经济学硕士和MBA硕士入学考试数学复习指南

严守权 主编

中国人民大学出版社

经济学硕士和 MBA 硕士入学考试数学复习指南

严守权 主编
撰稿人 严守权 张学贞 褚永增

中国人民大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

经济学硕士和MBA硕士入学考试数学复习指南/严守权主编
北京:中国人民大学出版社,1995

ISBN 7-300-02104-2/F·617
Ⅰ.经…
Ⅱ.严…
Ⅲ.数学-研究生-入学考试-自学参考资料
Ⅳ.01
中国版本图书馆CIP数据核字(95)第06958号

经济学硕士和MBA硕士
入学考试数学复习指南
严守权 主编

出版 发行:中国人民大学出版社
(北京海淀路175号 邮码 100872)
经 销:新华书店
印 刷:北京市丰台区丰华印刷厂

开本:850×1168毫米 1/32 印张:15.25
1995年6月第1版 1995年6月第1次印刷
字数:377 000 册数:1-15 000

定价:18.00元

前　言

国家教委决定，工学、经济学及MBA硕士研究生入学数学考试实行统一命题和统一考试，并相应颁布了《数学考试大纲》。为了帮助报考经济学硕士和MBA硕士研究生的考生较系统地复习大纲所规定的内容和要求，熟悉统考命题的特点，我们根据国家教委1995年制订的《数学考试大纲》、近几年统考命题的特点以及历年辅导考研和评卷经验，组织编写了这本复习指南。

本书严格按照国家教委1995年制定的《数学考试大纲》要求编写。全书分为“考试大纲的内容和要求”、“近年统考试题分类解析”和“模拟试题”三篇。

第一篇“考试大纲的内容和要求”，按大纲规定分成“微积分”、“线性代数”和“概率论”三章，每章又分成若干节，每一节包括“内容提要”、“例题解析”和“练习与答案”三部分。“内容提要”部分系统、简要地介绍了大纲划定的基本概念、定理、公式及应用等内容，有助于考生复习时，对考试范围有一个系统而又明确的了解；“例题解析”部分，按大纲规定的内容和题型，精选了大量的具有典型性和难易适度的例题，并进行了深入浅出的分析和解答，有助于提高考生的解题能力；“练习与答案”部分精选了较多的练习题，供考生系统复习后检测自己的复习效果和提高解题能力。

第二篇“近年统考试题分类解析”，对1991～1994年经济学

硕士研究生入学考试的数学四五统考试题进行分类解析。根据历年评卷经验，我们特别加强了对客观性试题的分类解析。

为了帮助考生在系统复习的基础上，检测自己的复习效果，在第三篇“模拟试题”中，给出了数学四五及MBA各三份完整的试题，并配有参考答案。建议使用本书备考的考生，按正式考试的要求，在三个小时以内解答一份，然后再对照答案检查自己复习的效果，发现自己存在的问题。另外，书后还附有1993年数学四五统考试题及参考解答。

考虑到数学五的考试范围与MBA的考试范围完全一致，并与数学四的相应内容相同，为了节省篇幅，我们将其合并编写，将数学四要求而数学五及MBA不要求的内容用“*”号标出，因此，凡报考数学五和MBA的考生，对标有“*”的部分可略去不看。

本书是按《数学考试大纲》编写的，其基本内容与国家教委审定的财经类专业核心课程《经济数学基础》教学大纲的内容和要求基本相同，因此，本书也可作为高等院校财经类专业本科生学习《经济数学基础》的参考书。

汪洲教授仔细审阅了全部书稿，张南岳教授审阅了部分书稿，李赛时老师参加了部分初稿的编写。中国人民大学出版社的梁晶老师对本书的出版给予了极大的支持和帮助，徐力坚和潘旭燕老师为本书的出版做了大量的工作，在此，我们向他们表示衷心地感谢。

