

0018754

139

統計學概要

附普考與特考試題詳解

高東正 編著



A0006537

科技圖書股份有限公司

第 一 章

統計圖表與次數分配

*****導 言*****

本章擬分兩節，首先描述有關統計圖表的製作過程；第二節再由統計圖表發展至次數分配。

一、統計學

乃搜集、整理、表現和分析資料，並根據分析結果導出適當之結論、作合理決策的科學方法。現代統計學家對此名詞的引用，常有三種不同的含義：(一)指統計資料；(二)指統計方法；(三)指統計原理。然而它係一種解決問題的工具或手段，故很多學者直稱之為統計方法。

二、統計資料

藉實驗或調查而得有關社會現象或自然現象之群體特性的數字。

種 類：

1 原始資料：統計人員爲了某種目的，經由實地調查或逕由資料來源處收集，或其他機構搜集而來，經任何簡化與整理的數據稱之。

2 次級資料：原始資料經整理、分析、簡化過程所得之結果以供利用的數據稱之。

3 靜態資料：表示某現象在某一特定時刻之靜止狀態資料。強調瞬間標準時刻，大多由調查而得。

4 動態資料：表示某現象於某特定時期內態續發生之演變過程的資料；大多由登記而得。

2 統計學概論

性 質：

- 1 具數字性：統計資料係由數計或度量而得，因而均是數字的資料。
- 2 具群體性：統計資料係大量地觀察群體而得。
- 3 具客觀性：一切統計資料均須由實際調查、實驗或登記而來，不可由主觀之臆測或估計而得。

要 素：

- 1 時間。
- 2 空間。
- 3 特性。

搜集方法：

1 調查：依方式分：

- (A)親自調查。
- (B)委託調查。
- (C)通訊調查。

依範圍分：

- (A)普查：將所欲研究的某種現象之全部個體，一一加以調查。
 - (B)抽樣調查：於所欲研究的某種現象之全部個體中，選取一部份而加以調查。
- 2 登記。
 - 3 實驗。
 - 4 次級資料的收集。

整理步驟：

1 分類：將事物依其特性，把相同或相似者合為一類：

一般標準如下：

- (A)時間標準：以事物發生之時間先後而加以分類。
- (B)地域標準：以事物發生所在之區域而加以分類。
- (C)特性標準：依事物之質特性或量特性加以分類。

原 則：

- (A)互斥性：所分之各類必須互相排斥，凡能歸入某類者，絕不能再歸入他類，此目的在於分類時避免重複。
- (B)周延性：所分之各類必須所包括所應分類的一切事物。

2 歸類：將原始資料分別歸入其所應屬類別的過程。

主要方法：

(A)人工處理。

(B)電腦處理。(詳見第1-8題)

3 列表：將次級資料依所研究之目的做成統計表或統計圖，以顯示資料的識訊。

三、統計圖

乃為一種平面或立體之腦形，係利用點之多寡、線之長短、面積或體積之大小、顏色之濃淡、線條之疏密或曲線之傾斜角度，以表示統計表內各種數字的大小程度、變動情形、分佈狀況或相互關係的一種圖表。

種類：詳見第1-22題。

製圖步驟：詳見第1-11題。

結構之細節：詳見第1-23題。

目的：

1 使閱者花費甚少的時間，即可對某一事實獲得明確、具體的概念。

2 引起閱者對該事實的興趣，避免冗長的文字、數字說明。

3 可以顯示數量間的相互關係。

4 便於多種複雜現象的比較，可供研究者分析及說明，又可供商業活動、廣告宣傳及機關工作表現績效上使用。

四、統計方法

將複雜的統計資料，運用統計的知識使之簡單化、系統化與表徵化，以探求群體之特質。

步驟：

1 搜集資料。

2 整理資料。

3 分析現況。

4 推測未來。

應用範圍：

1. 經濟統計——應用於經濟學上。

4 統計學概論

- 2 人口統計——應用於人口問題之研究。
- 3 生物統計——應用於農作物之改良、牲畜之育種以及遺傳之研究。
- 4 農業統計——應用於農村調查、農作經濟、農情預測以及農情報告等之研究問題。
- 5 醫學統計——應用於細菌擴散、病理分析等之研究問題。
- 6 實驗設計——應用於農作物之田間或工業上試驗之事先設計以及事後分析。
- 7 品質管制——應用於工業控制產品品質之問題。
- 8 其他——如應用於心理、教育等心理統計及教育統計。

