

数学手册

《数学手册》编写组

人民教育出版社

数 学 手 册

《数学手册》编写组

人 民 教 育 出 版 社

数 学 手 册

《数学手册》编写组

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

山东新华印刷厂印装

*

开本787×1092 1/32 印张 45.25 插页 4 字数1,575,000

1979年5月第1版 1979年11月第1次印刷

书号 13012·0165 薄凸版纸本定价 5.20 元

编者的话

数学是基础科学,它是其他自然科学与工程技术的基础。现代,在社会科学的一些领域里,数学也渐渐受到重视。

数学的应用极其广泛,它是工农业生产、科学研究和工程技术的不可缺少的工具。

通常,在学习和使用数学的过程中,往往需要寻找各种不同的关系和方法。为满足广大的大中学校师生、工程技术人员和一般的数学工作者的需要,我们把一些常用的数学定理、公式、算法、解法、图象、数表以及其他有关的内容搜集成《数学手册》(以下简称《手册》),供大家查阅。

编写本《手册》时力求内容全面。《手册》包括初等数学、初等数论、微积分、解析几何与微分几何、高等代数、微分方程与积分方程、函数论、概率论、傅立叶分析、矢量与张量、特殊函数等一些常见的内容,还包括某些广泛使用的数学方法,如最优化方法、有限元法、数理统计、实验数据处理等,同时对于那些通常认为比较抽象而又重要的数学理论,如抽象代数、线性空间、一般拓扑学、泛函分析等也安排了一定的篇幅。全书共二十一章。

参加编写本《手册》的有:中国科学院数学研究所王连祥同志,厦门大学数学系方德植、张鸣镛、林坚冰、辜联昆、锺同德、杨锡安、谢德平、骆镇华、肖必泉、蔡晖、林大兴等同志。

在编写《手册》的过程中,受到各方面同志的鼓励和帮助。王元、万哲先、陈兰荪、冯士雍、冯康、林群、顾基发、李文清、林鸿庆等同志对《手册》的部分内容作了有益的修改。在此谨向这些同志致谢。

由于编者水平有限,再加编写时间匆促,所以一定存在不少缺点和错误,恳切地希望读者批评和指正。

《数学手册》编写组

1977年12月

35213

目 录

第一章 代数、三角公式与初等函数

§ 1 代数公式·····(1)	指数表示法
一、数的扩张、分类及其基本运算规则·····(1)	3. 复数的运算·····(8)
1. 数的扩张与分类表·····(1)	代数式运算
2. 实数四则运算规则·····(1)	三角式运算
加减法规则	指数式运算
乘除法规则	三、数列与简单级数·····(9)
四则混合运算规则	1. 数列与级数的概念·····(9)
3. 数的三个基本运算律·····(2)	2. 等差数列与等差(算术)
交换律 结合律	级数·····(9)
分配律	3. 等比数列与等比(几何)
4. 乘方与开方·····(2)	级数·····(9)
乘方 开平方	4. 算术-几何级数·····(9)
开立方	5. 调和级数·····(10)
5. 实数进制制·····(3)	6. 高阶等差级数·····(10)
进位制的基与数字	7. 某些级数的部分和·····(11)
2, 8, 16 进制的加法与乘法表	四、乘法与因式分解公式 (13)
8-2, 16-2 数字转换表	五、分式·····(14)
各种进位制的相互转换	1. 分式运算·····(14)
二、复数·····(7)	2. 部分分式·····(14)
1. 复数的概念·····(7)	线性因子重复
实部与虚部·模与辐角	线性因子不重复
·共轭复数	高次因子
虚数单位的乘方	计算系数的一般方法
2. 复数的表示法·····(8)	六、比例·····(17)
坐标表示法	七、根式·····(18)
向量表示法	1. 根式的概念·····(18)
三角表示法	方根与根式
	算术根 基本性质

