

前言

“通信原理与系统”是中央广播电视大学首次开设的课程，本书是为该课程编写的第一轮教材。

考虑到广播电视大学和继续教育的特点，提供一本内容简明扼要，而且能体现以学生为主体、以自学为主要方式的教材，是一件重要的工作。作者在内容取材和导学方式两个方面作了一些尝试，以期较好地满足读者的要求。

教材的内容以现代通信系统为背景，问题的叙述突出了对物理概念的理解和分析，深入浅出地介绍了通信系统的组成和基本理论。教材中以相当的篇幅编写了导学内容，其中包括学习目标和自测题。学习目标提出了学习应达到的目的，自测题是对学习效果检查，两者的对照及结合就是教学的重点及要求。

本书共分八章，第一章绪论，初步介绍通信和通信系统的一般概念。第二章和第三章为预备知识，介绍信号和系统的基础知识和介绍信道噪声对通信系统的影响。第四章模拟调制系统，讨论模拟调制的原理、模拟通信系统的组成及抗噪声性能。第五章模拟信号的波形编码，讨论模拟信号经抽样、量化和编码形成数字编码信号的过程。第六章数字信号的基带传输，分析基带传输的理论和方法，数字基带传输系统的抗噪声性能。第七章数字信号的频带传输，分析数字调制的方法、数字调制系统的抗噪声性能。第八章差错控制编码，简单介绍差错控制编码的基本概念和理论。

本书的第二、三章由刘序明编写，南利平编写其余各章并负责全书的统稿。

感谢北京邮电大学乐光新教授对本书的审阅。在教材的编写过程中，还得到了李普成、肖华庭教授的指导和帮助，在此一并致谢。

欢迎读者批评指正。

编者

2000年1月

第一章 绪 论

1.1 通信和通信系统的一般概念

通信的目的是传递消息,消息的表达形式有语言、文字、图像、数据等,这些形式又称为媒体。

实现通信的方式很多。随着现代科学技术的发展,目前使用最广泛的是电通信方式,即用电信号携带所要传递的消息,然后经过各种电信道进行传输,达到通信的目的。使用电通信方式能使消息几乎在任意的通信距离上实现迅速而又准确的传递。如今,在自然科学领域涉及“通信”这一术语时,一般指的就是电通信,即电信。

电信号由一地向另一地传输需要通过媒质。按媒质的不同通信方式可分为两大类:一类称为有线通信,另一类称为无线通信。有线通信是用导线作为传输媒质的通信方式。这里的导线可以是架空明线、各种电缆、波导以及光纤。例如公用交换电话网中两个相邻的电话局连接示意图如图 1-1 所示。用户 A 的电话机通过市话电缆接入 A 局交换机,用户 B 的电话机通过市话电缆接入 B 局交换机, A 局和 B 局则通过光缆连接。图中电话机完成话音信号与音频电信号之间的变换,交换机进行路由选择,光端机完成电信号和光信号之间的变换。无线通信则不需要架设导线,而是用无线电波在空间传播来传递消息。例如移动电话系统示意图如图 1-2 所示。图中,各基站与移动交换局用有线或无线相连,各基站与移动电话之间用无线方式进行通信。移动电话把电话信号转换成相应的高频电磁波,通过天线发往基站。同理,基站也通过天线将信号发往移动电话,最终实现移动电话与其它电话之间的通信。

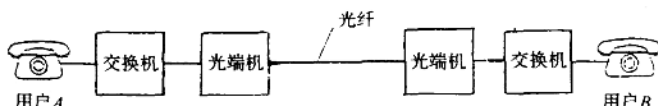


图 1-1 公用交换电话网中相邻电话局连接示意图

无论是有线通信还是无线通信,为了实现消息的传递和交换,都需要一定的技术设备和传输媒质。为完成通信任务所需要的一切技术设备和传输媒质所构成的总体称为通信系统。通信系统的一般模型如图 1-3 所示。图中,信源即原始电信号的来源,它的作用是将原始消息转

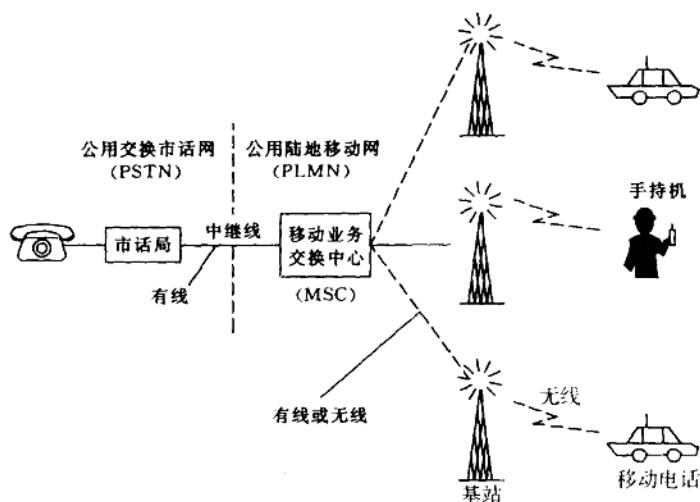


图 1-2 移动电话系统示意图

换为相应的电信号。这样的电信号通常称为消息信号或基带信号。常用的信源有电话机的话筒、摄像机、传真机等。为了传输基带信号,发送设备对基带信号进行各种处理和变换,以使它适合于在信道中传输。这些处理和变换通常包括调制、放大和滤波等。在发送设备和接收设备之间用于传输信号的媒质称为信道。在接收端,接收设备的功能与发送设备的相反,其作用是对接收的信号进行必要的处理和变换,以便恢复出相应的基带信号。受信者的作用是将恢复出来的原始电信号转换成相应的消息,例如电话机的听筒将音频电信号转换成声音,提供给最终的消息接收对象。图中的噪声源,是信道中的噪声以及分散在通信系统其它各处的噪声的集中表示。

