

高等学校函授教材
(兼作高等教育自学用书)

理论力学

伍云青 周能礼 编著

(下 册)

同济大学出版社

高等学校函授教材
(兼作高等教育自学用书)

理论力学

下 册

伍云青 周能礼 编著

同济大学出版社

责任编辑 解明芳

封面设计 徐 繁

高等学校函授教材
(兼作高等教育自学用书)

理 论 力 学

下 册

伍云青 周能礼 编著

同济大学出版社出版

(上海四平路 1239 号)

新华书店上海发行所发行

同济大学印刷厂印装

开本: 787×1092 1/32 印张: 14.875 字数: 357 千字

1988年1月 第一版 1988年1月第一次印刷

印数: 1—7000 定价: 2.60 元

ISBN 7-5608-0055-6/O·17

内 容 提 要

全书分上、下两册。上册共两篇，即静力学和运动学。下册为动力学部份，包括：动力学的基本定律和质点的运动微分方程、动量定理、动量矩定理、动能定理、碰撞、达朗伯原理、虚位移原理、单自由度系统的振动、质点的相对运动、拉格朗日方程。

本书具有叙述详细、通顺易懂、例题多、便于自学的特点；还有学习方法指导、复习思考题、习题与阶段测验作业等内容。

本书主要用作高等工业学校土建、水利、道桥等专业的理论力学函授教材，也可用作电视大学、职工大学同类专业的教材。对于同类专业高等教育自学青年是一本自学的参考书。

前 言

本书是根据一九八一年十二月教育部在石家庄召开的高等工业学校函授教育工作会议的精神，按照拟订的高等工业学校土建、水利、道桥等类专业《理论力学函授教学大纲》（草案）的要求编写而成的。

本书是在同济大学理论力学教研室伍云青、周能礼编写的原《理论力学》函授教材的基础上修改而成的。考虑到函授教学是以自学为主，因而在编写此书时力求做到：由浅入深，循序渐进，叙述详细，说理清楚、文字通顺。在教学内容安排上，每章开头有内容提要，在每章中配有典型的例题；每章末有小结及自学指导、复习思考题、习题；每一阶段结束有阶段测验作业。本书主要适用作为高等工业学校土建、水利、道桥等类专业的函授教材，也可作为职工大学、电视大学同类专业的师生及自学考试人员的参考书。

本书除各章习题和测验作业由周能礼编写外，其余内容均由伍云青编写。

在本书的编写过程中，同济大学函授学院和理论力学教研室给予大力支持和帮助。王兴教授和杨兆光副教授对本书的初稿进行了认真细致的校阅，并提出了许多修改意见。本书稿承华东化工学院力学组陆钟瑞副教授审阅，并提出了许多宝贵意见和建议，对本书的定稿起了很大的作用，在此一并表示感谢。

编者

下 册 目 录

第三篇 动 力 学

动力学绪言	1
第十六章 动力学的基本定律和质点的运动微分方程	3
提要	3
§ 16-1 动力学的基本定律	3
§ 16-2 惯性坐标系和经典力学的适用范围	7
§ 16-3 力和质量的单位	8
§ 16-4 质点的运动微分方程	10
§ 16-5 质点动力学的两类问题	13
小结及自学指导	30
复习思考题	31
习题	32
第十七章 动量定理	36
提要	36
§ 17-1 动力学普遍定理概述	36
§ 17-2 质点与质点系的动量 力的冲量	37
§ 17-3 质点的动量定理	41
§ 17-4 质点系的动量定理	46
§ 17-5 质心运动定理	56
小结及自学指导	66
复习思考题	68