五、有效數字

表示一數值之精確程度的數字稱之。

判定原則：

- 1 經簡化後非零之位數均為有效數字。
- 2 零居於兩有效數字之間或零居於有效數字之後，但含小數點時，恒為有效數字。
- 3 以零開頭之數字，其居於第一個非零數字前之零不為有效數字。
- 4 零居於最後一個有效數字之後，則有效位數之個數不定。

六、誤 差

- 1 絕對誤差：近似值與真值之差。
- 2 可能誤差：乃統計測量值數字之最末一位數的半個單位。
例：某人身高 142 公分，則其實際身高可能在 142 ± 0.5 公分之間，此 0.5 公分即是可能誤差。
- 3 相對誤差：乃絕對誤差與真值之比。為一未知數，通常以可能誤差與近似值之比代替之。

歷屆普考特考試題

1-1 解釋下列名詞之意義：

- ① 次級資料 (Secondary date) ；
- ① 比例抽樣 (Proportional sampling) ；
- ① 連續數列 (Continous series) ；
- ① 全距 (Range) ；
- ① 季節指數 (Seasonal index numbers) (48 年普考)。

解 ① 次級資料：原始資料經整理、分析、簡化所得之結果，以供利用之數據資料稱之。

① 比例抽樣：將研究之對象依某種標準分為若干類，再依各類之大小，於其中抽出等比例之抽樣單位，以組成樣本之抽樣方法稱之。

例：袋中有紅球 20 顆，白球 30 顆，黑球 50 顆，即 $N_A = 20$ ， $N_w = 30$ ， $N_B = 50$ ，今欲抽取 10 球。若依比例抽樣法抽之，則當抽出紅球 2 顆，白球 3 顆，黑球 5 顆。

$$\text{即 } \frac{n_A}{N_A} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{n_w}{N_w} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{n_B}{N_B} = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$$

$$\therefore \frac{n_A}{N_A} = \frac{n_w}{N_w} = \frac{n_B}{N_B} = \frac{n}{N} = \frac{1}{10}$$

$$\begin{aligned} \text{其中 } N &= N_A + N_w + N_B \\ &= 20 + 30 + 50 = 100 \\ n &= n_A + n_w + n_B \\ &= 2 + 3 + 5 = 10 \end{aligned}$$

$$\frac{n}{N} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

- ③連續數列：凡變量之任何兩數值間，可視為無限之數值介於其間者。
- ④全距：一群數據中，最大一數與最小一數之差稱之，亦稱兩極差。
- ⑤季節指數：乃季節變動指數之簡稱，表示以一年為週期之波動大小。

1 - 2 解釋下列各名詞，並說明其相互不同之點：

- ③連續數列與非連續數列。
- ③單對數圖與算術尺度圖。
- ③定基指數與連環指數 (Chain index number) (50 年普考)

解 ③連續數列：凡變量之兩任何數值間，可視為無限之數值介於其間者。

非連續數列：凡兩變量數值間只存在有限個不同之數值者。

連續數列與非連續數列間最大不同之點，在於任意兩變量數值間是否可視為存在無限數值，且連續數值係一種人為性的數列，而非連續數列是一種自然性的數列。

③單對數圖：任取縱橫兩軸之一為算術尺度，另一軸為對數尺度之圖形稱之。對數尺度是根據各數值之對數而劃定。

算術尺度圖：亦稱算術圖，係指縱橫兩軸均為算術尺度之圖形，其在算術尺度上之分點是等距離的。

兩者之不同點：

- (1)縱橫兩軸中，其中一軸所用之尺度不同。
- (2)表示變量各數值之尺度上，單對數尺度等距離表示等比，而算術尺度等距離代表等差。
- (3)因 $\log_{10} 1 = 0$ ，故單對數因沒零線，然而算術尺度圖有零線。