2. 根式运算……………(18)
- 乘积的方根
 分式的方根
 根式的乘方
 根式化简
 同类根式及其加减运算
- 八、不等式**……………(18)
1. 简单不等式……………(18)
2. 有关绝对值的不等式 (19)
3. 有关三角函数、指数函数、对数函数的不等式
 ……………(19)
4. 某些重要不等式……………(20)
- 算术平均值与几何平均值不等式 柯西不等式
 赫尔德不等式
 闵可夫斯基不等式
 契贝谢夫不等式
 詹生不等式
 伯努利不等式
5. 二次不等式解法……………(22)
- 九、阶乘、排列与组合**……………(23)
1. 阶乘……………(23)
- 阶乘的定义
 斯特林公式
 阶乘有限和公式
2. 排列……………(24)
- 选排列 全排列
 有重复的排列
 不尽相异元素的全排列
 环状排列
3. 组合……………(24)
- 通常意义下的组合
 多组组合
 有重复的组合
- 组合公式
- 十、杨辉三角形与多项式定理**……………(27)
- 二项式定理
 杨辉三角形
 多项式定理
- 十一、数学归纳法与抽屉原理**……………(27)
- 原理……………(27)
- 数学归纳法 抽屉原理
- §2 初等函数及其数值计算……………(28)
- 一、函数的概念与分类**……………(28)
- 函数与反函数
 实变函数与复变函数
 一元函数与多元函数
 显函数与隐函数
 简单函数与复合函数
 有界函数与无界函数
 单调函数与非单调函数
 奇函数与偶函数
 周期函数与非周期函数
 单值函数与多值函数
 初等函数
- 二、幂函数与有理函数**……………(29)
- 定义
 幂函数的图形与特征
- 三、指数函数与对数函数** (30)
- 定义
 函数图形与特征指数运算法则
 对数的性质与运算法则
 常用对数与自然对数
- 四、平面三角函数与反三角函数**……………(32)

1. 角的度量与换算……(32)
 - 角度制与弧度制
 - 度与弧度的换算
 - 弧度(圆周率) π
 2. 三角函数的定义……(33)
 - 三角函数的定义和符号变化
 - 三角函数的图形与特征
 3. 特殊角的三角函数值 (36)
 4. 三角函数基本关系和公式……(38)
 - 诱导公式 基本关系
 - 加法公式
 - 和差与积互化公式
 - 倍角公式 半角公式
 - 降幂公式
 - 三角函数有限和公式
 5. 反三角函数定义……(43)
 - 反三角函数的定义域与主值范围
 - 反三角函数的图形与特征
 6. 反三角函数的相互关系与基本公式……(45)
 - 反三角函数的相互关系
 - 反三角函数基本公式
 7. 三角形基本定理……(46)
 - 正弦定理 余弦定理
 - 勾股定理 正切定理
 - 半角与边长的关系公式
 8. 斜三角形解法……(47)
- 五、球面三角**……(48)
1. 球面三角有关名称及性质……(48)
 - 大圆 大圆弧长
 - 两大圆弧夹角
 - 球面二角形面积
 - 球面三角形的球面角超(或球面角过剩)
 - 球面三角形面积
 2. 球面三角形基本定理与公式……(48)
 - 正弦定理 余弦定理
 - 余切定理 正切定理
 - 五元素公式
 - 半角公式 半边公式
 - 德兰布-高斯公式
 - 耐普尔公式
 3. 球面三角形解法……(50)
 - 一般球面三角形计算公式
 - 球面直角三角形计算公式
- 六、双曲函数**……(52)
1. 双曲函数的定义、图形与特征……(52)
 - 双曲函数的定义
 - 双曲函数的图形与特征
 2. 双曲函数的相互关系和基本公式……(54)
 - 双曲函数的相互关系
 - 双曲函数基本公式
 3. 反双曲函数的定义、图形与特征……(56)
 - 反双曲函数的定义及其对数表达式
 - 反双曲函数的图形与特征
 4. 反双曲函数的相互关系与基本公式……(58)
 - 反双曲函数的相互关系

- 基本公式
5. 双曲线与三角函数的对比……………(59)
 双曲线与三角函数的

关系
三角函数、反三角函数、
双曲线与反双曲线
的几何意义

第二章 初等几何图形的计算与作图

§ 1 三角形与四边形…(60)

一、三角形各元素的计算 (60)

1. 三角形各元素……………(60)

2. 三角形各元素计算
公式……………(61)

高 中线 角分线

面积 外接圆半径

内切圆半径

二、三角形和四边形的面积、几何重心、转动惯量计算公式……………(61)

直线段

任意三角形

等腰三角形

矩形 菱形

平行四边形

梯形

任意四边形

§ 2 圆与正多边形…(65)