由于我们水平有限，加上编写时间仓促，书中难免有疏漏和错误，欢迎读者批评指正。

编　者

1995年4月

目　录

第一篇　经济学硕士和MBA硕士入学考试数学考试大纲的内容和要求

第二篇　数学四、五 1991—1994 年统考试题分类解析

第三篇　模拟试题

第一篇　经济学硕士和MBA硕士入学考试数学考试大纲的内容和要求

第一章　微 积 分

一、函数、极限、连续

(一)内 容 提 要

1. 函数概念．

设 D 为一个非空实数集，如果存在一个对应法则 f，使得对于每一个 $x \in D$，都能由 f 唯一地确定一个实数 y，则称对应法则 f 为定义在实数集 D 上的一个函数．称 D 为函数 f 的定义域，常记作 D_f，称 x 为自变量，y 为因变量．通常习惯上也直接称 y 是 x 的函数，记作 $y=f(x)$，$x \in D_f$. y 对应自变量 $x \in D_f$ 的所有取值组成的集合称为函数 f 的值域，记作 Z 或 Z_f. 常用的函数表示法有：图示法、公式法和表格法．

函数的几何特性：

有界性　设函数 $f(x)$ 在集合 D 上有定义，如果存在一个正常数 M，使得对任意 $x \in D$，恒有 $|f(x)| < M$，则称函数 $f(x)$ 在 D 上有界，否则称 $f(x)$ 在 D 上无界．

单调性　设函数 $f(x)$ 在某区间 D 上有定义，如果对于任意的 $x_1, x_2 \in D$，且 $x_1 < x_2$，恒有 $f(x_1) < f(x_2)$（或 $f(x_1) > f(x_2)$）成立，则称函数 $f(x)$ 在 D 上单调增加（或单调减少）．单调增加与

单调减少函数统称单调函数.

周期性　设函数 $f(x)$ 在集合 D 上有定义，如果存在常数 $T > 0$，使得对任意 $x \in D$，恒有 $f(x+T)=f(x)$ 成立，则称 $f(x)$ 为周期函数，满足上式的最小正数 T_0 称为 $f(x)$ 的周期.

奇偶性　设函数 $f(x)$ 在集合 D 上有定义，且 D 关于原点对称；若对任意 $x \in D$，恒有 $f(x)=f(-x)$（或 $f(x)=-f(-x)$），则称函数 $f(x)$ 为偶函数（或奇函数）.

反函数、复合函数、隐函数、分段函数.

基本初等函数与初等函数：常数函数 $y=c$（c 为常数），幂函数 $y=x^{\alpha}$（α 为常数，且 $\alpha \neq 0$），指数函数 $y=a^x$（$a \neq 1, a>0$），对数函数 $y=\log_a x$（$a \neq 1, a>0$），三角函数和反三角函数称为基本初等函数（定义域、主要性质和图形从略）. 由基本初等函数经有限次四则运算或有限次复合生成的函数称为初等函数.

简单的经济函数：在生产和经营活动中，成本、收入、利润关于产品的产量或销量 x 的函数关系分别称为总成本函数，记为 $C(x)$；总收入函数，记为 $R(x)$；总利润函数，记为 $L(x)$. 一般地说，$C(x)=$固定成本+可变成本；$R(x)=px$，其中 p 为产品的销售单价，x 为销量；$L(x)=R(x)-C(x)$. 商品的市场需求量 Q_d 和市场供给量 Q_s 相对商品价格 p 的函数关系，分别称为商品的需求函数 $f_d(p)$ 和供给函数 $f_s(p)$.

2. 极限概念.

设有数列 $\{u_n\}$ 和常数 A，如果对于任意给定的 $\varepsilon>0$，存在正整数 N，使得当 $n>N$ 时，总有不等式 $|u_n-A|<\varepsilon$ 成立，则称常数 A 为数列 $\{x_n\}$ 的极限，记作 $\lim\limits_{n\to\infty} u_n=A$ 或 $u_n \to A(n\to\infty)$.