③定基指數：係採用固定基準的指數稱之。

連環指數：係以環比之各環相乘所得之指數稱之，亦稱鎖比指數。

兩者不同之點在於計算指數的基準不同。

1-3 解釋下列名詞：

- ①抽樣 (Sampling) ①樣本 (Sample)
 ①變數 (Variable) ①變值 (Variate value)
 ①統計單位 (Statistical unit)。(51 年普考)

解 ①抽樣：自母群體中抽取部份單元，加以調查以作為分析研究稱之。

①樣本：藉抽樣而得之統計資料稱之。

①變數：統計單位可量的特性稱之。

①變值：凡一變數均具有許多的不同數量，此數量稱之為變值。如年齡為變數，則 30 歲、55 歲、87 歲均為變質。

①統計單位：乃為某特定之個體，為調查統計資料之對象。

1-4 解釋下列名詞：

- ①變數， ①變值， ①定基指數，
 ④連環指數， ①隨機抽樣。(55 年普考)

解 ①、①見第 1-3 之③④。

①、④見第 1-2 之①。

①隨機抽樣：於抽取母群體之個體以組成樣本時，不作任何人為因素及目的之選擇，純粹偶然地抽出個體，使每一個體皆具有相同被抽出之機率。

1-5 抽樣調查之目的為何？常用之抽樣方法有那幾種？試說明之。
 (57 年丙等特考、57 年普考：統計人員)

解 ①抽樣調查之目的在於省時、省事、省錢之原則下，以最少的代價，獲得較精確的部份資料，然後運用機率理論，以推求母群體的特徵值。

①常用之抽樣方法如下：

(1)立意抽樣：吾人依據某種標準，判斷母群體中某些個體足具代表性，因而將其抽出組成樣本，此種抽樣方法稱之。此法適用於調查結果須具有典型代表性之調查計劃中。

(2)隨機抽樣法：見 1-4 之①。

(3)分層抽樣法：將母體依某種標準劃分為若干層次 (stratum)，並使層內之抽樣單位儘量等質，層間之抽樣單位儘量

異質，以提高樣本之精密度。再由各層任抽出適當之單位組成一組樣本，並根據此項樣本以推論母體之狀況之方法稱之。

- (4)集體抽樣法：（或稱部落抽樣法）將母體分為若干集體（cluster），並使集體內之抽樣單位儘量異質，集體間之抽樣單位儘量同質，再定此等集體為抽出單位，依單純任抽方法抽出其中若干集體，在此抽出之若干集體內舉行調查其全體，最後根據此項資料以推論其母體之方法稱之。
- (5)多段抽樣法，自母群體抽出個體以組樣本時，係分成若干段來進行之抽樣方法稱之。當前段各組間差異不大，後段各組內所含單位甚多時採用。

此外，尚有系統抽樣法、牛曼分層抽樣法、兩段抽樣法等多種。各抽樣方法之性質互異，抽樣調查時，宜根據調查對象之性質及其所處環境之不同，選用最適當的方法，以使得在相同經費下，獲得最高的抽樣效果。

1-6 述明普查與抽樣調查之目的，並指出其異同所在，在統計應用上，兩種調查之評價為何？

解 ①普查之目的在於獲得完全詳實可靠的資料，直接求算母群體之特徵值，抽樣調查之目的，則在省時、省錢、省事的原則下，以最少的代價，獲得較精確的部份資料，然後運用機率原理，以推求母體的特徵值。

