

生命与数学

32

李继彬 陈兰孙 著
四川教育出版社

责任编辑：余秉本

生命与数学

四川教育出版社出版 (成都盐道街三号)
四川省新华书店发行 绵阳新华印刷厂印刷

开本787×1092 毫米1/32 印张5.25 字数113千
1986年12月第一版 1986年12月第一次印刷
印数：1—1,900册

书号：7344·591 定价：1.07元

内 容 简 介

本书用生动有趣的事实说明：数学知识、数学技巧和数学模型是如何帮助生物学家们解释诸如遗传规律、心脏猝死、血液循环、人口增长、眼睛接收信息、神经传导与麻醉、种群共存与竞争，以及DNA双螺旋、生命的有序性等等生命现象的；反过来，生命科学中的课题又怎样促进数学研究的发展，导致八十年代的新兴边缘学科奇怪吸引子与混沌动力学的研究，以及人工智能的发展。

本书内容丰富，取材新颖，文字流畅，融趣味性、科学性和通俗性于一体。全书共15节，各节之间相互独立，读者可凭兴趣任意选读各节。全书半数以上章节的内容是获得诺贝尔奖金的科学家们所研究的课题。书中的材料和事例反映了七十年代与八十年代的新科学成果。

本书的读者不需要精通高等数学，受过中学教育的都可读懂。它将使读者们的耳目一新，得以一窥正在飞速发展的生命科学大观园的风光与奥秘。

前 言

我们正站在“生命科学世纪”的大门口，本世纪所发生的一切，正为未来揭开序幕。“阿波罗”登月船成功地把月亮上的泥土带回了地球，“先驱者11号”又把木星和土星的美丽照片展示在我们面前。人类探索宇宙空间的辉煌成就，作为生命的智慧之花，使我们清醒地认识到当今科学技术的进步。这一切，正预示着生命科学大发展的时代已经来临。

除人类之外，在我们这个得天独厚的行星上，到处都洋溢着生命。从生活在南极、北极白雪皑皑的冰雪世界中的企鹅和白熊到热带雨林中的莽莽众生；从翱翔于西藏高原群峰之巅的神鹰到数千米深海中的闪光生物；从森林草原中喧闹的鸟兽昆虫到游荡在大气圈中的生命尘埃；从隐居在土壤中的众多线虫到无处不在的万千微生物……大自然精心雕琢的亿万生命形态，使生物学家的研究对象比物理学家、化学家、数学家们丰富得多，也复杂得多。

近年来，大批数学家、物理学家、化学家和控制论专家，从纯粹数学、理论物理、化学、工程控制等研究部门转向生物科学的研究，这些学科向生物学的渗透，使得生物科学发生了崭新的变化。与生物科学有关的边缘学科如雨后春笋，应运而生。生物数学也是这些正在突飞猛进地发展中的

学科之一。要了解它的内容，需要阅读许多厚厚的专著和浩繁的文献。

献给读者的这本小册子，想用一些有趣的例子与事实来说明数学科学的知识和技巧是怎样被引进生物科学领域的，它们如何帮助生物学家解释各种生命现象，造福于人类；反过来，生物科学又是怎样为数学提供丰富的课题，促进数学本身的发展。

在当今世界，科学的数学化程度，已被看作衡量科学成熟的标准之一。马克思认为^{*}，任何一门科学，只有当它成功地应用了数学时，才算达到了真正完善的地步。生物数学的发展，标志着人类认识自然的深化，也标志着生命科学理论的进一步成熟。

本书的主题既然与数学密切相关，因此，行文中我们不得不引用一些数学概念、公式和定理。只要是稍有一点微积分、概率论和生物学知识的中学生都能看懂书中的内容。如果读者暂时还对某些数学术语与符号不甚清楚，也可以绕过它们而了解到告诉您的主要事实。