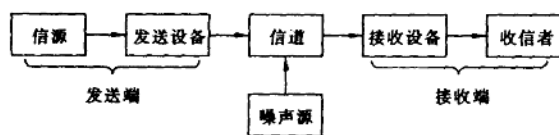


图 1-3 通信系统的一般模型

图 1-3 概括地描述了通信系统的组成,它反映了通信系统的共性,所以我们把它称为通信系统的一般模型。根据所要研究的对象和所关心的问题不同,还要使用不同形式的较具体的通信系统。对通信系统及其基本理论的讨论,就是围绕通信系统的模型而展开的。

1.2 模拟通信与数字通信

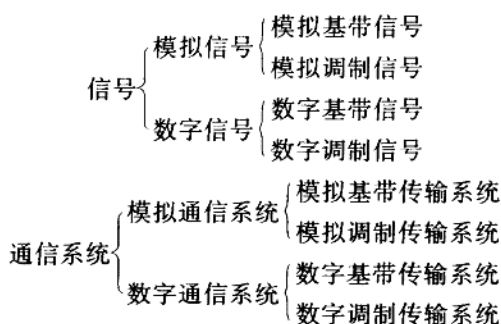
通信系统传输的消息形式是多种多样的,它可以是符号、文字、语音或图像等等。为了实

现消息的传输的交换,首先需要把消息转换为相应的电信号(以下简称信号)。通常,这些信号是以它的某个参量的变化来表示消息的。按照信号表达消息的方式可将信号分为两类,即模拟信号与数字信号。模拟信号的某个参量与消息相对应而连续取值。例如电话机话筒输出的语音信号、电视摄像机输出的电视图像信号等都属于模拟信号。数字信号的参量则取有限的离散值。例如计算机、电传机输出的信号就是数字信号。

这样,根据通信系统所传送的是模拟信号还是数字信号,可以相应地把通信系统分成模拟通信系统与数字通信系统。也就是说,信道中传输模拟信号的系统称为模拟通信系统,信道中传输数字信号的系统称为数字通信系统。当然,以上的分类方法是以信道传输信号的差异为标准的,而不是根据信源输出的信号来划分的。如果在发送端先把模拟信号变换成数字信号,即进行 A/D 变换,然后就可利用数字方式进行传输,在接收端再进行相反的反换——D/A 变换,以还原出模拟信号。

模拟信号和数字信号通常都要经过调制形成模拟调制信号和数字调制信号,以适应信道的传输特性。为了突出调制前后信号的区别,调制前的信号称为基带信号;调制后的信号称为已调制信号,又称为频带信号。

综合以上情况,信号和通信系统的分类可表示为:



本课程将按以上分类方法对通信系统的组成、基本工作原理及性能进行深入的讨论。

模拟通信系统的模型大体上与图 1-3 差不多,其方框图如图 1-4 所示。对应于图 1-3 中的发送设备,一般来说应包括调制、放大、天线等,但这里只画了一个调制器,目的是为了突出调制器的重要性。同样接收设备只画了一个解调器。这样,图 1-4 就是一个最简化的模拟通信系统模型。

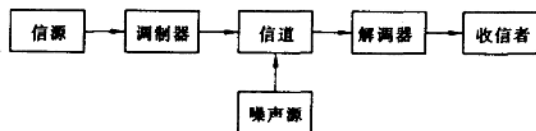


图 1-4 模拟通信系统模型

数字通信系统模型如图 1-5 所示。这里的发送设备包括信源编码、信道编码和调制三个部分。信源编码是对模拟信号进行编码,得到相应的数字信号;而信道编码则是对数字信号进

行抗干扰编码,使之具有自动检错或纠错的能力。数字信号对载波进行调制形成数字调制信号。在高质量的数字通信系统才有信道编码部分。

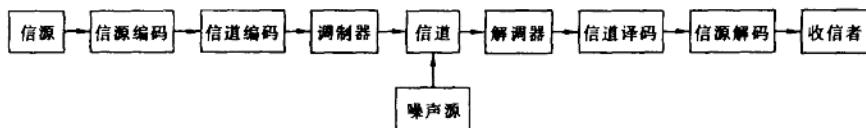


图 1-5 数字通信系统模型

以上画出的均为单向通信系统,但在绝大多数场合,通信是双向进行的,通信的双方互通信息,因而要求双向通信。单向通信称为单工方式,可以同时进行的双向通信称为双工方式。

就目前来说,不论是模拟通信还是数字通信,在通信业务中都得到了广泛应用。但是,近 20 年来,数字通信发展十分迅速,在大多数通信系统中已取代模拟通信,成为当代通信系统的主流。这是因为与模拟通信相比,数字通信更能适应对通信技术越来越高的要求。数字通信的主要优点是:

(1)抗干扰能力强。在远距离传输中,各中继站可以对数字信号波形进行整形再生而消除噪声的积累。此外,还可以采用各种差错控制编码方法进一步改善传输质量。

(2)便于加密,有利于实现保密通信。

(3)易于实现集成化,使通信设备的体积小、功耗低。

(4)数字信号便于处理、存储、交换,便于和计算机联接,也便于用计算机进行管理。

当然,数字通信的许多优点都是用比模拟通信占据更宽的频带而换得的。以电话为例,一路模拟电话通常只占据 4kHz 带宽,但一路数字电话却要占据 20kHz~60kHz 的带宽。可是,随着社会生产力的发展,有待传输的数据量急剧增加,传输可靠性和保密性要求越来越高。所以实际工程中宁可牺牲系统频带也要采用数字通信。至于在频带富裕的场合,比如毫米波通信、光通信等,当然都惟一地选择数字通信。

1.3 通信发展简史

电通信的历史并不长,至今只有 160 多年的时间。一般认为 1838 年有线电报的发明为电通信开始使用的标志,但那时的通信距离只有 70km。1876 年发明的有线电话被称为是现代电通信的开端。1878 年世界上的第一个人工交换局只有 21 个用户。无线电报于 1896 年实现,它开创了无线电通信发展的道路。1906 年电子管的发明迅速提高了无线通信及有线通信的水平。

伴随着通信技术的发展,通信科学在本世纪 30 年代起获得了突破性的进展,先后形成了“脉冲编码原理”、“信息论”、“通信统计理论”等重要理论体系。而 50 年代以来的通信体制,由

于晶体管和集成电路的问世,不仅模拟通信获得了高速发展,而且促成了具有广阔前景的数字通信方式的形成。在通信种类上,相继出现了电缆通信、微波通信、卫星通信、激光通信、计算机通信等。计算机和通信技术的密切结合,使通信的对象突破了人与人之间的范畴,实现了人与机器或机器与机器之间的通信。

进入 80 年代以来,除了传统的电话网、电报网以外,各种先进的通信网蓬勃发展,例如移动通信网、综合业务数字网、公用数据网、智能网、宽带交换网等。先进的通信网络使通信不断朝着综合化、宽带化、自动化和智能化的方向发展。为人类提供方便快捷的服务,是通信技术追求的目标。

1.4 信息及其度量

通信系统传输的具体对象是消息,其最终的目的在于通过消息的传送使收信者获得信息。这里所说的信息,指的是收信者在收到消息之前对消息的不确定性。消息是具体的,而信息是抽象的。为了对通信系统的传输能力进行定量的分析和衡量,就必须对信息进行定量的描述。不同的消息含有不同数量的信息,同一个消息对不同的接收对象来说信息的多少也不同,所以对信息的度量应当是客观的。

衡量信息多少的物理量为信息量。以我们的直观经验,已经对信息量有了一定程度的理解。首先,信息量的大小与消息所描述事件的出现概率有关。若某一消息的出现概率很小,当收信者收到时就会感到很突然,那么该消息的信息量就很大。若消息出现的概率很大,收信者事先已有所估计,则该消息的信息量就较小。若收到完全确定的消息则没有信息量。因此,信息量应该是消息出现概率的单调递减函数。其次,如果收到的不是一个消息,而是若干个互相独立的消息,则总的信息量应该是每个消息的信息量之和,这就意味着信息量还应满足相加性的条件。再者,对于由有限个符号组成的离散信源来说,随着消息长度的增加,其可能出现的消息数目却是按指数增加的。基于以上的认识,对信息量作如下定义:若一个消息 x_i 出现的概率为 $P(x_i)$,则这一消息所含的信息量为

$$I(x_i) = \log \frac{1}{P(x_i)} = -\log P(x_i) \quad (1-1)$$

当上式中的对数以 2 为底时,信息量的单位为比特(bit);对数以 e 为底时,信息量的单位为奈特(nit)。目前应用最广泛的单位是比特。

M 个离散消息需要用 M 个符号表示,也就是说,传送 M 个消息之一和传送 M 个符号之一等价的,所以消息所含的信息量就是符号所含的信息量。

式(1-1)是单一符号出现时的信息量。对于由一串符号构成的消息,假设各符号的出现是相互独立的,根据信息量相加的概念,整个消息的信息量为

$$I = - \sum_{i=1}^N n_i \log P(x_i) \quad (1-2)$$

式中 n_i 为第 i 种符号出现的次数, $P(x_i)$ 为第 i 种符号出现的概率, N 为信息源的符号种类。

当消息很长时, 用符号出现概率和次数来计算消息的信息量是比较麻烦的, 此时可用平均信息量的概念来计算。平均信息量是指每个符号所含信息量的统计平均值, N 种符号的平均信息量为

$$H(x) = - \sum_{i=1}^N P(x_i) \log P(x_i) \quad (1-3)$$

上式的单位为比特/符号, 通常记作 bit/符号。

有了平均信息量 $H(x)$ 和符号的总个数 n , 可求出总信息量为

$$I = H(x) \cdot n \quad (1-4)$$

可以证明, 当信源中每种符号出现的概率相等, 而且各符号的出现为统计独立时, 该信源的平均信息量最大, 有

$$H_{\max} = - \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \log \frac{1}{N} = -N \left(-\frac{1}{N} \log N \right) = \log N \quad (1-5)$$