一、与圆有关的各量计算

公式……………(65)

圆的切线与弦的夹角 α

两弦及其夹角 β

两割线及其夹角 γ

两切线的夹角 δ

圆内接四边形面积 S

二、与圆有关的各种图形的面积、几何重心与转动惯量计算公式……………(66)

圆圈 圆形 半圆形

扇形 弓形 圆环

部分圆环 新月形

三、正多边形各量换算公式与比例系数表……………(70)

§ 3 实用几何作图……………(71)

一、正多边形作图……………(71)

已知边长作正三角形

已知边长作正方形

已知外接圆作正五边形

已知边长作正五边形

已知外接圆作正六边形

已知边长作正六边形

已知外接圆作正七边形

(近似作法)

已知外接圆作正八边形

已知外接圆作正十边形

已知外接圆作任意正多

边形(近似作法)

二、椭圆作图……………(74)

轨迹法 焦点法

压缩法 圆弧法

三、圆弧放样法……………(75)

已知弦长和拱高作圆弧

已知弦长和圆弧上任一

点作圆弧

四、几何作图问题……………(76)

§ 4 立体图形的体积、表面积、侧面积、几

何重心与转动惯量
计算公式……………(77)

一、立体图形的体积、表面积、侧面积、几何重心与转动惯量计算公式……………(77)

正方体	长方体
三棱柱	正六棱柱
正棱锥	四面体
棱台	正棱台
截头方锥体	

楔形 球体 半球体
球扇形(球状楔)
球冠(球缺) 球台
圆环胎 圆柱体
中空圆柱体(管)
斜截圆柱体 圆柱截段
椭球体 圆锥体 圆台
拟棱台 桶形体

二、多面体……………(86)

正四面体 正八面体
正十二面体
正二十面体 欧拉公式

第三章 代数方程

§ 1 二、三、四次方程的根的表达式……………(87)

1. 基本概念……………(87)

数域 多项式的根

2. 二次方程……………(88)

3. 三次方程……………(88)

$$x^3 - 1 = 0$$

$$x^3 + px + q = 0 \quad (\text{卡尔丹公式})$$

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

4. 四次方程……………(89)

$$ax^4 + cx^2 + e = 0$$

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0$$

$$x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

5. 阿贝耳定理……………(90)

§ 2 代数方程的性质……………(90)

一、多项式与代数方程的一般性质……………(90)

代数基本定理
多项式的导数
单根与重根
洛尔定理及其推论
多项式的相关

整根与有理根
实根与复根·共轭实根与
共轭复根
根与系数的关系
根的范围

多项式的分解

余数定理与综合除法

多项式的泰勒公式
(秦九韶法)

二、多元多项式·对称多项式·结式……………(95)

多元多项式

对称多项式

初等对称多项式

对称多项式基本定理

牛顿公式 结式

三、代数方程的根的隔离……………(97)

傅立叶-布当判别法

笛卡儿符号法则

斯图姆判别法

卢斯判别法

胡尔威茨判别法

§ 3 代数方程的特殊解法……………(99)

- | | |
|--------------------------|--------------------------------------|
| 1. 求有理根·····(99) | 3. 逐次压缩牛顿法·····(108) |
| 2. 解三项方程·····(100) | 4. 牛顿法解非线性方程组·····(108) |
| 3. 解倒数方程·····(100) | 五、弦截法(线性插值法) (110) |
| 4. 解二项方程·····(101) | 六、联合法(牛顿法与弦截法联合使用) ·····(110) |
| § 4 实根的近似计算··(101) | 七、抛物线法(穆勒法) ··(112) |
| 一、秦九韶法 ·····(102) | 八、林士谔-赵访熊法(劈因子法) ·····(113) |
| 二、二分法 ·····(103) | 九、下降法 ·····(115) |
| 三、迭代法 ·····(104) | |
| 四、牛顿法 ·····(106) | |
| 1. 一般牛顿法·····(106) | |
| 2. 近似牛顿法·····(108) | |