②普查與抽樣調查均為統計調查，目的均在獲取母群體的特徵值，為統計方法上不可或缺之調查，故其方案設計及調查執行之作業過程，除有關調查方式的部份外，其餘大致相同。普查與抽查主要之不同點如下：

- (1)空間方面：普查係普遍性的全面調查，抽查則僅調查群體中的一部份。
- (2)時間方面：普查最重視其一致性，以免重複或遺漏，且辦理期限較久，抽樣雖對靜態資料亦要求時間一致；但部份場合則不必強求時間一致，且作業期間較短。例如品質管制方面。
- (3)方法方面：普查講究方法統一；抽查可綜合應用各種方法

，且抽查須應用機率原理，抉擇抽樣技術方法。

(4)問項方面：普查之問項簡易；抽查則在必要時得更繁複深入，故問項特別廣泛。

(5)組織方面：普查動員多，須有健全組織，以靈活指揮，便利管理；抽查規模較小，可免專設機構而各機關兼辦。

(6)經費方面：普查經費浩繁，僅政府有能力辦理；抽查花費低廉，私人亦能辦理。

(7)確度方面：普查可消除抽樣誤差，面含有較大之非抽樣誤差，但非抽樣誤差可減低甚多。

③兩種調查之評價：抽查為普查之一種替換使用的調查方法，二者各有其優劣點：就統計方法上而言，抽查可能存有某種程度之抽樣誤差，卻可相對降低其費用，且在某些情況下，抽查因非抽樣誤差之巨幅縮小，致總誤差小於普查之誤差，而較普查更具精確性，且抽查又可適用於不便辦理普查之試驗性調查，故一般而言，抽查有利於普查，且有代替普查之勢。但抽查所得之長期時間數列又須普查資料予以驗正，因而普查仍具其重要性。

1-7 原始資料之分類標準與原則為何？（57年特考、58年升等考試）

解 ③分類標準：

(1)時間標準：以事物發生之時間先後面加以分類。

(2)地域標準：以事物發生之區域而加以分類。

(3)特性標準：依事物之質特性或量特性加以分類。

④分類原則：

(1)互斥性：所分之各類，必須互相排斥，凡能歸入某類者，絕不能再歸入他類，此目的在於分類時避免重複。

(2)周延性：所分之各類必須能包括所應分類的一切事物。

1-8 統計資料整理的方法有幾種？試說明其步驟並比較其優劣點。（48年普考）

解 ③劃記法：先依照已定之分類項目，做一分類整理表，表中標明所分之類別。再根據原始調查表或登記表之資料，依次用記號劃於表上相等之欄內，最後總記各欄內之記號總數填入

合計欄，則歸類工作即告完成。

②卡片法：先將原始資料分錄於大小相同之卡片上，再依所定之類別，依序分放卡片，最後點計各類卡片張數，即為各組之次數。

③電腦分類法：乃將資料之特性編成代號打在電腦卡上，然後送入電腦，則它將所有的打孔卡片依各類別而分開，完成歸類工作。

上述三種方法中，以劃記法最簡便，但校對困難，一旦有錯誤則不易發覺；卡片法因須分錄卡片，故手續繁冗，但查對容易；電腦分類法迅速正確，惟費用較高，僅宜用於大量分類。

1-9 解答下列各問題：

①統計結果，能否百分之百正確？ ②何謂統計單位？

③單靠統計學的知識，能否做好各種統計工作？

④物價指數公式有所謂型偏誤。何謂型偏誤？怎樣判斷公式有無型偏誤？（56年普考）

解 ①統計資料係一群數值，可分為二類：一為精確數值，不存在任何誤差；一為近似數值，含有若干誤差之數值。統計資料大半為近似數值，且大都依抽樣調查而得，故依統計而得之結果，不能百分之百的正確。