由上式可知, 对于二进制信源, 在等概率条件下, 每个符号可提供 1 比特的信息量。由于这种内在的联系, 工程上常用比特表示二进制码的位数。例如二进制码 101 为 3 位码, 有时也称为 3 比特码。

例 1-1 一个由符号 A, B 组成的信源, 符号的出现是相互独立的。

(1) 当它们的出现概率分别为 $P_A = \frac{1}{4}$, $P_B = \frac{3}{4}$ 时, 求信源的平均信息量;

(2) 当它们的出现概率相等时, $P_A = \frac{1}{2}$, $P_B = \frac{1}{2}$, 求信源的平均信息量。

解 (1) 由式(1-3)可求信源的平均信息量为

$$\begin{aligned} H(x) &= - \sum_{i=1}^2 P(x_i) \log_2 P(x_i) \\ &= -\frac{1}{4} \log_2 \left(\frac{1}{4} \right) - \frac{3}{4} \log_2 \left(\frac{3}{4} \right) = \frac{1}{4} \log_2 4 + \frac{3}{4} \log_2 \left(\frac{4}{3} \right) \end{aligned}$$

利用对数换底公式, 有

$$\log_2 \left(\frac{4}{3} \right) = \frac{\ln \left(\frac{4}{3} \right)}{\ln 2} \approx \frac{0.29}{0.69} \approx 0.42$$

由此可求出

$$H(x) \approx \left(\frac{1}{4} \times 2 + \frac{3}{4} \times 0.42 \right) \text{ bit/符号} = (0.5 + 0.32) \text{ bit/符号} = 0.82 \text{ bit/符号}$$

(2) 当符号等概时, 有

$$\begin{aligned} H(x) &= - \sum_{i=1}^2 P(x_i) \log_2 P(x_i) \\ &= \left(-\frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} \right) \text{ bit/符号} = \left(\frac{1}{2} \log_2 2 + \frac{1}{2} \log_2 2 \right) \text{ bit/符号} \\ &= \log_2 2 = 1 \text{ bit/符号} \end{aligned}$$

以上分析的是离散消息,这些概念可以直接推广到连续消息的情况。连续消息(信号)经过抽样和量化后可转换为等效的离散消息,所以经过有关的运算后,连续消息就可以使用以上的结论了。

1.5 通信系统的质量指标

为了衡量通信系统的质量优劣,必须使用通信系统的性能指标,即质量指标。这些指标是对整个系统进行综合评估而规定的。通信系统的性能指标是一个十分复杂的问题,涉及到通信的有效性、可靠性、适应性、标准性、经济性及维护使用等等。但是,从研究信息的传输来说,通信的有效性和可靠性是最重要的指标。有效性指的是传输一定的信息量所消耗的信道资源数(带宽或时间),而可靠性指的是接收信息的准确程度。这两项指标体现了对通信最基本的要求。

有效性和可靠性这两个要求通常是矛盾的,因此只能根据需_要及技术发展水平尽可能取得满意的结果。例如在信道的有效带宽内,在一定可靠性指标下,尽量提高消息的传输速度;或者在一定有效性条件下,使消息的传输质量尽可能高。

模拟通信和数字通信对这两个指标要求的具体内容有很大差别,必须要分别加以说明。

1.5.1 模拟通信系统的质量指标

1. 有效性

模拟通信系统的有效性用有效传输带宽来度量。同样的消息用不同的调制方式,则需要不同的频带宽度。在一定的质量要求下,传输所要求的频带宽度越窄,则有效性越好。如传输一路模拟电话,单边带信号只需要 4kHz 带宽,而常规调幅或双边带信号则需要 8kHz 带宽,因此在一定频带内用单边带信号传输的路数比常规调幅信号多一倍,也就是可以传输更多的消息,因此单边带系统的有效性比常规调幅系统要好。

2. 可靠性

模拟通信系统的可靠性用接收端最终的输出信噪比来度量。信噪比越大,通信质量越高。如普通电话要求信噪比在 20dB 以上,电视图像则要求信噪比在 40dB 以上。信噪比是由信号功率和传输中引入的噪声功率决定的。不同调制方式在同样信道条件下所得到的输出信噪比是不同的。例如调频信号抗干扰性能比调幅信号好,但调频信号所需传输带宽却宽于调幅信号。