第四章 矩阵·行列式·线性方程组

- | | |
|----------------------------|--------------------------------------|
| § 1 矩阵与行列式···(117) | 范德蒙行列式 |
| 一、矩阵及其秩 ·····(117) | 倒数对称行列式 |
| 矩阵与方阵 | § 2 矩阵的运算·····(123) |
| 矢量的线性相关与线性无关 | 一、矩阵的相等、加、减、数乘、乘法、转置与共轭 (123) |
| 行矢量与列矢量·矩阵的秩 | 二、矩阵的初等变换与初等矩阵 ·····(125) |
| 二、行列式 ·····(118) | 三、矩阵的微积分 ·····(127) |
| 1. 行列式及其拉普拉斯展开定理·····(118) | 四、特殊矩阵 ·····(127) |
| n 阶行列式 | 零矩阵与零因子 |
| 标号集子式·主子式·余子式·代数余子式 | 对角矩阵 数量矩阵 |
| 拉普拉斯展开定理 | 单位矩阵 对称矩阵 |
| 拉普拉斯恒等式 | 实对称矩阵 |
| 2. 行列式的性质·····(120) | 反对称矩阵 |
| 3. 几个特殊行列式·····(121) | 埃尔米特矩阵 |
| 对角行列式 | 反埃尔米特矩阵 |
| 三角形行列式 | 正交矩阵 酉(U)矩阵 |
| 二阶行列式 | 带型矩阵 三角形矩阵 |
| 三阶行列式 | 分块矩阵 |
| 四阶行列式 | 分块对角矩阵 |
| | 五、相似变换 ·····(133) |

相似变换	正交变换	§ 3 线性方程组……………(150)
旋转变换		一、含 n 个未知量 n 个方
六、逆矩阵……………(135)		程的线性方程组解法 (150)
逆矩阵及其性质		齐次和非齐次线性方程组
伴随矩阵与逆矩阵表达式		逆矩阵法
对角矩阵的逆矩阵		克莱姆法则
三角形矩阵的逆矩阵		有回代过程的主元素消
正定矩阵的逆矩阵		去法(高斯消去法)
分块矩阵的逆矩阵		无回代过程的主元素消
初等变换法求逆矩阵		去法
逆矩阵的近似求法		简单迭代法
计算机求逆程序的检验		赛得尔迭代法
矩阵		迭代法的收敛条件与误
七、特征值与特征向量…(143)		差估计
特征值与特征向量		松弛迭代法
特征矩阵·特征多项式		共轭斜量法
·特征方程		追赶法解实三对角线性
矩阵的迹与谱		方程组
特征值与特征矢量的		平方根法解正定矩阵的
性质		线性方程组
求第一特征值的迭代法		正定带型矩阵的线性方
求实对称矩阵特征值的		程组解法
雅可比法		二、一般情形的线性方程
求对称三对角矩阵特征		组……………(161)
值的方法		线性方程组有解的判别
八、矩阵多项式与最小多		定理
项式……………(149)		线性方程组的解的结构
矩阵多项式		三、整系数线性齐次方程
哈密顿-凯莱定理		组的整数解……………(162)
最小多项式及其性质		四、一类线性不等式组的
		解(克莱姆法则)…………(163)

第五章 微分学

§ 1 序列与函数的极限(164)	部分极限(聚点)
一、序列的极限……………(164)	上极限与下极限
1. 基本概念……………(164)	2. 序列极限存在的判别
有穷极限	法……………(165)
无穷极限	

2. 同等级数收敛判别法(180)	正项级数 绝对收敛级数
比较判别法	四、无穷乘积(191)
达兰贝尔判别法	基本概念
柯西判别法	无穷乘积收敛判别法
拉阿伯判别法	函数项无穷乘积的一 致收敛
高斯判别法	无穷乘积展开式
柯西积分判别法	
对数判别法	
3. 变号级数收敛判别法(182)	§ 3 微分.....(194)
级数的绝对收敛性	一、单变量函数的微分(194)
黎曼定理	1. 基本概念.....(194)
达兰贝尔判别法	导数的定义及其几何意义
莱布尼茨判别法	单边导数 无穷导数
狄利克莱判别法	函数的可微性与连续性的 关系
阿贝耳判别法	2. 求导数的基本法则.....(195)
二、函数项级数收敛的判 别法(183)	四则运算求导公式
1. 收敛与一致收敛.....(183)	复合函数的导数
收敛与收敛区域	反函数的导数
一致收敛	隐函数的导数
2. 一致收敛判别法.....(185)	用参数表示的函数的导数
柯西准则	用对数求导数法
外尔斯特拉斯判别法	3. 函数的微分与高阶导 数.....(196)
阿贝尔判别法	函数的微分
狄利克莱判别法	高阶导数 高阶微分
3. 函数级数的运算及其 条件.....(186)	莱布尼茨公式
级数和的连续性	复合函数的高阶导数
逐项相加减 相乘	基本函数的导数表
逐项取极限	简单函数的高阶导数表
逐项微分 逐项积分	1. 数值导数.....(200)
三、二重级数(187)	图解微分法
二重级数 累级数	差商公式
二重级数与累级数的关系	用插值多项式求数值导数
	拉格朗日公式
	马尔科夫公式