②統計的最後且最重要之工作，在於統計結果之解釋，惟解釋統計分析之結果，頗非易事。必須對於統計方法之性能及其應用上之限制，有著明確的認識；對於研究對象有關之科學或業務，有著相當的瞭解，然後運用正確之判斷能力，審慎予以解釋，才可免於舛謬。故單靠統計學的知識，未必能做好統計工作。

③統計單位見第1-3之②。

④物價指數之前進指數與後退指數的乘積等於一時，即合於時間互換測驗。簡單指數公式不合於時間互換測驗者，則謂為型偏誤，因其係由於計算指數公式型式而來之定向誤差，故稱之。判斷指數公式有無型偏誤，視其前進指數與後退指數之相乘積是否等於一而定。若等於一，則為無型偏誤；若大於一，則為型偏高；若小於一，則為型偏低。

1 - 10 解釋下列名詞之意義：

- ①時間數列。
- ①組限。
- ①環比。
- ①長期趨勢。
- ①正相關。 (48年普考)

解 ①時間數列：一數量變動依時間先後順序安排之觀測值所成的集合稱之。

①組限：於分組次數表中，每一組均有兩個限值，數值較小者稱下限，數值較大者稱上限。此二上下限即為組限，其決定分組次數表中一組之範圍。

①環比：指數之基期依次移動者稱之；可表示每兩相鄰兩時期物價的相對變動。

①長期趨勢：乃一反映繼續上升、停滯或下降之圓滑與規律變動之時間數列。

①正相關：兩變量相對應之數值有同時增加及同時減少之一致趨勢稱之。

1 - 11 試述繪製統計圖之步驟。(50年普考，59年特考)。

解 ①甄選資料：依所欲研究之目的，善選所切用之資料。

①選擇圖式：依資料的性質及繪圖之目的，選擇最適當的圖式。其選擇標準約略如下：

(1)欲表現某現象在時間上之變動情形，則宜採用歷史線圖；亦可採用綜長條圖，但不如前者適宜。

(2)欲表現某現象在各地區之分佈狀況，宜用統計地圖。

(3)欲表現某現象之次數分配狀況，宜用次數多邊圖或直方長條圖；若為非連續變量的次數資料，亦可用縱長條圖形表之。

(4)欲表現各部分細數與總數之比例關係，宜用圓形圖。

(5)欲表現某現象在時間之相對變動，宜用單對數尺度之歷史線圖；如欲表現絕對變動，宜用算術尺度之歷史線圖。

(6)欲表現以上或以下之累積次數之變動情形，宜用累積次數多邊圖或直方圖。

- (7) 屬性數列之資料宜用長條圖表示。
- (8) 宣傳或廣告用之圖表，宜採用鮮明的色彩或繪形象圖。
- ③ 分析計算：若原來數據不能直接應用，須化為百分數等時，須經過分析計算的手續。
- ④ 確定圖形輪廓：視資料的性質及圖形之種類，確定適當寬度、長度，不宜使圖形過於扁平或過於狹長。至於輪廓線是否繪出，並無硬性地規定，可任意變動。
- ⑤ 繪基線、定比度：基線示稱主軸，凡採用坐標顯示的圖形，於圖屬確定後，即著手安置縱橫基線並按分類之多少、數量情形決定比度，但須兼顯明確清楚、美觀悅目。
- ⑥ 定圖例、繪草圖：於圖中若有數種資料同時表現，為區別辨識，可用不同線條或顯色表示；但應設定圖例說明，以便觀察了解，並隨即以鉛筆依統計資料、比例等繪製草圖。
- ⑦ 審核草圖：當草圖繪製完畢，應加以審核，端慮其形式大小是否適當？線圖位置是否正確？資料有無遺漏或錯誤？若發現任何不當，即加以修正及補充。
- ⑧ 上墨著色：草圖經審核無誤後，即可上墨著色，繪製正圖；著色時應注意線圖之粗細、墨色之濃淡，顏色之調和等事項。
- ⑨ 清潔圖面：墨色全乾後，將圖面上不潔之污漬筆痕予以去除，力求圖面之清潔美觀。
- ⑩ 校對全圖：為慎重起見，於圖全部繪製完成後，應將圖中各部份再仔細核對一次，以求圖形之精確。

