

• 高等学校教材 •

信号、系统 与自动控制原理

罗抟翼 程桂芬 编著



机械工业出版社
China Machine Press

本书是大专院校工科各专业（含自动化专业）“（确定性）信号与系统”和“自动控制原理”这两门课的教材；是按统一的观点，把这两门课程的基本内容加以综合精炼而成；最后一章是信号处理的前沿之一——多维信号系统的基础内容（含连续和离散）。本书内容为：连续系统的时域分析，控制系统的时域分析（含根轨迹），连续系统的频域分析（含模拟滤波器），控制系统的频域分析与校正，离散序列的频域分析（含序列的频谱和 DFT），离散系统分析（含数字滤波器），状态空间分析，李亚普诺夫稳定性理论，非线性系统理论，二维信号系统。各章附有习题。参考学时 80~140。

本书读者主要是大专院校工科各专业（包括自动化、电气工程及其自动化、计算机科学与技术、电子信息工程、测控技术与仪器、通信工程、机械工程及自动化等）的大学生。也可供各专业工程技术人员阅读。

图书在版编目（CIP）数据

信号、系统与自动控制原理/罗传翼，程桂芬编著。—北京：机械工业出版社，2000.8

高等学校教材

ISBN 7-111-07917-5

I . 信... II . ①罗... ②程... III . ①信号与系统 - 高等学校 - 教材 ②自动控制 - 高等学校 - 教材 IV . TN911 ②TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2000）第 60599 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

责任编辑：贡克勤 版式设计：张世琴 责任校对：韩 晶

封面设计：方 芬 责任印制：郭景龙

第二外国语学院印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

2000 年 10 月第 1 版·第 1 次印刷

787mm×1092mm $\frac{1}{16}$ ·18.75 印张·463 千字

0 001—5 000 册

定价：24.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

本社购书热线电话（010）68993821、68326677—2527

前　　言

本书是大专院校工科各专业（包括自动化专业）“确定性信号与系统”、“自动控制原理”课的教材，内容包括“确定性信号与系统”、“自动控制原理”的主要内容，是作者在自动化专业多年授课讲义和科研的基础上，把这两门课程的内容按统一的观点加以综合、精炼而成的。读者主要是大专院校工科各专业（包括自动化专业）的大学生。除第 11 章以外，都是必学内容，参考学时为 80~140 学时，分 2 个学期授完。也可以选择其中的一部分内容，构成一个学期授完的一门课。第 11 章是选修内容。

本书的先修课为：高等数学、复变函数与积分变换、线性代数、电路理论（或电工学）。凡先修课中的内容本书一般不再出现（包括本书常用的傅氏变换和拉氏变换）。后续课为：自动控制系统（包括电力传动系统、过程控制系统、液压控制系统和计算机控制系统等）、随机信号处理或随机控制系统。

本书的特点如下：

1. 把传统的两门课“信号与系统”与“自动控制原理”合并为一门课。传统的自动化专业和电气类专业是不开“信号与系统”课的，而传统的电子信息类专业则不开“自动控制原理”课。近年来，随着专业面的拓宽和专业界限的模糊化，教育部 1998 年已把“信号与系统”列为“自动化”专业和“电气工程及其自动化”专业的“主要课程”；而“自动控制原理”课则被定为“测控技术与仪器”、“电子信息工程”、“通信工程”等专业的“主要课程”。实际上，这两门课有着极其密切的关系；自动控制系统是一般系统的一类子系统，而“自动控制原理”则是“信号与系统”在自动控制领域的应用和发展。在 99 届教学计划中，不少学校的自动化专业和电子信息类专业都已经把这两门课同时规定为必修课。两门课程既然都要上，这就带来一个不可避免的问题：这两门课的关系如何？这两门课是出于相似但不同的目的，经不同领域的开拓者们的创造分别形成的，思路和内容既有大量重复，又有不少差异。简单地把原来两门课的内容讲授给学生，既会带来学时的浪费，又会带来由于提法的相异而造成的困惑。这两门课又各有特点，“信号与系统”以信号分析为主线，理论性和系统性都很强；而“自动控制原理”以控制系统为讨论对象，比较结合实际。本书以自动控制系统和确定性信号分析及滤波为背景，把两门课统一为完整的一门课。希望能在协调这两门课的努力中起一个抛砖引玉的作用。我们希望本书能继承原“自动控制原理”结合实际的优点；但同时也追求理论的全面性和严密性，希望某些概念（例如脉冲响应函数、频率特性、频率域滤波）的介绍比原“自动控制原理”更为全面和严密，适用面更广。总之希望这种结合既能背景清晰，又能相得益彰。

2. “自动控制原理”部分的取材与该课程“自动化”类专业的教学大纲基本没有出入，但根据目前压缩学时的要求，根据中国人写文章的传统目标——文字要少，内涵要多的精神，进行了删繁就简，压缩了非主流、数学性或工程性过强的内容；同时包含尽可能多的基本概念。我们认为，作为工科大学“自动控制原理”课的教材，既应有别于“控制理论”这门学科的专著，又应有别于工程系统的设计指导书。前者是学者而不是工程师的涉猎范畴，

后者则是“自动控制系统”课的任务。本书给出信号、系统与自动控制原理的基本概念、基本理论和基本方法，并使学生得到一定的工程应用概念，但不可能包揽一切。本书的写作风格是尽可能少而精，力图减轻学生的负担，以使他们能真正掌握其中最基本的知识。但由于文字少，则不免挂一漏十；由于内涵较多，则可能欠严密和欠系统。我们期待着同行们的批评指正。