1.5.2 数字通信系统的质量指标

数字通信系统的有效性用传输速率来衡量,可靠性用差错率来衡量。

1. 传输速率

数字信号由码元组成,码元携带有一定的信息量。码元可以是二进制的,也可以是多进制的。定义单位时间传输的码元数为码元速率 R_s ,单位为码元/秒,记作 baud,称为波特,所以码元速率也称波特率。baud 简记为 Bd。定义单位时间传输的信息量为信息速率 R_b ,单位为比特/秒,记作 bit/s,所以信息速率又称比特率。一个二进制码元的信息量为 1bit,一个 M 进制码元的信息量为 $\log_2 M$ bit,所以码元速率 R_s 和信息速率 R_b 之间的关系为

$$R_b = R_s \log_2 M \text{ bit/s} \quad (1-6)$$

$$R_s = \frac{R_b}{\log_2 M} \text{ baud} \quad (1-7)$$

如每秒钟传送 2 400 个码元,则码元速率为 2 400 baud;当采用二进制时,信息速率为 2 400 bit/s;若采用四进制时,信息速率为 4 800 bit/s。

二进制的码元速率和信息速率在数量上相等,有时简称它们为数码率。

数字信号的传输带宽 B 取决于码元速率 R_s ,而码元速率和信息速率 R_b 有着确定的关系。为了比较不同系统的传输效率,定义频带利用率为

$$\eta_b = \frac{R_b}{B} \quad (1-8)$$

其物理意义为单位频带能传输的信息速率,单位为 bit/(s·Hz)。 η_b 是数字通信系统与有效性有关的一项重要指标。

2. 差错率

定义误比特率 P_b 为

$$P_b = \frac{\text{错误比特数}}{\text{传输总比特数}} \quad (1-9)$$

有时将误比特率称为误信率。

定义误码元率 P_s 为

$$P_s = \frac{\text{错误码元数}}{\text{传输的总码元数}} \quad (1-10)$$

误码元率也称为误符号率,简称为误码率。

在二进制码中,有

$$P_b = P_s$$

这时误比特率与误码率在数量上相等,工程上统称误码率。

差错率越小,通信的可靠性越高。对 P_b 的要求与所传输的信号有关,如传输数字电话信号时,要求 P_b 在 $10^{-3} \sim 10^{-6}$,而传输计算机数据时则要求 $P_b < 10^{-9}$ 。当信道不能满足要求

时, 必须加纠错措施。

自测题

一、思考题

1. 什么叫通信系统?
2. 按通信系统所传输的信号, 通信系统如何分类?
3. 通信系统的质量主要由哪两项指标进行衡量? 这两项指标的定义是什么?
4. 什么叫码元速率? 什么叫信息速率? 它们之间有什么的关系?

二、计算题

1. 英文字母 e 出现的概率为 0.105, x 出现的概率为 0.002。分别求 e 和 x 的信息量。
2. 某信源用符号 A, B, C, D 表示 4 种消息, 每一消息的出现是相互独立的。
 - (1) 如果消息出现的概率分别为 $P_A = 1/4, P_B = P_C = 1/8, P_D = 1/2$, 求信源的平均信息量;
 - (2) 如果消息出现的概率是相等的, 求信源的平均信息量。
3. 一个信源每毫秒发出 4 种符号中的一个。
 - (1) 不同的符号等概率出现时, 计算信源的信息速率;
 - (2) 如果出现的概率分别为 $1/5, 1/4, 1/4, 3/10$, 计算信源的信息速率。
4. 设一数字通信系统传送码元的速度为 1 200 baud。
 - (1) 当码元为二进制时, 求该系统的信息速率;
 - (2) 当码元为四进制时, 求该系统的信息速率。

第二章 确定性信号的分析与传输

引 言

通信系统发送和接收的是载荷着消息的电信号。信号与系统根据其性质有不同的分类。其中信号有随机信号和非随机信号。非随机信号又称为确定性信号,因为它可以用确定的数学式表示。本章研究确定性信号的表示方法、性质以及通过线性系统后的响应。

目 标

1. 掌握常见的确定性信号的时域表示。
2. 掌握阶跃信号和冲激信号的性质。
3. 掌握信号的时域运算方法。
4. 熟悉傅里叶变换定义、性质及使用方法。
5. 熟悉线性时不变系统的特点。
6. 掌握确定性信号通过线性时不变系统后的响应。

2.1 信号与系统

2.1.1 信号的描述及其分类

通信的目的即是将消息载荷在一定形式的信号上传送出去。信号可以是光信号、声信号、电信号等等。所谓电信号,一般指随时间变化的电压或电流。实际应用中,常将各类非电信号如声波动、光强度、机械运动的位移或速度等转变为电信号,以利传输和处理。

描述信号的基本方法是写出它的数学表达式,此表达式是时间的函数,绘出的函数图形称为信号的波形。因此,信号和函数(波形)两名词常常是通用的。除了波形和表达式这两种直观的描述方法外,随着问题的深入,将用频谱分析的方式来描述和研究信号。

对于各种信号,可以从不同角度进行分类。

确定性信号与随机信号 若信号可被表示为一确定的时间函数,即对于指定的某一时刻,可确定一相应的函数值,这种信号称为确定性信号,如我们熟悉的正弦信号等。但是实际传输的信号往往具有未可预知的不确定性,这种信号称为随机信号。如果通信系统中传输的信号都是确定性信号,则信号就不携带任何新的消息,这样也就失去了通信的意义。此外,在信号传输过程中,不可避免地要受到各种干扰和噪声的影响,这些干扰和噪声,也都具有随机特性。对于随机信号,不能给出确切的时间函数,只可能知道它取某一数值的概率。确定性信号与随机信号有着密切的联系,只有在研究确定性信号的基础上,才能根据随机信号的统计规律研究随机信号的特性。