设有函数 $f(x)$ 和常数 A，如果对于任意给定的 $\varepsilon>0$，存在正数 $\delta>0$，使得当 $0<|x-x_0|<\delta$ 时，总有不等式 $|f(x)-A|<\varepsilon$ 成立，则称常数 A 为函数 $f(x)$ 在 $x\to x_0$ 时的极限，记作

$$\lim_{x\to x_0} f(x)=A \text{ 或 } f(x)\to A(x\to x_0)$$

如果对任意给定的 $\varepsilon>0$，存在正数 $\delta>0$，使得当 $0<x-x_0<\delta$（或 $0<x_0-x<\delta$）时，恒有不等式 $|f(x)-A|<\varepsilon$ 成立，则称常数 A 为 $x\to x_0^+$（或 $x\to x_0^-$）时函数 $f(x)$ 的右极限（或左极限），记作

$$\lim_{x\to x_0^+} f(x)=A \left(\text{或} \lim_{x\to x_0^-} f(x)=A\right)$$

或简记为

$$f(x_0+0)=A(\text{或 } f(x_0-0)=A)$$

类似地可定义 $x\to\infty, x\to+\infty, x\to-\infty$ 时，$f(x)\to A$ 的极限概念，分别记为

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=A,\ \lim_{x\to+\infty} f(x)=A,\ \lim_{x\to-\infty} f(x)=A$$

函数极限 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 存在且等于 A 的充分必要条件是：

$$f(x_0-0)=f(x_0+0)=A \quad (x_0 \text{ 可以为} \infty)$$

无穷小与无穷大 极限为零的变量称为无穷小量. 在自变量的某个变化趋势下，若函数 $f(x)$ 的绝对值无限地增大，则称 $f(x)$ 为无穷大量. 有限个无穷小量的和仍为无穷小量. 有限个无穷小量的积仍为无穷小量. 无穷小量与有界变量之积仍为无穷小量. 无穷小量除以极限不为零的变量，其商仍为无穷小量. 若 α、β 为同一变化趋势下的无穷小量，且 $\lim \dfrac{\beta}{\alpha}=\rho$，则当 $\rho=0$ 时，称 β 为比 α 高阶的无穷小量，当 $\rho=\infty$ 时，称 β 为比 α 低阶的无穷小量，当 $\rho=c\neq0$ 时，称 β 为与 α 同阶的无穷小量，特别地当 $\rho=1$ 时，称 β 为与 α 等价的无穷小量，记作 $\alpha\sim\beta$.

$\lim f(x)=A$ 的充分必要条件是，函数 $f(x)$ 可表示为常数 A 与无穷小量 α 之和.

如果极限 $\lim f(x)$ 和 $\lim g(x)$ 都存在，则有运算法则：

$$\lim[f(x)\pm g(x)]=\lim f(x)\pm\lim g(x)$$

$$\lim[f(x)g(x)]=\lim f(x)\cdot\lim g(x)$$

$$\lim \frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\lim f(x)}{\lim g(x)} \quad (\lim g(x)\neq 0)$$

两个重要的极限：

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$，$\lim\limits_{\varphi(x)\to 0}\dfrac{\sin\varphi(x)}{\varphi(x)}=1$

(2) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\dfrac{1}{x})^x=e$，$\lim\limits_{x\to\infty}(1+\dfrac{1}{n})^n=e$

3. 函数的连续性.

设函数 $f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内有定义，若有 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$，则称函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续，称 x_0 为 $f(x)$ 的连续点；如果函数 $f(x)$ 在某区间内每一点都连续，则称 $f(x)$ 在该区间内连续. 如果函数 $f(x)$ 在点 x_0 处，或者无定义，或者无极限，或者极限不等于函数值 $f(x_0)$，则称 $f(x)$ 在点 x_0 处间断，称 x_0 为 $f(x)$ 的间断点.

初等函数在其定义区间内连续.

如果函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续，则有

(1) $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上取到最大值和最小值（最大值、最小值定理）；

(2) $f(a)\neq f(b)$ 时，对介于 $f(a)$ 和 $f(b)$ 之间的任一实数 c，必存在一点 $\xi\in[a,b]$，使得 $f(\xi)=c$（介值定理）.

（二）例题解析

1. 填空.

(1) 已知 $f(e^x-1)=x^2+1$，则 $f(x)$ 的定义域为____.