3. “信号与系统”部分则与该课程“电子信息”类专业的教学大纲有较大出入。原因之一是该课程正处于较大变动的时期，各校各专业本来就相差较大。本书的作法是：①连续函数的傅氏变换与拉氏变换部分完全由“复变函数与积分变换”课承担，我们认为该门工程数学已基本够用，而本书仅是最必要的复习，这就删除了原“信号与系统”课的很大一部分内容；②随机信号与系统完全不涉及，需要时另行设课；③包括序列的频谱和 DFT，但 FFT 基本不介绍；④包括数字滤波器即 FIR 滤波器和 IIR 滤波器的基本概念；⑤作为选修内容，包括了二维信号系统最基本的概念；⑥其他与“自动控制原理”相同的内容仍继续保留，且经常以自动控制系统为例。上述做法实际上主要是为“自动化”专业扩展有关“信号与系统”的内容而安排的。这样，在学习原“自动控制原理”的同时，稍微多花一点精力，就可以对原“自动控制原理”的若干重要概念有更准确的认识、对模拟滤波和数字滤波有初步的了解，我们认为这有助于拓宽学生的专业面和适应性。但“随机信号处理”的部分就不可能涉及了。对于电子信息类专业，也可以选用本书作为“自动控制原理”课的教材，这样可以避免一般“自动控制原理”书籍与“信号与系统”书籍某些提法的不一致。

4. 包括了二维信号系统最基本的概念，甚至包括了一般多维信号处理书籍不包括的偏微分方程的最基本内容。目前多维信号系统的应用已渗透到众多行业，但有关书籍（尤其是作为基础的连续系统部分的书籍）却并不多见。考虑到其分析方法与一维的类似，本书就顺便作一简单介绍，希望能为多维信号处理的推广应用贡献一点力量。其中之所以包括偏微分方程的最基本概念，是因为一方面大部分读者可能并没有学过“数学物理方程”或“电磁场”，另一方面它是多维信号系统不可逾越的重要基础之一。

东北大学王建辉教授审校了本书第 1 章～第 5 章，沈阳工业大学吴学曼副教授审校了本书第 8 章～第 10 章，沈阳工业大学的领导和谢德馨教授、王向东教授、林成武教授对本书的出版给予了大力支持与帮助，特在此一并致谢。

书中的不足和错误之处，恳请读者给予指正。来函请寄沈阳工业大学电气工程学院（邮编 110023）。

编 者
2000 年 1 月于沈阳

目 录

前 言		
第1章 绪论	1	
1.1 信号	1	
1.1.1 信号的概念	1	
1.1.2 几种类别的信号	1	
1.2 信号与系统理论	2	
1.2.1 信号与系统理论简介	2	
1.2.2 系统的数学模型	3	
1.2.3 系统的分类	3	
1.2.4 非线性特性的小偏差线性化	5	
1.3 自动控制工程与自动控制理论	5	
1.3.1 自动控制工程	5	
1.3.2 自动控制理论	8	
1.3.3 反馈控制系统及其组成	8	
1.3.4 开环控制	9	
1.3.5 复合控制	9	
1.3.6 恒值系统与随动系统	9	
1.3.7 电力传动系统、过程控制系统 与液压控制系统	10	
习题 1	10	
第2章 线性连续系统的时域分析	12	
2.1 线性常系数常微分方程和它 的解	12	
2.1.1 线性常系数常微分方程的经典 解	12	
2.1.2 把函数的定义域扩大到 $t \in (0^-, +\infty)$ 时的初值问题	13	
2.1.3 用拉氏变换法解微分方程的初 值问题	14	
2.1.4 零输入响应与零状态响应	14	
2.1.5 线性系统定义的修正	16	
2.2 线性定常系统的脉冲响应函数 及卷积	16	
2.2.1 单位脉冲函数 $\delta(t)$ 的复习	16	
2.2.2 单位脉冲偶函数 $\delta'(t)$	17	
2.2.3 线性定常系统的脉冲响应函		
数及卷积	17	
2.2.4 卷积的图解	18	
2.2.5 卷积的性质	18	
2.2.6 因果系统	20	
2.3 因果线性定常系统的传递函数	20	
2.3.1 传递函数的定义	20	
2.3.2 传递函数与微分方程的关系	21	
2.3.3 延迟环节	22	
2.3.4 静态数学模型	22	
2.4 动态结构图及其等效变换	22	
2.4.1 动态结构图	22	
2.4.2 结构图的等效变换	23	
2.5 信号流图与梅逊 (Mason) 公式	25	
2.5.1 信号流图	25	
2.5.2 梅逊公式	26	
2.6 建立动态结构图的示例	27	
2.7 稳定性及代数稳定判据	30	
2.7.1 BIBO 稳定的概念	30	
2.7.2 线性定常系统 BIBO 稳定的充 分必要条件	31	
2.7.3 传递函数 BIBO 稳定的充分必 要条件	32	
2.7.4 线性定常系统的零输入稳定性	32	
2.7.5 零输入稳定的充分必要条件	33	
2.7.6 BIBO 稳定和零输入稳定的区别 和联系	33	
2.7.7 临界不稳定	34	
2.7.8 响应的暂态分量与稳态分量	34	
2.7.9 传递函数稳定的必要条件	34	
2.7.10 赫尔维茨 (Hurwitz) 判据	35	
2.7.11 劳斯 (Routh) 判据	36	
习题 2	37	
第3章 控制系统的时域分析	41	
3.1 控制系统的时域动态性能	41	
3.1.1 典型输入信号	41	
3.1.2 系统的阶跃响应	41	

