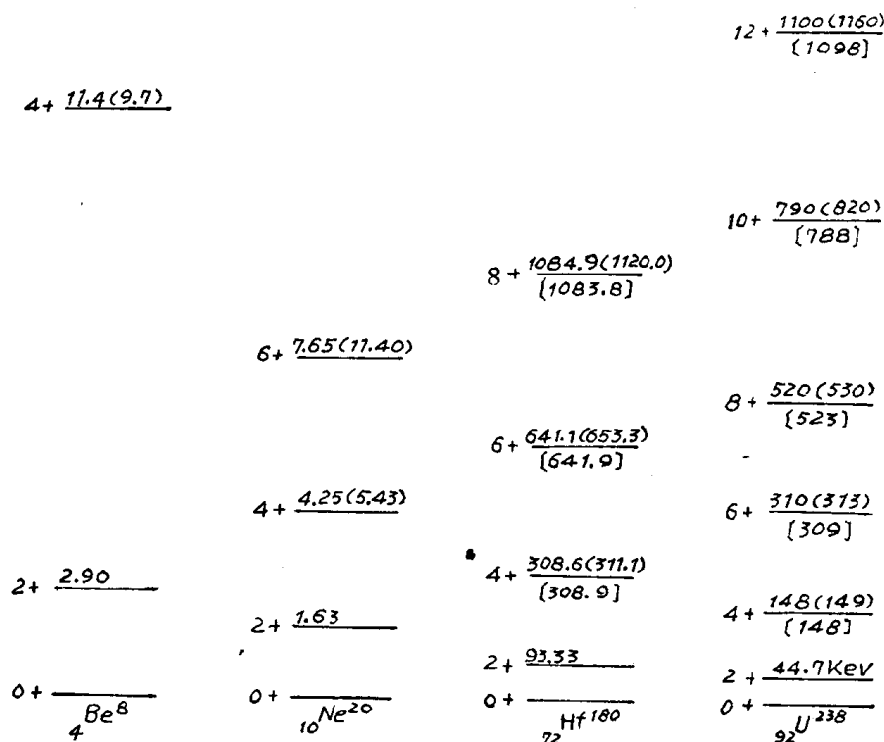


图 2.5

当  $K = 0$  时, 应用軸对称这个条件, 可以得到能量一定是  $I_1^2 + I_2^2$  的函数:

$$E(I_1^2 + I_2^2) = AI(I+1) + BI^2(I+1)^2 + CI^3(I+1)^3 + \dots \quad (18)$$

由  $U^{238}$  的能級图(图 2.5)可以看出, 当考虑  $B$  項后理論与实验符合得更好, 誤差約为千分之几.