- 等距公式
用三次样条函数求数值
导数
- 二、多变量函数的微分**……(203)
- 偏导数及其几何意义
偏微分
可微函数与全微分
复合函数的微分法与全
导数
齐次函数与欧拉公式
隐函数的微分法
高阶偏导数与混合偏导数
高阶全微分
偏导数的差分形式
- 三、函数行列式(或雅可
比式)及其性质**……(210)
- 四、隐函数**……(213)
1. 单变量隐函数……(213)
存在定理
导数的计算
2. 多变量隐函数……(214)
存在定理
导数的计算
3. 由方程组所确定的隐
函数……(214)
存在定理
导数的计算
- 五、微分表达式中的变量
替换**……(215)
1. 单变量函数……(215)
作自变量变换的情形
自变量和函数都作变换
的情形
2. 多变量函数……(216)
作自变量变换的情形
自变量和函数都作变换
的情形
- 六、微分学的基本定理(中
值定理)**……(217)
- 洛尔定理 中值定理
柯西定理
多变量函数的中值定理
- 七、泰勒公式与泰勒级数**
……(219)
1. 单变量函数的泰勒公
式……(219)
泰勒局部公式
马克劳林公式
泰勒公式
马克劳林公式
泰勒级数
马克劳林级数
2. 多变量函数的泰勒公
式……(221)
泰勒公式
马克劳林公式
泰勒级数
马克劳林级数
- 八、幂级数**……(222)
1. 单变量的幂级数……(222)
定义 绝对收敛
收敛半径与收敛区间
阿贝耳定理
内闭一致收敛
连续 逐项积分
逐项微分 高阶导数
2. 多变量的幂级数……(223)
双变量的幂级数
收敛范围
3. 函数的幂级数展开式
……(224)
幂级数的唯一性定理

幂级数的存在性定理

九、实数域上函数的幂级

数展开式表……………(225)

二项式 三角函数

反三角函数

指数函数 对数函数

双曲函数 反双曲函数

附: 伯努利数 B_n 和欧拉数 E_n 表

十、微分的应用(I)——函

数的极值……………(232)

1. 单变量函数的极值…(232)

极值(极大值或极小值)

极值存在的必要条件

极值存在的充分条件

2. 多变量函数的极值…(233)

极值(极大值或极小值)

极值存在的必要条件

极值存在的充分条件

(二元函数的情形)

极值存在的充分条件

(一般情形)

3. 约束条件为等式的条

件极值……………(234)

直接代入法

拉格朗日乘法法

惩罚函数法

4. 约束条件为不等式的

条件极值……………(236)

松弛变量法

拉格朗日乘法法

十一、微分的应用(II)——

曲线的性状与作图

……………(238)

1. 曲线的性状及其条件

……………(238)

2. 奇点……………(239)

结点 孤立点

第一种尖点

第二种尖点 自切点

3. 渐近线……………(241)

4. 作图……………(242)

第六章 积分学

§1 单变量函数的积分

……………(244)

一、积分基本概念……………(244)

不定积分(原函数)

定积分·黎曼积分

牛顿-莱布尼茨公式

可积函数及其性质

积分中值定理

二、积分不等式……………(246)

三、原函数的求法……………(247)

1. 不定积分法则……………(247)

2. 有理分式的积分……………(247)

化成基本真分式法

奥斯特洛格拉特斯基

方法

3. 有理函数积分的变量

替换公式表……………(248)

4. 不定积分表……………(250)