3.1.3	跟随动态性能与抗扰性能的关系	42	分子的阶次差	73	
3.1.4	一阶系统的阶跃响应	43	4.4	频率域滤波原理	73
3.1.5	稳定二阶系统的阶跃响应	43	4.4.1	频率域滤波的概念	73
3.1.6	稳定高阶系统的阶跃响应	45	4.4.2	无失真传输的条件, 线性相位滤波器	74
3.1.7	附加零、极点的影响	47	4.4.3	线性相位滤波器的特点与非因果系统	75
3.1.8	单位阶跃响应的积分型动态性能指标	47	4.4.4	因果滤波器的必要条件	77
3.2	控制系统的稳态精度	47	4.4.5	线性相位巴特沃斯(Butterworth)滤波器	
3.2.1	稳态精度与稳态误差	47	4.4.6	传递函数形式的低通巴特沃斯滤波器	78
3.2.2	给定稳态误差	48	4.4.7	高通巴特沃斯滤波器	79
3.2.3	扰动稳态误差	51	4.4.8	带通和带阻巴特沃斯滤波器	80
3.3	反馈控制系统的根轨迹分析	52	4.5	对数频率特性曲线	81
3.3.1	由开环传递函数分析闭环动态性能	52	4.5.1	对数幅频特性曲线	81
3.3.2	根轨迹法	52	4.5.2	对数相频特性曲线	82
3.3.3	根轨迹方程	53	4.5.3	典型环节的对数频率特性曲线	82
3.3.4	绘制根轨迹的基本法则	55	4.5.4	典型环节串联后的波德(Bode)图	84
3.3.5	控制系统的根轨迹分析	57	4.5.5	最小相位系统的波德图	87
3.4	前馈补偿	58	4.6	幅相频率特性曲线	87
3.4.1	按扰动的前馈补偿	58	4.6.1	幅相频率特性曲线(奈奎斯特图, 极坐标图)	87
3.4.2	按给定的前馈补偿	59	4.6.2	典型环节串联后的幅相频率特性曲线	87
习题3		61	4.6.3	最小相位系统幅相频率特性曲线的特点	88
第4章	线性连续系统的频域分析	64	4.7	时域动态性能与频率特性的关系	88
4.1	周期信号的频谱	64	4.7.1	二阶振荡环节时域动态性能与频率特性的关系	89
4.1.1	信号的分析	64	4.7.2	高阶系统时域动态性能与频率特性的关系	89
4.1.2	三角形式的傅里叶(Fourier)级数	64	习题4		90
4.1.3	指数形式的傅里叶级数	64			
4.1.4	周期信号的频谱	65			
4.2	信号的频谱密度	65			
4.2.1	傅里叶积分与傅里叶变换	65			
4.2.2	信号的频谱密度	66			
4.2.3	常用信号的频谱密度	66			
4.2.4	双边拉普拉斯变换, 傅里叶变换与拉普拉斯变换的关系	68			
4.3	线性定常系统的频率特性函数与频域分析	70			
4.3.1	频率特性函数及其与传递函数的关系	70			
4.3.2	稳定系统的正弦稳态响应	71			
4.3.3	频域分析法	72			
4.3.4	关于频率特性或传递函数分母				
第5章	反馈控制系统的频域分析与校正	93			
5.1	奈奎斯特稳定性判据与稳定裕量	93			
5.1.1	由控制系统的开环频率特性分析闭环动态性能	93			
5.1.2	开环无纯虚数极点时的奈氏稳定性判据	93			

5.1.3 开环串联有积分环节时的奈 氏稳定判据	95	6.3.2 序列的单边 Z 变换	123
5.1.4 开环串联有延迟环节时的奈 氏稳定判据	96	6.3.3 由定义求 Z 变换的示例	124
5.1.5 已知开环波德图时的稳定性 判断	96	6.3.4 Z 变换表	124
5.1.6 最小相位系统（包括串联有延 迟环节）的稳定裕量	96	6.3.5 Z 反变换的定义	125
5.1.7 在开环波德图上看稳定裕量	97	6.3.6 Z 反变换的方法	125
5.1.8 相位裕量的计算	98	6.3.7 Z 变换的部分性质	126
5.2 开环频率特性与闭环时域动态 性能的关系	99	6.3.8 序列傅氏变换（频谱）的性质	128
5.2.1 单位反馈的二阶系统的情况	99	6.3.9 序列的拉氏变换	129
5.2.2 高阶系统的情况	99	6.4 有限长序列的 DFT（离散傅氏 变换）	130
5.2.3 最小相位系统开环对数幅频曲线 与闭环稳定性关系	99	6.4.1 有限长序列 DFT（傅氏级数，离 散傅氏变换）的定义	130
5.2.4 开环传递函数的简化	100	6.4.2 有限长序列 DFT 的矩阵形式	131
5.3 频率法串联校正	100	6.4.3 有限长序列的 DFT 与其连续频 谱（或单位圆上的 Z 变换）的 关系	131
5.3.1 校正的概念	100	6.4.4 有限长序列的 DFT 与其采样前 连续信号频谱的关系	133
5.3.2 串联超前校正	102	6.5 有限长序列 DFT 的主要性质	134
5.3.3 串联迟后校正	105	6.5.1 DFT 是线性变换	134
5.3.4 串联迟后-超前校正，PID 调节 器	107	6.5.2 循环移位性质	134
5.4 频率法反馈校正	109	6.5.3 循环卷积性质	135
5.4.1 局部反馈与反馈校正	109	6.5.4 奇偶性质	136
5.4.2 用频率法说明反馈校正的基本 原理	110	6.5.5 帕斯瓦尔（Parseval）等式	136
5.4.3 反馈校正对系统动态和稳定性 能的改善与校正过程	111	6.6 DFT 应用中的几个问题	137
习题 5	114	6.6.1 频谱混叠	137
第 6 章 离散时间序列的频域分析	116	6.6.2 频谱泄漏	137
6.1 周期性离散时间序列的傅里叶 级数	116	6.6.3 DFT 的快速算法（快速傅氏变 换，FFT）	137
6.2 离散时间序列的傅里叶积分与 频谱函数	118	习题 6	137
6.2.1 序列傅里叶积分概念的引出	118	第 7 章 线性离散系统分析	139
6.2.2 序列频谱的定义	119	7.1 离散系统与采样系统	139
6.2.3 连续信号与其采样序列频谱的关 系，香农（Shannon）采样定理	120	7.1.1 离散系统	139
6.2.4 序列傅氏变换的共轭对称性	121	7.1.2 采样系统	139
6.3 离散时间序列的 Z 变换	122	7.2 线性常系数差分方程和它的 解	140
6.3.1 序列双边 Z 变换的定义	122	7.2.1 线性常系数差分方程	140