(2) 设函数 $y=\cos x$ 在 $(-\pi,0)$ 有定义，则其反函数为____.（用反三角函数表示）

(3) 当 $x\to\infty$ 时，若 $f(x)=\dfrac{px^2-2}{x^2+1}+3qx+5$ 为无穷大量，则 p 为____，q 为____，若 $f(x)$ 为无穷小量，则 p 为____，q 为____.

(4) 已知 $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+ax+b}{x-2}=5$，则 $a=$____，$b=$____.

(5) 函数 $f(x)=\dfrac{e^{2x}-1}{x(x-1)}$ 的可去间断点为 $x_0=$____；补充定义 $f(x_0)=$____，则函数在 x_0 处连续.

答：(1) $(-1, +\infty)$ (2) $x=\arccos(-y)-\pi$

(3) p 为任意常数，q 为非零常数；p 为 -5，q 为零

(4) $a=1$，$b=-6$ (5) $x_0=0$，$f(x_0)=-2$.

解析：(1) 求函数 $f(x)$ 的定义域时，一般应先求出 $f(x)$ 的解析式．为此，令 $u=e^x-1$，或 $x=\ln(1+u)$，可得 $f(x)=\ln^2(x+1)+1$，故 $f(x)$ 的定义域为 $(-1, +\infty)$.

(2) $y=\cos x$ 在 $(-\pi,0)$ 内严格单调增，存在反函数，由于 $\arccos x$ 的值域为 $(0,\pi)$，若要用反三角函数表示 $y=\cos x$ 在 $(-\pi, 0)$ 内的反函数，需先作变换．$x\in(-\pi,0)$ 时，$y=\cos x=-\cos(x+\pi)$，由 $0<x+\pi<\pi$ 可得 $x=\arccos(-y)-\pi$.

(3) 通分得 $f(x)=\dfrac{3qx^3-(p+5)x^2+3qx+3}{x^2+1}$，于是，当 $x\to\infty$ 时，若 $q\neq 0$，则 $f(x)$ 为无穷大量，若 $q=0$ 且 $p=-5$，则 $f(x)$ 为无穷小量.

(4) 由已知，x^2+ax+b 必含 $x-2$ 的因子，可设为 $(x-2)(x-c)$，即有 $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+ax+b}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}(x-c)=5$，从而得 $c=-3$，再由 $x^2+ax+b=(x-2)(x+3)=x^2+x-6$. 得，$a=1$，$b=-3$.

(5) $f(x)$ 的间断点为 0 和 1. 仅当 $x\to 0$ 时，$f(x)$ 有有限极限 -2，所以可去间断点为 0，并取 $f(0)=-2$.

2. 选择题(每小题给出的四个选项中，只有一项正确).

(1) 设 $f(x)=\begin{cases}x^2 & x\geqslant 0\\ 2x & x<0\end{cases}$，$g(x)=\begin{cases}x & x\geqslant 0\\ -2x & x<0\end{cases}$

则 $x\leqslant 0$ 时，$f[g(x)]=$ ( ).

(A) $2x$ (B) x^2 (C) $4x^2$ (D) $-4x^2$

(2) $f(x)=\begin{cases}\cos x-x, & -\pi\leqslant x<0\\ \cos x+x, & 0\leqslant x\leqslant\pi\end{cases}$ 在其定义域内为(　).

(A) 无界函数　(B) 偶函数　(C) 单调函数

(D) 周期函数

(3) 在同一变化过程中,结论(　)成立.

(A) 两个无穷大之差为无穷小

(B) 无穷大与有界变量的乘积仍为无穷大

(C) 有限个无穷大的乘积仍为无穷大

(D) 无穷大除以不为零的变量,其商仍为无穷大

(4) 若 $x\to 0$ 时, $e^x-\dfrac{ax+1}{bx+1}$ 是比 x^2 高阶的无穷小量,则(　).

(A) $a=0,b=0$　　(B) $a=1,b=1$

(C) $a=-\dfrac{1}{2},b=\dfrac{1}{2}$　　(D) $a=\dfrac{1}{2},b=-\dfrac{1}{2}$

(5) 下列函数中,(　)在其定义域内连续.