周期信号与非周期信号 所谓周期信号就是依一定时间间隔周而复始,而且是无始无终的信号,其表示式可写作:

$$f(t) = f(t + nT) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots (\text{任意整数})$$

满足此关系式的最小 T 值称为信号的周期。非周期信号在时间上不具有周而复始的特性。若令周期信号的周期 T 趋于无限大,则成为非周期信号。

模拟信号与数字信号 首先要对连续时间信号和离散时间信号进行分类。如果在所讨论的时间间隔内,对于任意时间值(除若干不连续点外),都可给出确定的函数值,此信号称为连续时间信号。连续时间信号的幅值可以是连续的,也可以是离散的(只取某些规定值)。对于时间和幅值都为连续的信号又称为模拟信号。

与连续时间信号相对应的是离散时间信号。离散时间信号在时间上是离散的,只在某些不连续的规定瞬时给出函数值,在其他时间没有定义。通常情况下,离散时刻的间隔是均匀的。如果离散时间信号的幅值可取任意值,则其在数学上的意义是连续的,这种信号又常称为抽样信号。如果离散时间信号的幅值也被限定为某些离散值,也即时间与取值都具有离散性,这种信号又称为数字信号。数字信号又分为多电平数字信号和二电平数字信号。

上述信号的分类如图 2-1 所示。

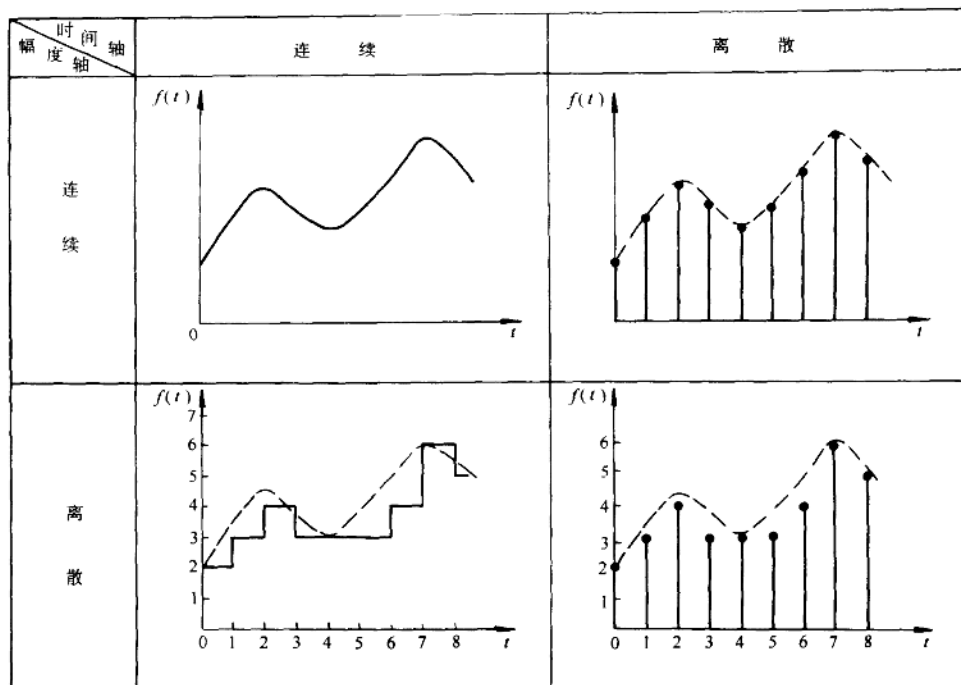


图 2-1 连续时间信号与离散时间信号, 模拟信号与数字信号分类示例

除以上分类方式外, 还可将信号分为能量受限信号与功率受限信号, 以及基带信号与调制信号等等。以后将根据需要陆续介绍。

2.1.2 典型的连续时间信号

1. 指数信号

指数信号的表示式为

$$f(t) = K e^{at} \quad (2-1)$$

式中, a 是实数。若 $a > 0$, 信号随时间增长, 若 $a < 0$, 信号则随时间衰减。在 $a = 0$ 的特殊情况下, 信号不随时间而变化, 成为直流信号, 常数 K 表示指数信号在 $t = 0$ 点的初始值。指数信号的波形如图 2-2 所示。