7.2.5 Z 变换法解差分方程的初值问题	143	7.9.4 FIR 滤波器设计的时窗法	163
7.3 线性定常离散系统的脉冲响应函数	144	7.9.5 FIR 滤波器设计的频率采样法	164
7.3.1 脉冲响应函数的定义	144	7.10 IIR 数字滤波器	165
7.3.2 因果系统的脉冲响应函数	145	7.10.1 IIR 滤波器的特点	165
7.4 因果线性定常离散系统的 Z 传递函数	145	7.10.2 脉冲响应不变法设计 IIR 滤波器	165
7.4.1 Z 传递函数的定义	145	7.10.3 双线性变换法设计 IIR 滤波器	166
7.4.2 Z 传递函数与差分方程的关系	146	7.10.4 数字滤波器的实现	170
7.4.3 静态数学模型	147	7.11 数字控制系统的频域分析与校正	171
7.4.4 动态结构图及其等效变换	147	7.11.1 直接数字控制系统的优点	171
7.4.5 串联有零阶保持器的采样系统的 Z 传递函数	147	7.11.2 连续系统等效分析法	171
7.4.6 闭环采样系统的 Z 传递函数	149	7.11.3 连续系统等效校正法	173
7.5 采样控制系统的动态性能分析	150	习题 7	174
7.5.1 用 Z 变换法求时域响应的示例	150	第 8 章 系统的状态空间分析	176
7.5.2 Z 传递函数与响应的暂态分量的关系	151	8.1 多输入多输出系统	176
7.5.3 最少拍系统	153	8.1.1 多输入多输出系统的概念	176
7.6 离散系统的稳定性	153	8.1.2 线性定常多输入多输出系统的传递函数矩阵	176
7.6.1 稳定性的定义	153	8.1.3 传递函数矩阵的解耦	179
7.6.2 稳定的充分必要条件	153	8.2 状态方程	180
7.6.3 用 W 变换 (双线性变换) 判断因果系统 Z 传递函数的稳定性	154	8.2.1 状态方程的概念	180
7.7 采样控制系统的稳态误差	155	8.2.2 一般系统的动态方程	182
7.8 线性定常离散系统的频域分析	156	8.2.3 状态变量图	183
7.8.1 频率特性的定义及其与 Z 传递函数的关系	156	8.2.4 状态变换	183
7.8.2 正弦稳态响应	156	8.2.5 化动态方程为对角标准型	184
7.8.3 用频率特性求时域响应	156	8.2.6 化动态方程为若当 (Jordan) 标准型	186
7.8.4 由 Z 传递函数的零、极点概略地画频率特性曲线	156	8.3 动态方程与传递函数矩阵的关系	187
7.8.5 用 DFT 数值地计算有限长输入序列的零状态响应	158	8.3.1 由动态方程求传递函数矩阵	187
7.9 数字滤波原理和 FIR 数字滤波器	160	8.3.2 系统矩阵特征值与传递函数极点的关系, 输出的稳定性	189
7.9.1 数字滤波的目的	160	8.3.3 由单输入单输出系统的传递函数求能控标准型的动态方程	189
7.9.2 数字滤波器的形式和滤波计算	161	8.3.4 传递函数的分子分母阶次相同的情况	191
7.9.3 线性相位 FIR 滤波器及其特点	162	8.3.5 由单输入单输出系统的传递函数求能观标准型的动态方程	191
		8.3.6 由单输入单输出系统的传递函数求特征值标准型的动态方程	192
		8.3.7 传递函数矩阵的实现	193

8.4 状态方程的解	194	化	213
8.4.1 状态方程的初值问题	194	8.8.8 离散状态方程的解	215
8.4.2 矩阵指数	194	8.8.9 离散系统的状态能控性和能观	
8.4.3 齐次状态方程的解	195	测性	216
8.4.4 状态变量的稳定性	196	8.9 基于状态反馈设计控制器	216
8.4.5 状态转移矩阵	196	8.9.1 问题的提出	216
8.4.6 矩阵指数（状态转移矩阵）的		8.9.2 单输入多输出系统的状态反馈	
性质	196	（极点配置）	216
8.4.7 非齐次状态方程的解	198	8.9.3 示例	218
8.4.8 $t_0 = 0$ 时状态方程的解	199	8.10 状态观测器	219
8.5 系统的状态能控性	200	8.10.1 状态观测器的概念	219
8.5.1 状态能控性的概念	200	8.10.2 观测器反馈阵的求法	220
8.5.2 凯莱 - 哈密顿 (Cayley-Hamilton)		8.10.3 带状态观测器的状态反馈系统	221
定理	201	习题 8	221
8.5.3 线性定常系统的能控性判据	202	第 9 章 李亚普诺夫稳定性理论	225
8.5.4 系统矩阵是对角阵时的能控性		9.1 李亚普诺夫 (Ляпунов) 稳定	
判据	203	性	225
8.5.5 系统矩阵是若当阵时的能控性		9.1.1 李亚普诺夫运动稳定性	225
判据	204	9.1.2 系统的平衡状态	226
8.5.6 能控标准型的问题	205	9.1.3 平衡状态的稳定性	227
8.5.7 输出能控性	205	9.1.4 平衡状态稳定性与运动稳定性	
8.6 系统的状态能观测性	205	的关系	229
8.6.1 状态能观测性的概念	205	9.2 李亚普诺夫第一法	230
8.6.2 线性定常系统的能观性判据	206	9.3 李亚普诺夫第二法	231
8.6.3 系统矩阵是对角阵时的能观性		9.3.1 标量函数的正负	231
判据	207	9.3.2 李亚普诺夫稳定性的基本定理	231
8.6.4 系统矩阵是若当阵时的能观性		9.3.3 李亚普诺夫稳定性基本定理的	
判据	208	补充	234
8.6.5 能观标准型的问题	208	9.3.4 大范围渐进稳定性的判断	235
8.6.6 对偶原理	208	9.3.5 平衡状态不是原点的情况	235
8.7 系统的结构分解	209	9.3.6 李亚普诺夫第二法应用于线性	
8.7.1 系统的结构分解	209	定常系统	236
8.7.2 传递函数的零、极点对消问题	210	习题 9	237
8.8 离散系统的状态空间分析	211	第 10 章 非线性系统理论	239
8.8.1 离散系统的 Z 传递函数矩阵	211	10.1 非线性系统的特点	239
8.8.2 离散系统的动态方程	211	10.1.1 一些常见的本质非线性特性	239
8.8.3 离散系统的状态变量图	212	10.1.2 非线性系统的特点	240
8.8.4 状态变换	212	10.2 分段线性法	241
8.8.5 由动态方程求 Z 传递函数矩阵	213	10.3 二阶系统的相平面分析	242
8.8.6 由单输入单输出系统的 Z 传递		10.3.1 相平面图（相轨迹图）	242
函数求动态方程（实现问题）	213	10.3.2 相轨迹的特点	243
8.8.7 线性定常连续状态方程的离散			