(A) $\begin{cases}x+1 & x<0\\ x-1 & x>0\end{cases}$　(B) $\begin{cases}e^{-\frac{1}{x}} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$

(C) $\begin{cases}\dfrac{x+\sin x}{x-\sin x} & x\neq 0\\ 1 & x=0\end{cases}$　(D) $\begin{cases}\cos\dfrac{1}{x} & x\neq 0\\ 1 & x=0\end{cases}$

答:(1)C　(2)B　(3)C　(4)C　(5)A

解析:(1)处理分段函数的一般方法是,先处理各分段开区间,然后再单独讨论分段点. 在本题中,当 $x<0$ 时, $g(x)=-2x>0$,故对应于 $f(x)=x^2$,有 $f[g(x)]=[g(x)]^2=4x^2$,又 $g(0)=0$, $f[g(0)]=0^2=0$,综上所述,当 $x\leqslant 0$ 时, $f[g(x)]=4x^2$.

(2) $f(x)$ 的定义域为 $[-\pi,\pi]$, $f(x)$ 在闭区间 $[-\pi,\pi]$ 上连续,故为有界函数;设 $x\in(0,\pi]$,则 $f(x)=\cos x+x$, $-x\in[-\pi,0)$; $f(-x)=\cos(-x)-(-x)=\cos x+x=f(x)$.

同理, $x\in[-\pi,0)$ 时,亦有 $f(x)=f(-x)$,故 $f(x)$ 为偶函数;

由定义易知 $f(x)$既不是单调函数，也不是周期函数．

(3)两个无穷大之差为未定式；无穷小量也属于有界变量，无穷大乘无穷小为未定式，故不一定是无穷大；不为零的变量可能是无穷大．两个无穷大相除为未定式；因此，(C) 正确．

(4) 由已知，$x\to 0$ 时，$\dfrac{e^x-\dfrac{ax+1}{bx+1}}{x^2}\to 0$. 即有

$$\lim_{x\to 0}\frac{(bx+1)e^x-(ax+1)}{x^2(bx+1)}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim_{x\to 0}\frac{(bx+b+1)e^x-a}{3bx^2+2x}$$

$$\xlongequal{b-a+1=0}\lim_{x\to 0}\frac{(bx+2b+1)e^x}{6bx+2}$$

$$\xlongequal{2b+1=0}0$$

可得 $a=\dfrac{1}{2}$，$b=-\dfrac{1}{2}$.

(5)所给函数均为分段函数，且分段点均为间断点，其中仅有(A)的分段点不在定义域内，(A)正确．

3. 计算下列极限．

(1)$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+2x^2+\cdots+100x^{100}}{x+x^2+\cdots+x^{100}}$　　(2)$\lim\limits_{x\to\infty}\left[(x+2)e^{\frac{1}{x}}-x\right]$

(3)$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{1+2+\cdots+n}-\sqrt{1+2+\cdots+n-1}\right)$ $=\frac{\sqrt{2}}{2}$

(4)$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{x^2+1}\sin\dfrac{x^3+2}{x}$

解：(1)$\dfrac{x+2x^2+\cdots+100x^{100}}{x+x^2+\cdots+x^{100}}$为初等函数，且在 $x=1$ 处有定义，连续．即有

$$\text{原极限}=\frac{1+2+\cdots+100}{1+1+\cdots+1}=50.5$$

(2)"$\infty-\infty$"型极限．先变换化为"$\dfrac{0}{0}$"型极限与一个有限极限之和，即有

$$原极限=\lim_{x\to\infty}[x(e^{\frac{1}{x}}-1)+2e^{\frac{1}{x}}]=\lim_{x\to\infty}\frac{e^{\frac{1}{x}}-1}{\frac{1}{x}}+\lim_{x\to\infty}2e^{\frac{1}{x}}$$

$$=1+2=3$$

其中因为 $e^{\frac{1}{x}}-1\sim\frac{1}{x}$. 故$\dfrac{e^{\frac{1}{x}}-1}{\frac{1}{x}}\to 1$.