习题	69
----------	----

第十八章 动量矩定理74

提要	74
----------	----

§ 18-1 质点的动量矩定理	74
-----------------------	----

§ 18-2 质点系的动量矩定理	81
------------------------	----

§ 18-3 刚体绕定轴转动的微分方程	89
---------------------------	----

§ 18-4 转动惯量	96
-------------------	----

§ 18-5 质点系相对于质心的动量矩定理	105
-----------------------------	-----

§ 18-6 刚体平面运动的微分方程	109
--------------------------	-----

小结及自学指导	114
---------------	-----

复习思考题	117
-------------	-----

习题	118
----------	-----

第六次测验作业	123
---------------	-----

第十九章 动能定理126

提要	126
----------	-----

§ 19-1 力的功	126
------------------	-----

§ 19-2 动能	138
-----------------	-----

§ 19-3 动能定理	142
-------------------	-----

§ 19-4 势力场 and 势能 机械能守恒定理	159
---------------------------------	-----

§ 19-5 动力学普遍定理的综合应用	171
---------------------------	-----

小结及自学指导	177
---------------	-----

复习思考题	180
-------------	-----

习题	181
----------	-----

第七次测验作业	187
---------------	-----

第二十章 碰撞190

提要190

§ 20-1 碰撞现象的特征及碰撞时的基本假设190

§ 20-2 碰撞时的基本定理193

§ 20-3 撞击中心202

§ 20-4 两物体的对心正碰撞205

§ 20-5 两物体对心正碰撞时动能的损失214

小结及自学指导219

复习思考题221

习题221

第二十一章 达朗伯原理225

提要225

§ 21-1 惯性力225

§ 21-2 质点的达朗伯原理228

§ 21-3 质点系的达朗伯原理233

§ 21-4 刚体中惯性力系的简化241

小结及自学指导257

复习思考题259

习题261

第八次测验作业268

第二十二章 虚位移原理270

提要270

§ 22-1 约束和约束方程270

§ 22-2 自由度和广义坐标275

§ 22-3 虚位移	277
§ 22-4 理想约束	283
§ 22-5 虚位移原理	286
§ 22-6 动力学普遍方程	307
小结及自学指导	313
复习思考题	315
习题	316

第二十三章 单自由度系统的振动323

提要	323
§ 23-1 概述	323
§ 23-2 单自由度系统的自由振动	325
§ 23-3 用能量法计算单自由度系统的固有频率	342
§ 23-4 单自由度系统的有阻尼自由振动	347
§ 23-5 单自由度系统的强迫振动	357
§ 23-6 单自由度系统的有阻尼强迫振动	367
§ 23-7 减振与隔振的概念	375
小结及自学指导	382
复习思考题	387
习题	388
第九次测验作业	394

***第二十四章 质点的相对运动.....396**

提要	396
§ 24-1 质点的相对运动微分方程	396
§ 24-2 几种特殊情况	399
§ 24-3 考虑地球自转影响的几个实例	413

小结及自学指导	421
复习思考题	423
习题	424
*第二十五章 拉格朗日方程	427
提要	427
§ 25-1 以广义坐标表示的虚位移原理	427
§ 25-2 拉格朗日方程	438
小结及自学指导	457
复习思考题	459
习题	459

第三篇 动力学

动力学绪言

在静力学中，研究了作用于物体上力系的简化与平衡条件，而没有研究力系在不满足平衡条件的情况下，物体将如何运动。在运动学中只研究了物体运动的几何性质，而没有考虑到物体的运动与作用于物体上的力之间的关系。但实际上物体运动状态的改变与其所受的力是紧密相关的。动力学就是要研究物体的运动与其所受的力之间的关系。

研究动力学，不仅为了解自然界的力学现象提供必要的基础知识，而且还是许多后继课程如材料力学、结构力学等有关内容的基础。

随着科学技术的发展，在很多工程实际问题中，都需要动力学的知识。例如，高速旋转机械的均衡；汽车转弯时侧向稳定性的分析；火箭、人造卫星的发射与运动；动力基础的隔振与减振；厂房结构、桥梁和水坝在动荷载作用下的振动，以及各类建筑物的抗震等都与动力学密切相关。因此，掌握动力学的基本理论及其应用，对于解决工程实际问题具有十分重要的意义。

从研究对象来看，动力学可分为质点动力学和质点系动力学。质点动力学是研究质点的运动与其所受力之间的关系；质点系动力学是研究质点系的运动与其所受力之间的关系。所谓质点

系是指有限个或无限个质点的组合，其中各质点的位置或运动都与其它质点的位置或运动相联系。刚体可以看作是由无数个质点组成的，而其中任意两质点之间的距离都保持不变，故刚体又称为**不变的质点系**。质点系的含义十分广泛，它不仅包括一个物体或物体系统，也包括变形体和流体。如质点系中各质点的运动不受约束的限制，则该质点系称为**自由质点系**；反之，称为**非自由质点系**。在动力学中我们将着重研究质点系动力学，特别是非自由质点系的动力学问题。