10.3.3 画相平面图的等斜线法	245	11.5 二维连续信号系统的频率特性与二维滤波	267
10.3.4 线性系统奇点的类型	245	11.5.1 二维线性定常系统的频率特性	267
10.3.5 非线性系统的相平面分析	245	11.5.2 正弦稳态响应	268
10.4 用描述函数法讨论非线性反馈系统的自振荡问题	249	11.5.3 μ 方向或 v 方向低通、带通或高通滤波器	268
10.4.1 一类非线性系统的正弦稳态响应及其基波近似	249	11.5.4 二维圆对称滤波器	268
10.4.2 描述函数	251	11.5.5 二维扇形滤波器	269
10.4.3 反馈系统自振荡的必要条件	252	11.5.6 偏微分方程形式的二维滤波器	271
10.4.4 基波近似下奈氏判据的推广	252		
习题 10	254		
第 11 章 二维信号系统	255	11.6 二维离散序列的频谱与二维 Z 变换	272
11.1 二维连续信号系统与偏微分方程	255	11.6.1 二维离散序列	272
11.1.1 多维连续信号与多维信号系统	255	11.6.2 二维离散序列的频谱	272
11.1.2 偏微分方程的引入	255	11.6.3 序列频谱与其采样前连续信号频谱的关系	273
11.1.3 定解条件和定解问题	256	11.6.4 二维序列的双边 Z 变换	274
11.1.4 连接条件	257		
11.1.5 定解问题是多维信号系统的一种数学模型	257		
11.2 用拉氏变换法解偏微分方程的定解问题	258	11.7 偏微分方程定解问题的差分解法	275
11.2.1 用拉氏变换法解偏微分方程定解问题的原理	258	11.7.1 把偏微分方程近似成多维差分方程，差分格式	275
11.2.2 二维线性定常系统	259	11.7.2 多维差分方程定解问题的解	277
11.2.3 线性定常因果系统的传递函数	260	11.7.3 差分方程定解问题的稳定性	277
11.3 线性定常系统的脉冲响应函数与卷积	260	11.7.4 差分近似的收敛性	278
11.3.1 二维 δ 函数	260	11.8 二维离散信号系统简介	278
11.3.2 线性定常系统的脉冲响应函数	261	11.8.1 二维离散信号系统	278
11.3.3 线性定常二维信号系统的稳定性	261	11.8.2 因果递归型线性常系数差分方程	278
11.4 二维连续函数的傅氏积分与傅氏变换	262	11.8.3 脉冲响应函数	279
11.4.1 二维谐波	262	11.8.4 Z 传递函数	279
11.4.2 二维傅氏积分与傅氏变换	262	11.8.5 线性定常离散系统稳定的充要条件	279
11.4.3 二维傅氏变换的性质	263	11.8.6 因果系统 Z 传递函数稳定的充要条件	280
11.4.4 等值线为平行直线的二维函数的频谱	266	11.8.7 系统的频率特性	281
		附录	282
		附录 A 拉普拉斯变换简表	282
		附录 B 傅里叶变换简表	283
		附录 C 第 1~5 章重要概念的单选复习题	283
		参考文献	288

第1章 绪论

1.1 信号

1.1.1 信号的概念

信号是用来传递信息的机械动作、光、电、声或其他物质运动的一种形式。例如，电话线中传递的电流、在工业熔炉中测得的温度、电视屏幕上的画面等，就都是信号。信号通常是时间的一维函数，但也可以是时间和空间的多维函数，甚至也可以是非时间变量的函数。信号作为一种函数，其表述形式与函数相同：既可以是解析的，也可以是非解析的。

与信号有关的理化或数学过程有：信号的发生、信号的传送、信号的接收、信号的分析（即了解某种信号的特征）、信号的处理（即把某一个信号变为与其相关的另一个信号，例如滤除噪声或干扰，把信号变换为容易分析与识别的形式）、信号的存储等。

1.1.2 几种类别的信号

性质为确定性函数的信号称为确定性信号。其函数值为随机变量的信号称为随机信号。

例 1 测试某电路阶跃响应曲线。为了得到较准确的结果，需要多次测量后取平均。每一次测量所得的曲线是确定性信号。如果要问：“该电路阶跃响应曲线在 0.1s 时刻的值是多少”这样一个问题，应该如何回答呢？当然，多次测量的平均值是一种可行的回答，但准确的回答应该是：此刻的值不是一个确定性的数，它是一个随机变量。这条测试曲线所描述的信号就是随机信号，相应的时间函数称为随机过程。

本书只讨论确定性信号而不讨论随机性信号。

定义域是连续变量的信号称为连续信号或模拟信号（见图 1-1）。

例 2 通常，计算机检测系统中的程序是周期性地被执行的。需要检测的变量也只能周期性地被采样。被测变量的值在计算机中的存储形式是一个时间序列，相邻值之间的时间间隔都相等，称为采样周期。

像例 2 中的被测量，其定义域是不连续的离散变量，这样的信号称为离散信号，见图 1-2。在这个图中，我们用离散时刻的线段表示信号的值。例 2 中的序列是一个时间序列，而且序列中相邻两个值间的时间间隔相等。这和数学上所说的序列是不同的。以后如果不特别申明，我们所说的离散信号和序列所指的都是这种等间距时间序列。

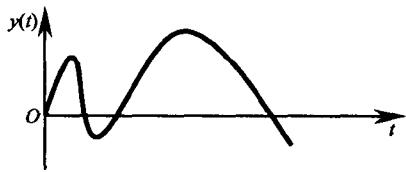


图 1-1 连续信号

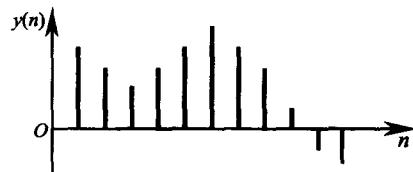


图 1-2 离散信号

1.2 信号与系统理论

1.2.1 信号与系统理论简介

由相互有关系的一类事物所组成的具有某种特定功能的一个整体称为系统。例如，通信系统、铁路运输系统、电力系统、经济管理系统、人体系统，等等。

为了满足实际应用的需要，即使在理论上，也可以从不同的角度去研究同一个系统。但是，各种不同的系统都有一个相同的基本问题，即：某一种信号作用于系统后，影响如何？更具体地说，在这种情况下，该系统中我们所关心的某些信号将等于什么？