(3)"$\infty-\infty$"型极限,先变换化为"$\frac{\infty}{\infty}$"型,即有

$$原极限=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{1+2+\cdots+n}+\sqrt{1+2+\cdots+n-1}}=0$$

(4)当 $x\to\infty$ 时,$\frac{x}{x^2+1}\to 0$,且 $|\sin\frac{x^3+2}{x}|\leqslant 1$,故由无穷小量与有界变量乘积仍为无穷小量的性质确定原极限为零.

以上例子说明,求极限时,首先要分析极限的类型特征.一般地说,若函数 $f(x)$是初等函数,且 x_0 在定义域内,则有 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=f(x_0)$.若极限式中含有有界变量,则应该考虑设法利用无穷小量与有界变量乘积仍为无穷小量的性质.若极限为未定式,一般要化为"$\frac{0}{0}$"或"$\frac{\infty}{\infty}$"型,设法消去零因子或无穷大因子,再利用极限运算法则或两个重要极限等方法定值,下一节将介绍用罗必塔法则对未定式定值,往往更为简便.

4. 检查下列运算是否正确,若不正确,写出正确运算过程.

(1)$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\mathrm{arctg}x}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\mathrm{arctg}x$

$$=0\cdot\lim_{x\to\infty}\mathrm{arctg}x=0$$

(2)$\lim\limits_{n\to\infty}(\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{2}{n^2}+\cdots+\dfrac{n}{n^2})=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n^2}+\cdots+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2}$

$$=0+0+\cdots+0=0$$

(3)$\lim\limits_{x\to 1}(\dfrac{4x}{1-x^2}-\dfrac{1+x}{1-x})=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4x}{1-x^2}-\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1+x}{1-x}$

$$=\infty-\infty=0$$

(4) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2+3}{x^2-3x+2}=\dfrac{\lim\limits_{x\to 2}(2x^2+3)}{\lim\limits_{x\to 2}(x^2-3x+2)}=\dfrac{11}{0}=\infty$

(5)因为 $\dfrac{x^2-1}{x^2-3x+2}=\dfrac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-2)}=\dfrac{x+1}{x-2}$，所以

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x-2}=-2$$

(6) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x^2)^{\frac{1}{x}}=[\lim\limits_{x\to 0}(1+x^2)]^{\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}}=1^{\infty}=1$

(7) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\sec x}=\lim\limits_{x\to\infty}(1+x)^{\frac{1}{x}\frac{x}{\sin x}}=\lim\limits_{x\to\infty}e^{\frac{x}{\sin x}}=e$ $=\lim(1+x)^{\frac{1}{x}\cdot\frac{x}{\sin x}}=e^{1}=e$

(8)因为 $\sin x\sim x$　所以 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-x}{x^2}=0$

答：(1)错．$x\to\infty$ 时，$\mathrm{arctg}x$ 极限不存在，不能用运算法则．正确解法是：由于 $|\mathrm{arctg}x|<\dfrac{\pi}{2}$，且当 $x\to\infty$ 时，$\dfrac{1}{x}$ 为无穷小量，故原极限 $=0$.

(2)错．原极限是由无穷多个无穷小量的和构成，不能运用关于有限个函数和的极限运算法则．正确的解法是利用求和公式先合并，再定值．即：

$$\text{原极限}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{n^2}(1+2+\cdots+n)$$
$$=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{n^2}\cdot\frac{n(n+1)}{2}=\frac{1}{2}$$

(3)错．$x\to 1$ 时，和式 $\dfrac{4x}{1-x^2}$，$\dfrac{1+x}{1-x}$ 的极限均不存在，不能运用极限运算法则，而且两个无穷大量之差也不一定为无穷小．正确的解法是，先通分，化为“$\dfrac{0}{0}$”型再定值．即

$$\text{原极限}=\lim_{x\to 1}\frac{-(1-x)^2}{1-x^2}=\lim_{x\to 1}\frac{-(1-x)}{1+x}=0$$

(4)错．极限式分母为零，不能运用极限运算法则．若要用法则，正确算法是：首先由