^{*}保尔·拉法格：《忆马克思》，见《回忆马克思、恩格斯》人民出版社 1973年版第7页。

目 录

§ 1 同工异曲的遗传统计规律	(1)
1. 奥地利传教士孟德尔	(1)
2. 历时八年的豌豆试验	(2)
3. “3 : 1”的数学解释	(5)
4. 统计数学与“活动遗传基因”理论	(7)
§ 2 大鱼和小鱼是怎样共存的	(10)
1. 女婿与岳父的合作	(10)
2. 两个种群的相互作用——伏尔特拉模型	(11)
3. 方程的解说明了什么	(13)
4. 数学模型的启迪	(16)
§ 3 竞争排斥实验定律及其数学模型	(18)
1. “品酒”的专家——果蝇	(18)
2. 家驴变成野驴的后果	(19)
3. 高舍实验定律	(20)
4. 能用数学模型描述吗	(21)
5. 适应竞争排斥原理的鸟类王国	(23)
§ 4 人口和种群增长的简单数学模型	(25)
1. 人口历史的回顾与展望	(25)
2. 徐光启的人口观与马尔萨斯生长模型	(26)
3. 逻辑斯谛增长模型	(28)
4. 逻辑斯谛方程对人口的预测	(29)

§ 5 数学模型与数学的有效性	(31)
1. 从“笔尖上的发现”谈起.....	(31)
2. 数学的有效性.....	(34)
3. 数学模型的功能.....	(36)
4. 岛屿生物地理学中成功预测的一个例子.....	(38)
5. “到太空制药去!”——数学模型的呼唤.....	(40)
§ 6 神经怎样传递信息?	(44)
1. “闻风而动”的蟑螂.....	(44)
2. 信息、知识和人工智能.....	(45)
3. 神经元.....	(46)
4. 乌贼轴突的研究与H—H方程.....	(47)
§ 7 孤立波与神经麻醉	(52)
1. 勇往直前的波.....	(52)
2. 孤立波与孤立子.....	(53)
3. 人工制造的孤立子.....	(54)
4. 脑神经麻醉的孤立波解释.....	(55)
§ 8 节肢动物的复眼及其侧抑制作用方程	(57)
1. 节肢动物的复眼.....	(57)
2. 奇特的“活化石”——鲎.....	(59)
3. 精心的实验, 重大的发现.....	(61)
4. 哈特莱因——雷特利夫方程.....	(62)
5. 侧抑制作用的视觉功能.....	(63)
§ 9 心脏猝死的拓扑学机理	(65)
1. 一次海难之谜.....	(65)
2. 献身科学的生理学家.....	(66)
3. 拓扑学——橡皮膜上的几何学.....	(67)

4. 外加刺激后的心搏特征·····	(68)
5. 拓扑学原理的预见·····	(71)
§ 10 血液流动的弹性腔模型·····	(75)
1. 血循环理论的殉葬者·····	(75)
2. 心脏瓣膜上的钢针·····	(76)
3. 血液流动的简单模型·····	(77)
4. 血液动力学方程·····	(79)
§ 11 奇妙的DNA双螺旋·····	(81)
1. 细胞“市镇”的“大老板”·····	(81)
2. DNA双螺旋的局部结构·····	(83)
3. 遗传复制的奥秘·····	(84)
4. DNA的整体超螺旋结构·····	(87)
5. 扭结曲线的环绕数·····	(89)
6. 高明的“剪接师”——拓扑异构酶·····	(91)
§ 12 CT扫描仪的数学原理·····	(94)
1. 什么是CT扫描仪?·····	(94)
2. 二维重建的数学思想·····	(95)
3. 图象重建的实现·····	(98)
4. 数学与计算技术应用成功的范例·····	(99)
§ 13 生命与耗散结构理论·····	(101)
1. 一个尚未解决的问题·····	(101)
2. 解释生命及其进化之路·····	(102)
3. 热力学第二定律与达尔文进化论·····	(104)
4. 非平衡热力学与耗散结构·····	(106)
5. 生命靠负熵维持·····	(108)
6. 分岔减少熵·····	(109)