2. 正弦信号

正弦信号和余弦信号二者仅在相位上相差 $\frac{\pi}{2}$, 经常统称为正弦信号, 一般写作

$$f(t) = K \sin(\omega t + \theta) \quad (2-2)$$

式中, K 为振幅, ω 是角频率, θ 是初相位, 其波形如图 2-3 所示。

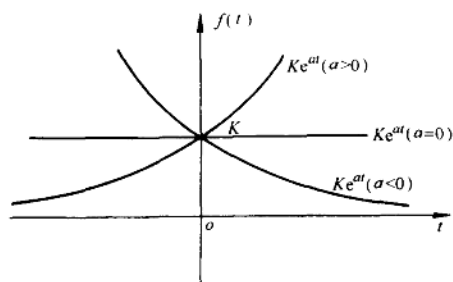


图 2-2 指数信号

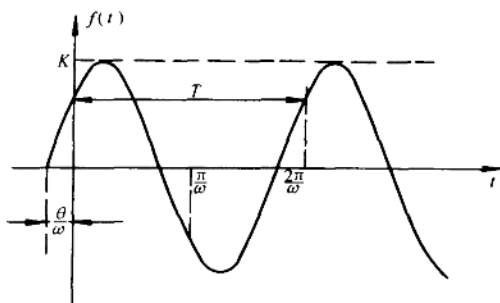


图 2-3 正弦信号

正弦信号是周期信号, 其周期 T 与角频率 ω 和频率 f 满足下列关系式

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$$

在信号与系统分析中, 有时会遇到衰减的正弦信号, 波形如图 2-4 所示, 此正弦振荡的幅度按指数规律衰减, 其表示式为

$$f(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ K e^{-at} \sin \omega t & (t \geq 0) \end{cases} \quad (2-3)$$

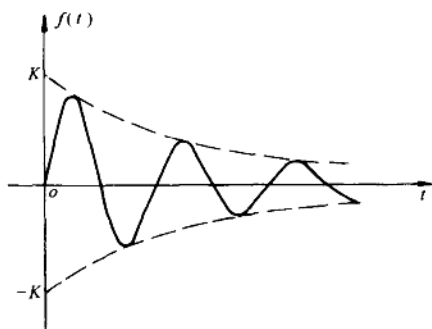


图 2-4 指数衰减的正弦信号

正弦信号和余弦信号常借助复指数信号来表示。由欧拉公式可知

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t$$

$$e^{-j\omega t} = \cos \omega t - j \sin \omega t$$

所以有

$$\sin \omega t = \frac{1}{2j} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) \quad (2-4)$$

$$\cos \omega t = \frac{1}{2} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) \quad (2-5)$$

3. $Sa(t)$ 信号(抽样信号)

$Sa(t)$ 函数即 $Sa(t)$ 信号是指 $\sin t$ 和 t 之比构成的函数, 它的定义如下

$$Sa(t) = \frac{\sin t}{t} \quad (2-6)$$

抽样函数的波形示于图 2-5。我们注意到, 它是一个偶函数, 在 t 的正、负两个方向振幅都逐渐衰减, 当 $t = \pm\pi, \pm 2\pi, \dots, \pm n\pi$ 时, 函数值等于零。

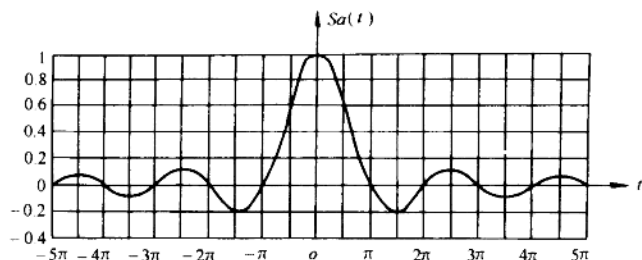


图 2-5 $Sa(t)$ 函数

$Sa(t)$ 函数还具有以下性质:

(1) $Sa(t)$ 是偶函数, 即

$$Sa(t) = Sa(-t) \quad (2-7)$$

(2)

$$\int_0^{\infty} Sa(t) dt = \frac{\pi}{2} \quad (2-8)$$

4. 钟形信号(高斯函数)

钟形信号(或称高斯函数)的定义是

$$f(t) = E e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2} \quad (2-9)$$

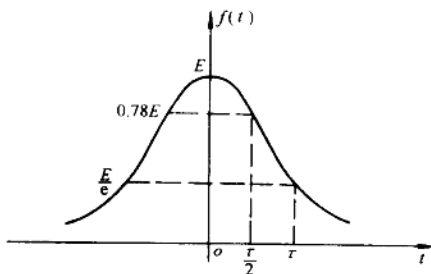


图 2-6 钟形信号

波形如图 2-6。令 $t = \frac{\tau}{2}$ 代入函数式求得

$$f\left(\frac{\tau}{2}\right) = E \cdot e^{-\frac{1}{4}} \approx 0.78E$$

这表明,函数式中的参数 τ 是当 $f(t)$ 由最大值 E 下降为 $0.78E$ 时,所占据的时间宽度。

2.1.3 信号的运算

在信号的传输与处理的过程中往往需要对信号进行运算,某些物理器件可直接实现这些运算功能。我们需要熟悉在运算过程中表达式对应的波形变化,并初步了解这些运算的物理背景。在 2.2 节中,我们将研究信号的频域表示,本节中的信号运算虽然是在时域中进行,但是运算方法在频域中也同样可以进行。

1. 移位、反褶与尺度

若 $f(t)$ 表达式的自变量更换为 $t + t_0$ (t_0 为正或负实数),则 $f(t + t_0)$ 相当于 $f(t)$ 波形在 t 轴上的整体移动,当 $t_0 > 0$ 时波形左移,当 $t_0 < 0$ 时波形右移,如图 2-7 所示。