例 1 图 1-3 所示的低通滤波电路，设原来电容器未被充电。如果在某一时刻开始输入持续的电压信号 $r(t)$ ，则我们关心的是输出电压 $y(t)$ 等于什么，这可以表示为图 1-4。在这里， $r(t)$ 可看作“输入”信号（“激励”）， $y(t)$ 可看作“输出”信号（“响应”）。

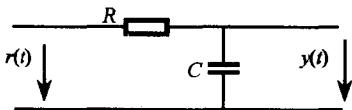


图 1-3 滤波电路

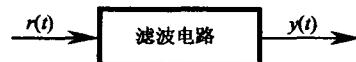


图 1-4 电路的输入和输出

例 2 图 1-5 是混有 50Hz 交流干扰的心电信号，把它输入一个滤波器后，输出信号见图 1-6。可见干扰已被滤除。在这里，图 1-5 的信号是输入信号，图 1-6 的信号是输出信号。

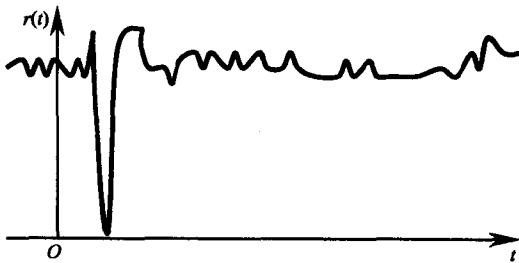


图 1-5 混有干扰的心电信号



图 1-6 滤除了干扰的心电信号

例 3 温度控制系统见图 1-7。控制原理是：通过煤气阀的开度来控制燃烧的强度，从而达到温度保持不变的目的。这个系统可以表示为图 1-8。在这里，阀门开度是输入，炉温是输出。

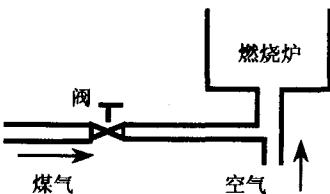


图 1-7 炉温控制系统

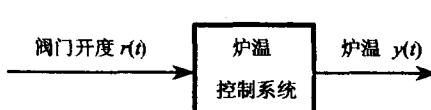


图 1-8 控制系统的输入和输出

“信号与系统理论”这一门学科（简称为“系统理论”）是主要从输入和输出的关系这个角度来研究系统运动一般规律的学科。由于它不涉及系统的其他具体性质，所以它适用于一切系统。系统理论的研究对象既然是这种抽象的系统，所以在系统理论中，定义映射 $y(t) = T[r(t)]$ 为系统，其中 $r(t)$ 可看作输入或激励， $y(t)$ 由映射 $T[\cdot]$ 和 $r(t)$ 所完全确定，可看作为输出或响应。

系统理论的研究领域包括两个基本方面。其一是系统分析，即在给定系统和输入信号的条件下分析输出响应的数值和特性；其二是系统综合，即对于给定的输入信号和输出响应求系统。本书主要涉及系统分析，这也是系统理论的主要内容和基础。在系统理论的研究中当然也要涉及对信号本身特征的研究。

很明显，信号与系统理论是从事实际信号传输和处理工作的基础。21世纪是信息时代，各部门各学科对信号处理的需求越来越多，系统理论已经从电子通信类专业的基础课变成了包括自动化专业在内的很多专业的共同的基础课。

1.2.2 系统的数学模型

从其他课程早已熟知，对于例1这样的元件特性已知的系统，通常可用下述线性常系数常微分方程描述其输入输出特性：

$$\frac{d^n}{dt^n}y(t) + a_{n-1}\frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}}y(t) + \cdots + a_0y(t) = b_m\frac{d^m}{dt^m}r(t) + b_{m-1}\frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}}r(t) + \cdots + b_0r(t) \quad (1-1)$$

如果初始条件为零，即

$$y(t_0) = y^{(1)}(t_0) = \cdots = y^{(n-1)}(t_0) = 0 \quad (1-2)$$

和 $r(t)$ 已知，则根据微分方程理论， $y(t)$ 即被唯一地确定。由系统的定义，这种初始条件下的微分方程式 (1-1) 就是系统 $y(t) = T[r(t)]$ 的一种具体的数学描述，称为系统的一种数学模型。从其他课程早已熟知，这也是最基础的数学模型之一。

其实，系统 $y(t) = T[r(t)]$ 还可以有其他各种数学描述形式，包括解析的、数值的、图表的，只要符合系统的定义，就都是其数学模型。

系统理论是在系统数学模型的基础上开展研究的。

1.2.3 系统的分类

可以从不同的角度对系统进行分类。

1. 时不变系统与时变系统 设激励 $r(t)$ 在 $t = t_0$ 前为零，方程式 (1-1) 在零初始条件下解为 $y = y_1(t)$ ，则有

$$\frac{d^n}{dt^n}y_1(t) + a_{n-1}\frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}}y_1(t) + \cdots + a_0y_1(t) = b_m\frac{d^m}{dt^m}r(t) + b_{m-1}\frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}}r(t) + \cdots + b_0r(t)$$

把上式中的 t 代换成 $t - \tau$ (τ 是常数)：

$$\begin{aligned} & \frac{d^n}{dt^n}y_1(t - \tau) + a_{n-1}\frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}}y_1(t - \tau) + \cdots + a_0y_1(t - \tau) \\ &= b_m\frac{d^m}{dt^m}r(t - \tau) + b_{m-1}\frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}}r(t - \tau) + \cdots + b_0r(t - \tau) \end{aligned}$$

上式表示，在零初始条件下，输入 $r(t - \tau)$ 的响应是 $y_1(t - \tau)$ ，即如果激励延迟一段时间 τ ，则响应也延迟 τ 。这可以用图 1-9 来表示。这样的系统称为时不变系统或定常系统。