1 - 12 我們於同一圖中，作兩條歷史曲線，常需配合縱尺度，何故？配合的方法有那幾種？（56年普考）

解 ① 配合縱尺度，在於研究經濟問題或其他問題時，時或需在同一圖中作兩條曲線，代表兩種事實，以便觀察二者之間有無關連。此二種事實數量的單位或不相同，或相同而數量之差異很大，於是需要配合兩個縱尺度，其目的在使：

- (1) 兩條線相去不遠而便於比較。
 - (2) 兩條線的起伏適合事實。
- ② 配合縱尺度的方法有四種：
- (1) 將原有兩種事實求得平均數，然後以其平均數之比，或其

比之近似值配合尺度。

(2)於求得原事實之平均數後，再求各數量與其平均數之差，進而求其平均差，然後將兩平均數置於同一橫線上，以平均差之比或其比之近似值配合縱尺度。

(3)求原事實的百分數，然後據以作圖。

(4)求原事實之對數，再據所得之兩組對數作單對數圖，並將二平均數之對數平列，以之作圖。

1-13 上年度某機關全年經費為 200 萬元，其中用人費為 90 萬元，業務費為 80 萬元，經常費為 30 萬元，今欲繪成經費分配圖，以顯示各項費用占全部經費的百分比，問以繪製何種圖形為宜？說明其理由，又作此圖之步驟如何？（57 年特考）

解 統計圖之種類甚多，繪製統計圖時宜視統計資料之性質及製圖之目的而定。本題繪圖之目的在於顯示各項費用占全部經費之百分比，故應採圓形圖為宜；此圖形最宜表示屬性數列各部份占全部之百分比。

圓形圖係以圖之全面積代表全體，再按各類事實之大小，分割此圖面積為若干扇形，以代表各類之數量，其繪製過程如下：

①求各項經費占總經費之比例；

$$\text{用人費：} \quad \frac{90}{200} \times 100\% = 45\%$$

$$\text{業務費：} \quad \frac{80}{200} \times 100\% = 40\%$$

$$\text{經常費：} \quad \frac{30}{200} \times 100\% = 15\%$$

②以各部份百分數乘 360° ，求得各部份在圓內應占的度數。

$$\text{用人費：} \quad 360^\circ \times 45\% = 162^\circ$$

$$\text{業務費：} \quad 360^\circ \times 40\% = 144^\circ$$

$$\text{經常費：} \quad 360^\circ \times 15\% = 54^\circ$$

③繪一大小適當之圓。

④按各項經費所占圖心角度引經若干半徑，分全圖為三個扇形。

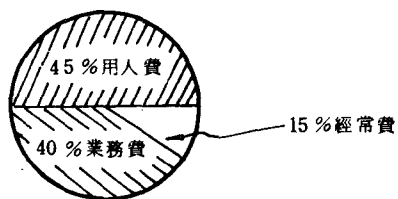
⑤各扇形內塗上顯色或線條，以便識別。

⑥各項經費名稱及百分數寫入所屬之扇形內；若扇形甚小無法

填入，則可寫於扇形之外，而以箭頭指向扇形示之。

⑦畫寫標題，清潔圖面審核全圖。

某機關某年經費分配圖：

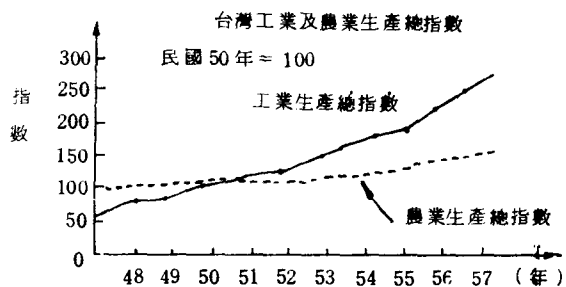


1-14 台灣近十年之工業生產總指數及農業生產總指數如下表，試繪製一統計圖以示其變動情形。(58年特丙)