第十六章 动力学的基本定律和质点的运动微分方程

提 要

动力学的基本定律虽然在物理学中已学习过，但由于这些定律是动力学的理论基础，因此在本章中有必要对这些定律和有关概念进行复习，然后在此基础上着重讲述质点的运动微分方程并应用这些方程求解质点动力学的两类问题。

§ 16-1 动力学的基本定律

动力学的全部理论都是以动力学的基本定律为基础的。这些定律是建立在人们长期的生产实践的基础上，先后由伽利略和牛顿提出，并由牛顿综合总结而成的，所以一般称为牛顿运动定律。以动力学基本定律为基础的力学称为经典力学或牛顿力学。下面叙述这些定律和有关概念。

(1) 第一定律——惯性定律

任何质点如不受力作用，则将保持静止或匀速直线运动的状态^①。

这定律表明了任何质点都有保持其静止或匀速直线运动状态的属性。这种属性称为该质点的**惯性**。它是物体在机械运动中的一种内在的基本属性。所以第一定律也叫做**惯性定律**。而质点作

^①第一定律中所指的静止或匀速直线运动和第二定律所指的加速度是相对于怎样的坐标系而言的呢？见 § 16-2 中所述。

匀速直线运动称为惯性运动。

惯性在人们的生产和实践中是经常会遇到的。例如，原静止的公共汽车突然开动，站立在车厢上的乘客，由于惯性要保持他原来的静止状态，而脚已随车厢一起运动，所以人要向后倾倒；同理，站立在公共汽车车厢上的乘客，如随车沿直线匀速前进，当汽车突然刹车，站立在车厢上的乘客，由于惯性要保持他原来的速度前进，而脚已随车厢突然停止，所以人要向前倾倒。

由惯性定律可知，如果质点的静止或匀速直线运动的状态发生了改变，即有了加速度，则质点上必然受着其他物体所作用的力。因此，力是质点运动状态改变的原因，或者说力是质点获得加速度的原因。至于质量为 m 的质点所受的力和加速度之间的关系，则在第二定律中阐明。

(2) 第二定律——力与加速度的关系定律

质点受一力作用时，所获得的加速度的大小与力的大小成正比，而与质点的质量成反比，加速度的方向与力的方向相同。

如以 $\vec{F}$ 表示作用在质点上的力， m 表示质点的质量， $\vec{a}$ 表示质点的加速度。我们只要选用适当的单位，则第二定律可用矢量表示为

$$m\vec{a} = \vec{F} \quad (16-1)$$

即质点的质量与加速度的乘积等于作用在该质点上的力。

第二定律说明质点上只受到一个力作用时力与加速度之间的关系。若在质点上同时受有几个力作用，则质点所受的力与加速度之间的关系可在第三定律中得到补充说明。

(3) 第三定律——力的作用互不相关定律

如一质点同时受有几个力作用，则质点的加速度等于每个力单独作用于该质点时所获得的加速度的矢量和。

设在质量为 m 的质点上，同时受力 $\vec{F}_1$ 、 $\vec{F}_2$ 、 $\dots$ 、 $\vec{F}_n$ 的作

用。如以 $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ 分别表示每个力单独作用于该质点时所获得的加速度，根据上述定律，则 n 个力同时作用于该质点时所获得的加速度

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_n \quad (16-2)$$

将等式两边各乘以 m ，则

$$m\vec{a} = m\vec{a}_1 + m\vec{a}_2 + \dots + m\vec{a}_n$$

根据第二定律可知：

$$\vec{F}_1 = m\vec{a}_1, \vec{F}_2 = m\vec{a}_2, \dots, \vec{F}_n = m\vec{a}_n$$

代入上式可得

$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$$

即

$$m\vec{a} = \Sigma \vec{F}_i = \vec{F} \quad (16-3)$$

将上式与式 (16-1) 对比，可以看出，如一质点同时受 n 个力的作用，则式 (16-1) 中的力 $\vec{F}$ 应理解为这 n 个力的合力，而加速度 $\vec{a}$ 应理解为这 n 个力同时作用下质点所获得的加速度。也就是说，质点的加速度的方向总是与作用在该质点上力系的合力的方向相同。式 (16-3) 建立了质点的质量、作用于质点上的力及加速度三者之间的关系，通常称为质点动力学的基本方程。