7.生命的复杂性.....	(110)
§ 14 人工智能、数学模型与计算机诊病.....	(112)
1.智能计算机——信息化社会的需要.....	(112)
2.人工智能与第五代计算机.....	(115)
3.知识库专家系统和知识工程.....	(117)
4.描述人类智能模糊性的数学.....	(120)
5.数学模型与中医电脑诊断系统.....	(122)
6.从幻想到现实之路.....	(124)
§ 15 虫口方程的启示——混沌与奇怪吸引子.....	(127)
1.牛顿理论的确定性.....	(128)
2.有趣的面包师变换.....	(129)
3.虫口方程的简单迭代.....	(130)
4.一维迭代关系的不动点和 n 周期点.....	(133)
5.虫口方程的动力学行为.....	(135)
6.普适常数与湍流实验.....	(143)
7.奇怪吸引子.....	(146)
8.非整维数.....	(148)
9.动力学的新理论——混沌学.....	(152)
10.混沌转变与生物医学.....	(154)

数学常常随着对数据和资料的收集、组织 and 解释而进入生物学领域。

〔美〕汤普森 (Thompson)，〈引自《自然杂志》6卷6期。〉

§ 1 同工异曲的遗传统计规律

在上一个世纪和本世纪，有两位科学家对遗传规律作出过重大发现。有趣的是，他们获得成就所用的方法和取得成果后的遭遇极其类似：他们都应用了数学的统计方法，他们的成果都被埋没了多年才被人们再次发现。

1. 奥地利传教士孟德尔

人们常说：种瓜得瓜、种豆得豆。两只黑毛兔生出黑毛兔比生出白毛兔的可能性大。卷发的父亲或母亲往往有卷发的子孙后代。人的相貌特征甚至性格一般都象父母的一方。如何解释这些现象呢？

最早用科学方法解释上述现象的人，是一位名叫格利戈尔·孟德尔的奥地利传教士，他称上述现象为遗传特性。

1822年7月，孟德尔出生于今天的捷克斯洛伐克北部、奥德河上游附近的农村。他的父亲爱好园艺，是嫁接果树的行家，这对小孟德尔的兴趣有很大影响。

1843年10月，中学毕业后又学过两年哲学的孟德尔，选择了在当时的奥地利“一辈子不会挨饿”的职业，进布鲁恩城

奥克斯丁教派的圣托马斯修道院当了一名教士。从此，他取了“格利戈尔”的教名。三年后，他当了神父，以后又当过主教，还在该城的一所中学里当过代课教师。

1851年10月，经修道院院长推荐，孟德尔得到去维也纳大学深造的机会。在那里，他接受了严格而系统的自然科学教育，还学习了高等数学。大学的训练为他后来的科学研究奠定了基础。

2. 历时八年的豌豆试验

孟德尔从维也纳回到布鲁恩以后，应高等技术学院院长邀请，在该校教生物课。此间，从1886年开始，他在修道院内一块大约长35米、宽7米的园地里开始了他著名的豌豆实验。

图1.1左边是豌豆花的图形。每朵豌豆花由雄蕊和雌蕊组成，雄蕊的花粉落到同一朵花的雌蕊上，实现自花授粉。一粒花粉产生一个精细胞，精细胞经过雌蕊进入子房内与卵细胞结合，使卵细胞受精，形成一个胚珠，每个胚珠发育成一颗种子，如图1.1右边所示。

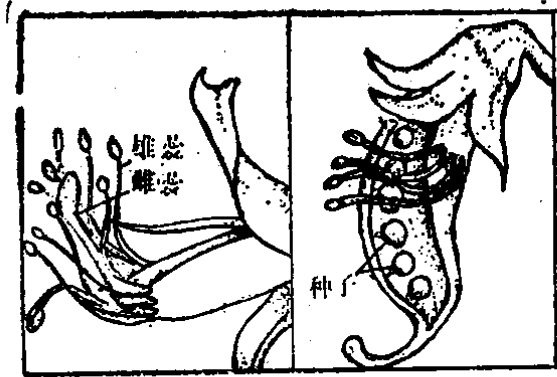


图1.1

豌豆花的自花授粉性质非常适宜于作遗传试验。如果选择具有某种性质的植株，坚持进行自花授粉，一代一代地传下去，就可以了解这棵植株的亲代与子代（纯种）的性状。反过来，如果从一棵植株的雄蕊上取花粉洒在摘去雄蕊