基本积分表

含 $ax+b$ 的有理式的积分

- 含 $\sqrt{ax+b}$ 的积分
 含 $(ax+b)$, $(cx+d)$ 的积分
 含 (ax^2+c) 的有理式的积分
 含 $\sqrt{ax^2+c}$ 的积分
 含 (ax^2+c) 的积分
 含 (ax^2+bx+c) 的有理式的积分
 含 $\sqrt{ax^2+bx+c}$ 的积分
 含 $\sin ax$ 的积分
 含 $\cos ax$ 的积分
 含 $\sin ax$ 和 $\cos ax$ 的积分
 含 $\operatorname{tg} ax$, $\operatorname{ctg} ax$, $\sec ax$ 和 $\operatorname{csc} ax$ 的积分
 含 x^m , $\frac{1}{x^n}$, $\sin ax$ 和 $\cos ax$ 的积分
 含 e^{ax} 的积分
 含 $\ln ax$ 的积分
 含 $\arcsin ax$, $\arccos ax$, $\operatorname{arctg} ax$, $\operatorname{arccotg} ax$, $\operatorname{arcsec} ax$, $\operatorname{arccsc} ax$ 的积分
- 四、定积分的求法**……………(278)
 定积分的性质
 分部积分法
 变量替换法
 利用函数奇偶性求积法
 利用积分对参数求导法
 定积分表
- 五、广义积分**……………(284)
 1. 广义积分的概念……………(284)
 无穷限广义积分
 无界函数的广义积分
- 柯西主值
 绝对收敛与条件收敛
 2. 广义积分收敛判别法
 ……………(285)
- 六、含参数积分**……………(286)
 1. 含参数常义积分……………(286)
 连续性
 积分号下的微分法
 积分的求导运算
 积分号下的积分法
 2. 含参数广义积分……………(287)
 一致收敛性
 一致收敛判别法
 对参数的微分法
 对参数的积分法
- 七、斯蒂尔吉斯积分**……………(288)
 定义 可积性
 积分法则与不等式
- 八、积分的近似计算**……………(289)
 1. 内插求积公式……………(289)
 等距内插求积一般公式
 (柯特斯公式)
 梯形公式
 辛卜生公式
 龙贝公式
 不等距内插求积公式
 (高斯型求积公式)
 2. 高斯型求积公式的求积节点和求积系数表
 ……………(295)
 高斯求积公式
 勒贝陶求积公式
 拉盖尔求积公式
 埃尔米特求积公式

§ 2 多重积分、曲线积分 与曲面积分……………(301)	一、求面积……………(316)
一、多重积分……………(301)	平面图形面积计算公式
1. 二重积分……………(301)	曲面面积计算公式
特定区域内二重积分的 计算公式	二、求体积……………(318)
二重积分的变量替换 (雅可比式)	三、 n 维空间中凸体体积 公式……………(319)
2. 三重积分……………(302)	单纯形 超立方体
直角坐标下的三重积分	广义八面体
圆柱坐标下的三重积分	n 维球体
球面坐标下的三重积分	凸体的线性变换
三重积分的变量替换 (雅可比式)	四、求重心……………(320)
3. 多重积分……………(304)	平面图形几何重心坐标 的计算公式
直接计算多重积分	物体总质量与重心坐标 的计算公式
多重积分的变量替换 (雅可比式)	五、求转动惯量……………(322)
二、曲线积分……………(305)	薄板的转动惯量
对弧长的曲线积分	一般物体的转动惯量
对坐标的曲线积分	六、求流体压力……………(323)
全微分的情形	七、求变力所做的功……………(323)
格林公式	§ 4. 区域函数……………(323)
三、曲面积分……………(307)	一、区域函数与密度函数 ……………(323)
对曲面面积的曲面积分	二、密度函数的积分……………(324)
对坐标的曲面积分	直线上的线密度与单积分
斯托克斯公式	平面上的面密度与二重 积分
高斯公式	体密度与三重积分
四、重积分、曲线积分与曲 面积分的近似计算……………(309)	线密度关于弧长元素 的积分
二重积分的近似计算公式	曲面上的面密度与关于 曲面元素的积分
三重积分的近似计算公式	三、 δ -函数概念……………(325)
曲线积分的近似计算公式	
曲面积分的近似计算公式	
§ 3 积分的应用……………(316)	