由式 (16-3) 可知：同样的力作用在不同质量的质点上，则质量越大的质点获得的加速度越小，而质量越小的质点获得的加速度越大。这说明质点的质量反映了改变质点运动状态的难易程度，质量越大的质点改变它的运动状态越难，即它的惯性越大，而质量越小的质点改变它的运动状态越易，即它的惯性越小。因此，质点的质量反映了改变质点运动状态难易的内在因素，是质点惯性的度量。在经典力学中，对一定的质点来说，质量被认为是不变的量，它不因质点运动状态的不同而改变。但是，根据相对论力学，质点的质量是随着质点的速度而改变的，不过当质点以普通速度运动时，把质量作为常量仍是足够准确的，只有当速

度接近于光速 (3×10^8 米/秒) 时, 才会有较大的差异。

若将式 (16-3) 写成数量形式, 则

$$m = \frac{F}{a}$$

上式说明质点的质量等于作用于该质点上合力的大小与其加速度大小之比值。

当质量为 m 的质点在近地面处的真空中自由下落时, 该质点只受重力 $\vec{P}$ 作用, 而质点的加速度就是重力加速度 $\vec{g}$ (g 的数值一般取 9.80 m/s^2 , 且视为常量。实际上在不同的地区有不同的 g 值。关于 g 值随纬度改变的关系可见第二十四章)。根据

$m = \frac{F}{a}$, 可得

$$m = \frac{P}{g} \quad (16-4)$$

即, 质点的质量等于质点的重量除以重力加速度的大小。由于质点的重量容易测定, 所以常根据式 (16-4) 从重量来计算质量。但决不应该把质量和重量这两个不同的概念混淆起来。质量是质点惯性的度量, 而重量是质点重力的大小。在地面上不同之处, 重力加速度的大小 g 并不相同, 相应地同一质点在地面上不同之处的重量 P 也不相等, 但 P 与 g 两者的比值则不变, 即质点的质量是一个常量。

(4) 第四定律——作用与反作用定律

两物体间相互作用的力同时存在, 总是大小相等, 方向相反, 沿同一直线, 并分别作用在两个物体上。

这个定律在静力学中已讲过, 但应注意它不仅适用于研究平衡的物体, 而且也适用于研究运动的物体。该定律对研究质点系动力学问题具有特别重要的意义。因为第二定律只应用于单个质

点，而第四定律则说明了质点系中各质点间相互作用的关系，这一关系能使我们将质点动力学的原理加以推广，用来研究质点系动力学问题。

上述动力学的基本定律，也就是经典力学的基础。

§ 16-2 惯性坐标系和经典力学的适用范围

从运动学中我们知道描述运动需要有参考坐标系，对于不同的参考坐标系，同一物体的运动将得到不同的结论，而且根据研究问题的需要和方便，坐标系是可以任意选取的。但是在应用动力学的基本定律时就应该注意坐标系的选取并不是任意的。那么动力学的基本定律适用于怎样的参考坐标系呢？定律中所谓静止、匀速直线运动、加速度等是相对于什么参考坐标系而言的呢？牛顿在叙述这些基本定律时认为物体是在绝对静止的，与物质运动无关的所谓“绝对空间”中运动。而这些定律只适用于绝对静止的坐标系（主要指第一、二、三定律）。但是，我们知道脱离物质的绝对空间是不存在的，宇宙间也找不到绝对静止的坐标系。这样是否以动力学的基本定律为基础的经典力学就不适用了呢？事实上这些基本定律是根据人们长期生产实践总结而成的，它反映了机械运动在一定范围内的客观规律。如果在我们所选取的参考坐标系中，应用动力学的基本定律所得到的结果，在要求的精确度范围内，符合客观实践，则认为该坐标系是“静止”的，这样的坐标系称为**惯性坐标系（或基础坐标系）**。也就是说，凡是对动力学基本定律适用的坐标系称为惯性坐标系。而相对于惯性坐标系有加速度的坐标系则称为**非惯性坐标系**，在非惯性坐标系中动力学基本定律已不再适用。实践证明，在大多数工程问题中，把固结于地球上或相对于地球作匀速直线运动的坐标系作为