的另一植株的雌蕊上，进行“异花授粉”，就会产生杂交的品种。

孟德尔从许多商人那里买了34个品种的豌豆，这些豌豆都有某种可以相互区分的性状。例如：其种子是圆形的或皱皮的，豆荚是黄色的或绿色的，植株是高茎的或矮茎的等等。他从中选出22种作试验。

以对黄豆荚和绿豆荚的试验为例。孟德尔分别种下一批结黄豆荚和绿豆荚的豌豆，长成后让它们各自自花授粉，豌豆成熟后分别收集起来再种下去。仔细观察可以发现，就豆荚的颜色而论，黄荚作物是纯种的，它的下一代全是黄豆荚。但绿荚作物不纯，它的子代有的是黄荚，有的是绿荚，这是为什么呢？

孟德尔决定进行杂交试验。他第二次分别种下一批绿荚豌豆和黄荚豌豆，长成后进行异花授粉。结果发现，不论是将绿荚植株的花粉传给黄荚植株，还是反过来，杂交的结果都一样，子代都是绿色豆荚，而没有黄色豆荚。这样一种绿色性状比黄色性状占优势的性质，孟德尔称它为“显性”性状，而称黄荚颜色为“隐性”性状。试问：隐性性状会永远“隐”住吗？

为了回答这个问题，孟德尔再次将绿荚的下一代种子种下去，让每个植株自花授粉，再将收获的种子种下去，产生第三代果实。他没有想到，第三代的植株，有的结黄荚，有的结绿荚。换言之，隐性性状在第三代又出现了。这样的杂交第二代性状与第一代不同的“分离”性质有什么数量表现呢？

孟德尔是受过数学训练的科学工作者，他数出580颗杂

交种绿豆荚种子，繁殖第三代。经过一年的精心栽培和统计，他发现其中有152颗结黄荚，428颗结绿荚，未成熟豆的绿荚与黄荚的数量比约为3：1。

孟德尔在八年的种植豌豆实验中，还同时观察了其他性状，他的试验结果如下表：

孟德尔的杂交豌豆试验结果

	显性性状	隐性性状	比率
种子形状	5474粒圆形	1850粒有皱纹	2.96:1
胚乳颜色	6022粒黄色	2001粒绿色	3.01:1
种子表皮颜色	705粒灰褐色	224粒白色	3.15:1
豆荚形状	882荚饱满	299荚萎缩	2.95:1
未成熟豆荚的颜色	428荚绿色	152荚黄色	2.82:1
花的位置	中轴，651朵	顶生，207朵	3.14:1
茎长度	787株长	277株短	2.84:1
平均			2.98:1
结论			3:1

显性性状与隐性性状的比，即是具有这些性状的豌豆数之比近似等于3:1。这就是后人称为孟德尔第一定律：“分离性定律”。

除了发现“分离性定律”以外，孟德尔还同时对具有两对或两对以上性状的植株进行杂交，产生第二代杂交品种，再繁殖第三代。结果他发现，每个性状同样按3:1的比例独立分离，互不干扰。这条规律，称为孟德尔第二定律，即“自由组合律”。

孟德尔的遗传定律和数学挂上了钩。“3：1”这个分离比数，正如数学上的圆周率和黄金分割一样，金光闪闪地载入了生物科学的史册。

3. “3：1”的数学解释

孟德尔在统计试验的基础上，推测豌豆的遗传性状必包含有某种物质因素，他称之为“遗传因子”。他认为豌豆的每种特性（例如豆荚的颜色）由两个遗传因子决定，一个是显性因子R（决定绿荚），另一个是隐性因子r（决定黄荚）。每个植株都产生精子和卵子，每个精子和卵子各得两个遗传因子中的一个；一个受精卵包含两个遗传因子，一个来自精子，另一个来自卵子，当豌豆的两个品种杂交后，子一代表现为绿荚是显性性状，表现黄荚为隐性性状，而子二代群体就会出现分离现象，可以用图1.2来说明。从正方形内的图形可见，子二代出现3：1的比例。