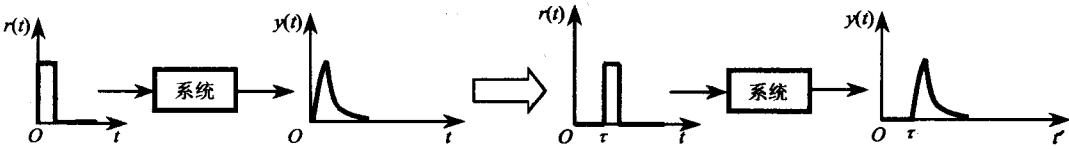


图 1-9 时不变系统

一般地，对于定常系统 $y(t) = T[r(t)]$ ，如果有

$$y(t) = T[r(t)]$$

则对任意时间 τ ，有

$$y(t - \tau) = T[r(t - \tau)] \quad (1-3)$$

定常系统的输入输出特性不因时间的推移而变化。大部分实际系统都可以看作是定常系统。

如果式 (1-1) 中的系数变成时间的函数，则没有上述性质，称为时变系统或非定常系统。时变系统的输入输出特性随时间而变化。也有不少实际系统是时变系统，例如，飞行中的导弹（质量不断减少）、负载变化的机器人、负荷变化的电力系统、生长中的生物等就都是时变系统。

2. 线性系统与非线性系统 如果输入增大 α (α 为任意常数) 倍时其响应也增大 α 倍，即

$$T[\alpha r(t)] = \alpha T[r(t)]$$

则称该系统对输入 $r(t)$ 是齐次的或均匀的。如果有两个输入 r_1 和 r_2 同时影响到输出，且

$$T[r_1(t) + r_2(t)] = T[r_1(t)] + T[r_2(t)]$$

则称该系统对输入 r_1 和 r_2 是可叠加（可加）的。对所有输入同时具有齐次性和可加性的系统称为线性系统。由上易得，对有两个输入信号的线性系统，有

$$T[\alpha_1 r_1(t) + \alpha_2 r_2(t)] = \alpha_1 T[r_1(t)] + \alpha_2 T[r_2(t)]$$

这个式子有时被称为叠加原理。

根据上述定义，零初始条件下的式 (1-1) 所描述的系统是线性系统。

大部分实际系统都可以看作或在一定范围内近似成线性系统（例如弹簧的伸长与受力成正比）。以后，如果不特别申明，我们所讨论的系统均为线性定常系统。而在第 10 章专门讨论非线性系统。

3. 连续时间系统与离散时间系统 输入输出信号为连续信号的系统称为连续时间系统，简称连续系统，以上所述均为连续系统。输入输出信号为离散时间信号的系统称为离散时间系统，简称离散系统。离散系统可表示为映射 $y(n) = T[r(n)] (n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots)$ 。离散系统也可分为定常与时变、线性与非线性等类别，概念与连续系统的完全相同，这里不再赘述。我们主要讨论连续系统，而在第 6 章和第 7 章专门讨论离散系统。

4. 一维信号系统与多维信号系统 输入输出信号是时间的一维函数的系统称为一维信号系统，在某些应用领域也称为集总参数或集中参数系统。一维信号系统可用常微分方程描述。输入输出信号是时间和空间的多维函数的系统称为多维信号系统，在某些应用领域也称

为分布参数系统。多维信号系统可用偏微分方程描述。我们主要讨论一维信号系统，而在第11章简单介绍多维信号系统。

5. 确定性系统与随机信号系统 输入输出信号是确定性信号的系统称为确定性系统，是随机性信号的系统称为随机信号系统。本书不讨论随机信号系统。

勿庸置言，系统类别不同，其数学模型的形式也就不同。今后，我们将随着不同类别系统的介绍，分别介绍相应形式的数学模型。

1.2.4 非线性特性的小偏差线性化

非线性系统的分析方法与线性系统截然不同，而大多数实际系统都可看作是线性系统。但有时也会遇见明显的非线性，这时，如果能把非线性特性化为线性，则可以用线性系统的方法去分析。

例4 晶闸管的输入量是控制角 α ，输出是整流电压 U ，其关系为

$$U(\alpha) = P \cos \alpha$$

其中 P 是常数。这是一个非线性关系（见图 1-10）。如果该元件是工作在图中的 A 点附近一个足够小的范围内，则显然可以把这一小段输入输出关系近似成线性关系。这就是把非线性函数 $U(\alpha)$ 在 α_0 点附近作泰勒展开并仅取其线性项：

$$U(\alpha) \approx U_0 + \frac{dU}{d\alpha} \Big|_{\alpha=\alpha_0} (\alpha - \alpha_0)$$

记

$$K_s = \frac{dU}{d\alpha} \Big|_{\alpha=\alpha_0}, \Delta U = U - U_0, \Delta \alpha = \alpha - \alpha_0$$

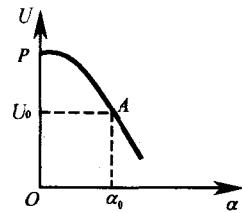


图 1-10 非线性特性的线性化

则

$$\Delta U \approx K_s \Delta \alpha$$

这样，原来变量间的非线性关系在小偏差的条件下就近似成了变量增量间的线性关系。

1.3 自动控制工程与自动控制理论

1.3.1 自动控制工程

例1 在机械加工工业中，各种机床的运行是由电动机带动的，而对电动机的转速都有较严格的要求。例如，对于龙门刨床的主拖动电动机，要求不管负载轻重和电源电压如何，都必须保持准确的恒速运转。为了达到预定的精度，需要构造如图 1-11 所示的速度控制系统。图中的 SM 是主拖动电动机，它是电枢控制的直流电动机，其转速由电枢电压 u_a 、励磁电流和负载力矩共同决定。由于负载和电源的波动性，如果取消图中点划线以外的部分，仅用触发电压 u_t 来控制转速，是达不到预定精度的。为此，采用与 SM 同轴相连的测速发电机 TG，其输出 u_f 、电位器 RP 的输出电压 u_r 与放大器（放大倍数为 $-K$ ）的输入电压 Δu 有如下关系：

$$\Delta u = u_r - u_f$$

运行原理是：当转速过慢，则 Δu 变大，最终导致电动机 SM 的转速变快；反之亦然。也可

以用图 1-12 所示的原理框图来表示这个系统。图中的每一个箭头都表示一个物理量，称为信号线；每一个矩形框表示一个部件。而其中“比较电路”的功能是完成减法运算，是通过两个电压反向连结而实现的，它可以更明确地表示为图 1-13，其中表示加减法运算的符号称为相加点或综合点（见图 1-13，如果是相加，通常不写“+”号）。