信号的反褶表示将 $f(t)$ 的自变量 t 更换为 $-t$,此时 $f(-t)$ 的波形相当于将 $f(t)$ 以 $t = 0$ 为轴反褶过来,如图 2-8 所示。

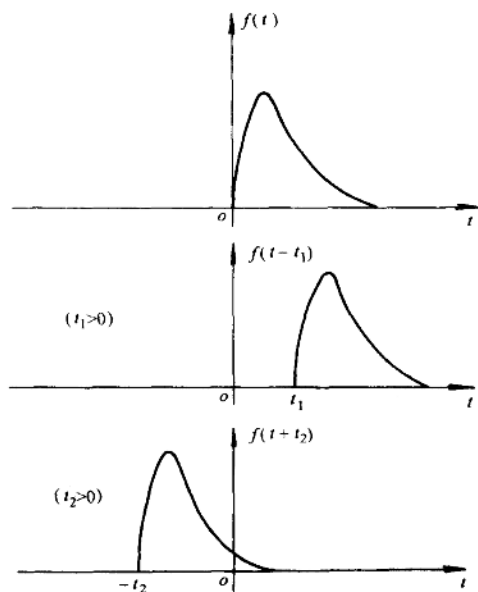


图 2-7 信号的移位

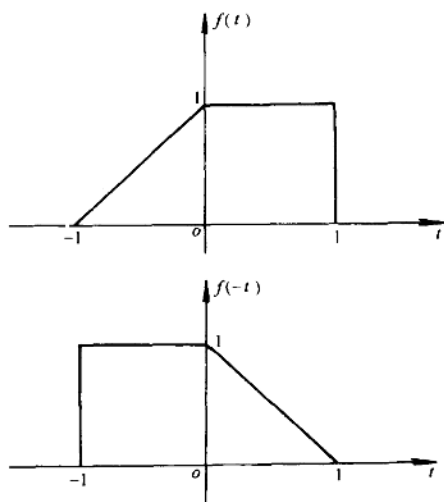


图 2-8 信号的反褶

如果将信号 $f(t)$ 的自变量 t 乘以正实系数 a ,则信号波形 $f(at)$ 将是 $f(t)$ 波形的压缩($a > 1$),或扩展($a < 1$)。这种运算称为时间轴的尺度倍乘或尺度变换,也可简称为尺度。波形示例如图 2-9。

若 $f(t)$ 是已录制声音的磁带,则 $f(-t)$ 表示将此磁带倒转播放产生的信号,而 $f(2t)$ 是

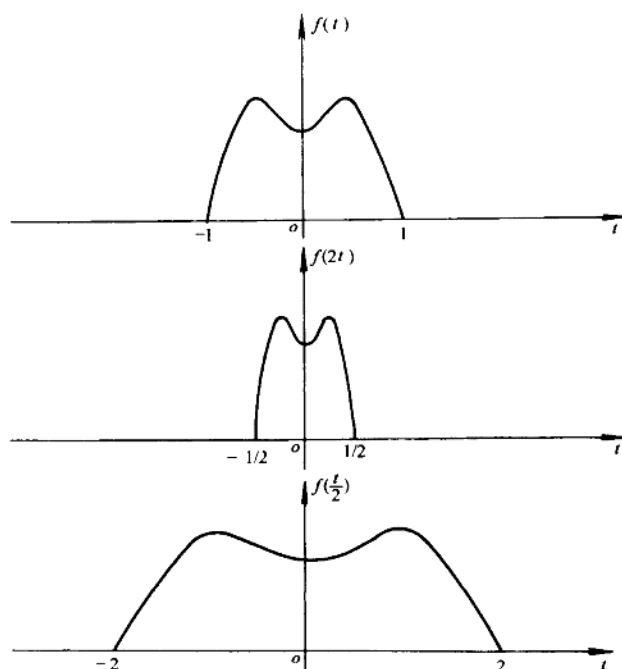


图 2-9 信号的尺度变换

此磁带以二倍的速度加快播放的结果, $f(t/2)$ 则表示原磁带放音速度降至一半产生的信号。

2. 微分和积分

信号 $f(t)$ 的微分运算指 $f(t)$ 对 t 求导, 即

$$f'(t) = \frac{d}{dt} f(t) \quad (2-10)$$

信号的积分运算指 $f(\tau)$ 在 $(-\infty, t)$ 区间内的定积分, 其表达式为

$$\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau \quad (2-11)$$

图 2-10 和图 2-11 分别表示微分运算和积分运算的例子。由图 2-10 可见, 信号经微分后突出了它的变化部分, 若 $f(t)$ 是一幅黑白图像信号, 那么, 经微分运算后将使其图形的边缘轮廓突出。在图 2-11 中, 信号经积分运算后其效果与微分相反, 信号的突变部分可变得平滑, 利用这一作用可削弱信号中混入的毛刺(噪声)的影响。

3. 两信号相加或相乘

下面给出这两种运算的例子。若 $f_1(t) = \sin \Omega t$, $f_2(t) = \sin 8 \Omega t$, 两信号相加和相乘的表达式分别为

$$f_1(t) + f_2(t) = \sin \Omega t + \sin 8 \Omega t$$

$$f_1(t) \cdot f_2(t) = \sin \Omega t \cdot \sin 8 \Omega t$$