精心的统计和慎密的分析，使孟德尔发现了上述的遗传规律。今天学过概率论的中学生很容易对分离定律作出数学的解释。

设R与r分别表示两种不同性状的遗传因子，两种植株实

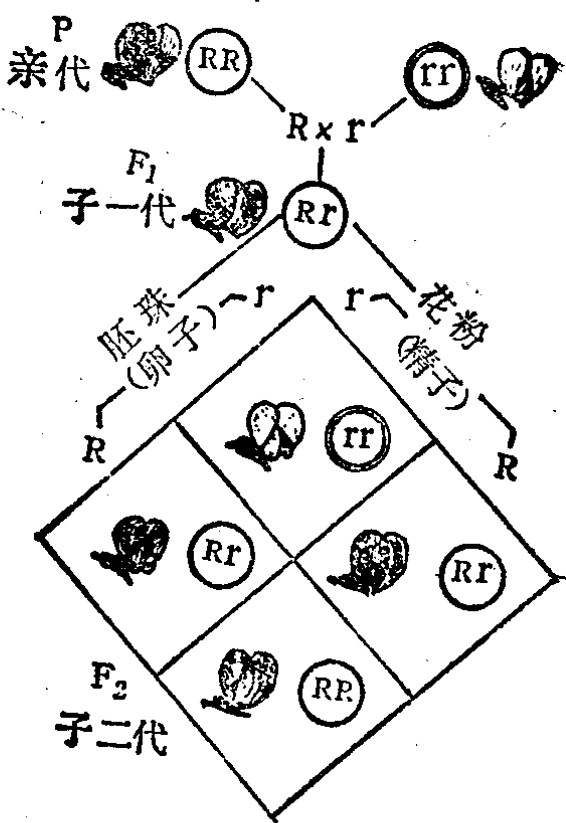


图1.2

行杂交，产生子一代 F_1 。对一代 F_1 实行自花授粉，产生子二代 F_2 。双亲同时独立地各以 $\frac{1}{2}$ 的概率把R与r传给子二代。用p表示概率，A表示“ F_2 是RR型”，B表示“ F_2 是Rr型”，C表示“ F_2 是rr型”，用 D_1 与 D_2 分别表示“花粉传给 F_2 的遗传因子是R型与r型”，用 E_1 与 E_2 分别表示“胚珠内卵子传给 F_2 遗传因子是R型与r型”。于是

$$P(A)=P(D_1E_1)=P(D_1)P(E_1)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

$$P(B)=P(D_1E_2)+P(D_2E_1)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$$

$$P(C)=P(D_2E_2)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

因为绿色豆荚是显性的，因此，RR型与Rr型个体的表现性状是相同的，于是出现绿豆荚的概率为 $\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ ，出现黄豆荚的概率为 $\frac{1}{4}$ ，两者概率之比是3：1。

用类似的数学方法也可以验证“自由组合定律”。由此可见，孟德尔的两个定律，实际上是生物统计规律，只有用概率论的观点才能作出严格的解释。孟德尔的成功在于他不仅着眼于质的区别，而且精心致力于量的统计。选择了豌豆这类便于分离计数的植物进行实验，因而能在辛勤的探索中揭示出扑朔迷离的遗传规律。

遗憾的是，孟德尔在世时，他的重大发现未受到人们的重视，而被埋没长达35年之久。直到他逝世了十六年后的1900年，他的成果才被后辈科学家再发现。今天，人们已经知道，孟德尔的“遗传因子”就是染色体的遗传基因。分子

生物学家已经用现代分析仪器和电子显微镜进一步揭示了遗传的奥秘，后面我们还要详谈，孟德尔的早期发现，证明他不愧是一位与达尔文等大生物学家相提并论的科学巨人。

4. 统计数学与“活动遗传基因”理论

本世纪三十年代，美国康奈尔大学生物学女博士麦克林托克来到了纽约州冷泉港的卡内基实验室工作。在观察印地安种玉米籽粒颜色的时候，她发现，玉米籽粒的颜色并不稳定，似乎与孟德尔的遗传定律不大一致，应该全部是黑色的玉米粒竟会出现斑斑点点，甚至有的是无色的。这是什么原因造成的呢；求知欲促使她用传统的孟德尔统计试验方法辛勤地去探索玉米颜色的奥秘。在冷泉港，每年春季，她种下玉米，根据精心制定的遗传杂交计划审慎地使萌发的植物受精，在整个夏季观察这些植株的生长，并在漫长寂静的冬天，对所得的结果进行统计分析，统计数学成为陪伴她过冬的亲密朋友，并帮助她谱写出了与孟德尔同工异曲的遗传规律之歌。