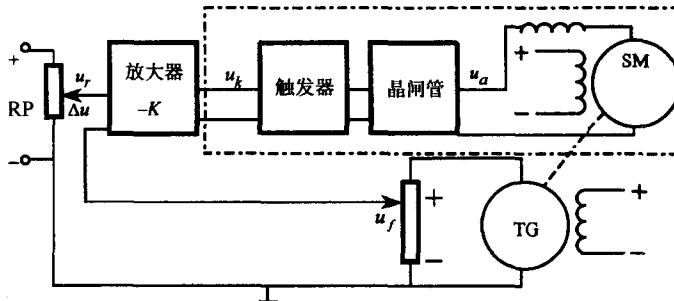


图 1-11 龙门刨床速度控制系统原理图

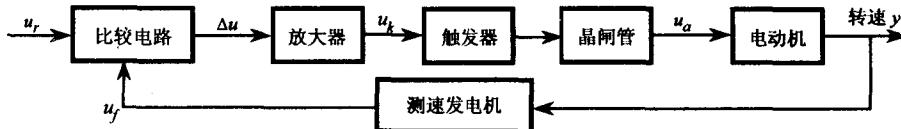


图 1-12 龙门刨床速度控制系统原理框图之一



图 1-13 龙门刨床速度控制系统原理框图之二

例 2 在石油、化工、电力、冶金、轻工、纺织等工业部门，在连续生产过程的各种设施中，温度、压力、流量、液位（或物位）、成分、物性等物理或化学量必须保持所要求的值。例如，热交换器出口的被加热料液的温度必须保持恒定。为此，需要构造如图 1-14 所示的料液温度控制系统。图中，料液在热交换器中被蒸气加热。如果取消图中点划线以外的部分，由于料液流量的不稳定，其温度的精度不能满足要求。为此，用热电偶测量该温度，其输出电压 u_f 、电位器的输出电压 u_r 和放大器的输入电压 Δu 有如下关系：

$$\Delta u = u_r - u_f$$

控制原理是：当温度符合要求，则 Δu 为零，电动机和阀静止；当温度过低，则 Δu 变大，电动机使阀向上开启，使通入的蒸气流量增大，从而使温度回升。该系统的原理框图如图 1-15 所示。

例 3 在数控机床中，除了主轴电动机的转速需要恒定以外，某些部件还需要精确地控制在要求的位置上，通常，这个所要求的位置是随时间而变化的。在航空、航天、航海、机器人、军事工业中，为了使各种飞机、火箭、船只、机器人按预定轨道运动，为了使雷达、

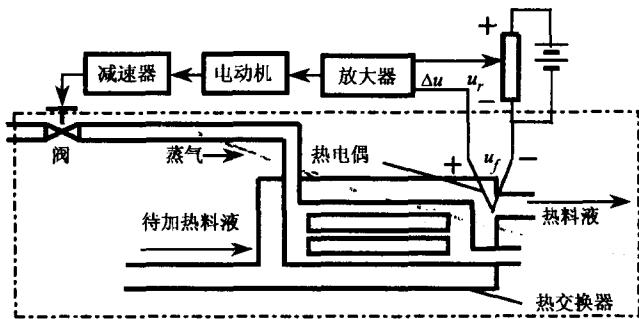


图 1-14 热交换器温度控制系统

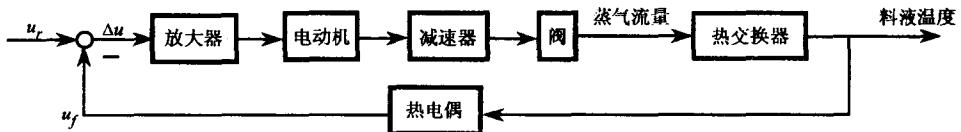


图 1-15 热交换器温度控制系统的原理框图

精确制导导弹或火炮的炮口随时指向要求的目标，需要构造各种姿态控制系统。这个所要求的姿态是随时间而变化的。在上述各种情况下，都需要一种被称为伺服系统的控制系统，其任务是使某一物理量按给定的时间函数变化。例如，高射炮的炮口转动系统中，两个坐标子系统之一如图 1-16 所示。其中 θ_y 的转轴由瞄准员摇动。系统的功能是使炮口角度 θ_y 随时与瞄准员给出的角度 θ_r 相一致。原理是：当 θ_y 和 θ_r 相等时， Δu 为零，炮口不动；当 θ_y 和 θ_r 不相等时，则 Δu 不为零，伺服电动机驱动炮口转动，使 θ_y 和 θ_r 相等。系统的原理框图见图 1-17。

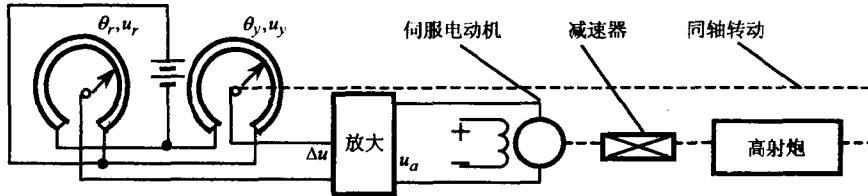


图 1-16 高射炮炮口转动随动系统

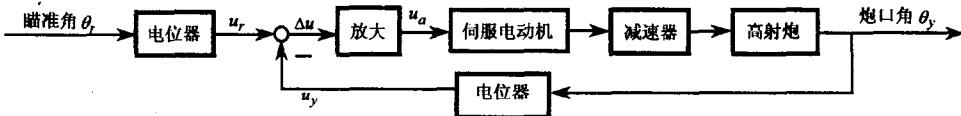


图 1-17 高射炮炮口转动随动系统的原理框图

尽管上述三个例子各属不同的应用领域，但从对某个物理量的控制这个角度来看，它们显然具有相似的功能、结构、原理和规律。使某些物理量（或化学量）自动地按指定的时间