台灣工業及農業生產總指數 民國50年 = 100

年 別	工業生產總指數	農業生產總指數
48 年	76.15	90.90
49	86.77	92.13
50	100.00	100.00
51	111.22	102.09
52	121.44	101.60
53	145.29	114.50
54	172.75	123.00
55	200.40	129.40
56	234.07	137.02
57	284.17	145.39

解

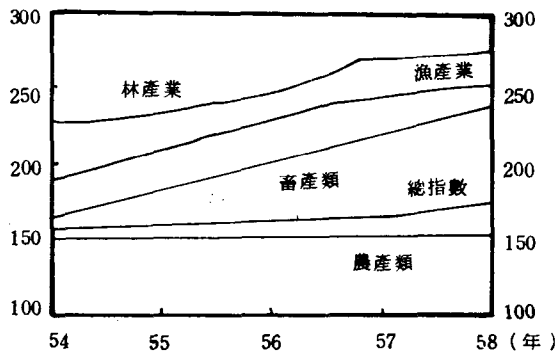


1-15 試根據下表台灣地區最近五年農業生產指數，繪一統計圖，表示總指數及各項指數之變動趨勢。（五十九普）

台灣地區農業生產指數 民國45年 = 100

年 別	總 指 數	農 產 類	林 產 類	漁 產 類	畜 產 類
54 年	157.5	151.1	233.1	182.5	160.5
55	165.7	158.2	212.1	204.0	178.2
56	175.4	164.7	220.3	221.7	202.9
57	186.1	172.7	231.2	266.8	214.5
58	185.8	168.1	236.6	282.5	228.6

解

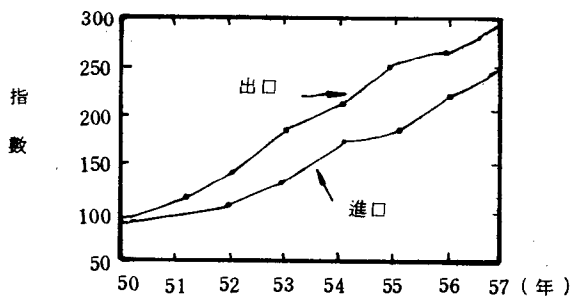


1-16 試就下表台灣進出口量指數資料繪製一統計圖（58普考）

基期：民國50年 = 100 台灣進出口量指數

年 別	進口量指數	出口量指數
50	100.00	100.00
51	109.33	113.81
52	115.89	141.04
53	132.25	185.37
54	167.83	211.21
55	177.54	253.84
56	222.79	266.50
57	245.11	282.77

解： 台灣進出口量指數
中華民國五十年至五十七年
基期：民國 50 年 = 100



1-17 試依下表台灣地區民國五十九年底各年齡組男女人口數繪成各年齡組男女比較圖(60普)

台灣地區現住人口年齡分配(59年底) 單位：千人

性 別	未滿 1 歲	1 - 4 歲	5 - 9 歲	10 - 14 歲	15 - 19 歲	20 - 24 歲	25 - 29 歲	30 - 34 歲
男 性	186	788	1033	988	899	614	476	465
女 性	173	742	975	937	855	584	450	443
	35 - 39 歲	40 - 44 歲	45 - 49 歲	50 - 54 歲	55 - 59 歲	60 - 64 歲	65 - 69 歲	70 歲 及以上
男 性	457	511	420	301	245	157	99	94
女 性	389	340	279	214	186	143	101	133

解 台灣地區現住人口年齡男女比較圖
中華民國五十九年底