年复一年地观察、记录、统计和分析，麦克林托克对玉米的变化了若指掌。四十年代，她提出了一个全新的观点：造成玉米粒颜色的基因不断地在变换位置，染色体上排列成串的基因并不是固定的，而是以不规则的方式在运动着，它们可能从染色体的一个位置跳到另一个位置，从一条染色体跳到另一条染色体。她称能够自发转移的基因是“转座因子”。

1951年，在冷泉港生物专题学术会议上，她报告了自己

提出的可移动基因调控模型。她认为,决定玉米颜色的基因除了专管颜色的“结构基因SG”外,还受两个“控制因子”的影响,一个是解离因子Ds,另一个是激活因子Ac。Ds又受Ac控制。两个控制因子可在染色体上活动。当它们转移到SG附近时,Ds可抑制SG的功能,引起染色体断裂。如果两个控制因子离开SG原来的位置时,SG的功能又能恢复。因此,如果SG原来决定玉米籽粒是黑色的,Ds可能完全抑制色素产生,结果形成

无色籽粒;如果Ds先抑制SG,后来又受Ac控制而离开,结果可能出现一颗有斑点或杂色的籽粒。

麦克林托克的报告受到冷遇,文章虽然发表了,但多年受人们否定或忽视。麦克林托克并不灰心,她继续单枪匹马、坚持不懈地努力。科学不负苦心人。在六十年代,一些生物学家用电子计算机进行数值统计分析,证实了活动遗传基因理论的正确性。七十年代,生物学家在基因工程实验中,发现基因在细菌中频繁移动,不久又发现果蝇体内和酵母中也有同样情况。数值分析与实验都进一步证实了麦氏理论的正确性。生物学家们进一步发现,基因的“移动”,犹

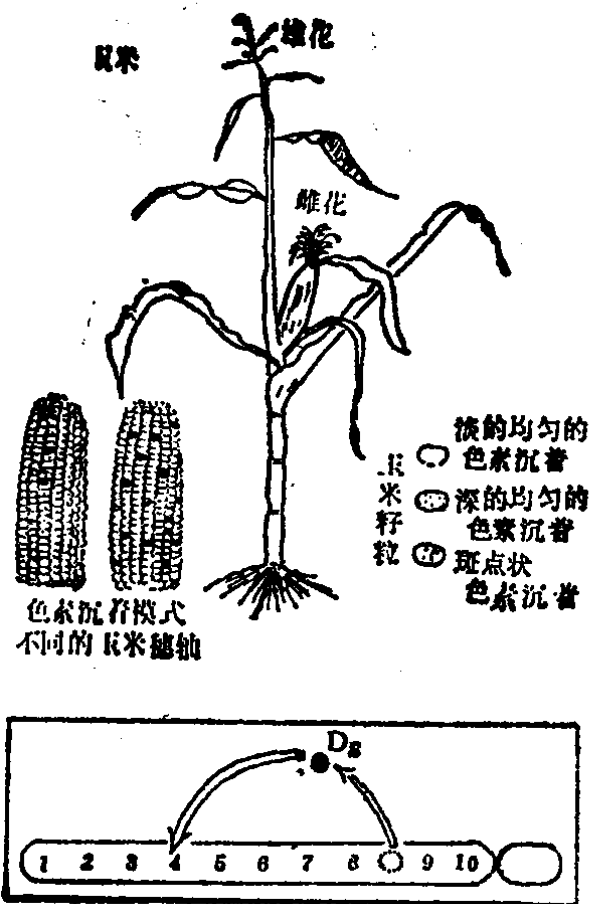


图1.3