

摆线齿轮滚刀 原理与设计

国防工业出版社



1

内 容 简 介

本书系统阐述摆线齿轮滚刀原理与设计方法。共分四章:摆线分析、摆线齿轮、摆线齿轮滚刀圆弧齿形误差控制设计法、滚刀基本概念及刀体设计。

本书内容新颖,联系实际,推理严密,深入浅出。可供从事齿轮和齿轮刀具研究、设计、制造的工人和技术人员参考,也可供有关院校师生阅读。

摆 线 齿 轮 滚 刀 原 理 与 设 计

陆严清、岑继平、刘殿亭 编著

国防工业出版社出版

北京市书刊出版业营业许可证出字第 074 号

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

上海商务印刷厂排版 国防工业出版社印刷厂印装

787×1092 1/32 印张 3 3/16 67 千字

1978 年 6 月第一版 1978 年 6 月第一次印刷 印数:00,001—40,000 册

统一书号:15034·1671 定价:0.35 元

序 言

随着圆弧-泛摆线啮合副的工程应用日愈增多,要求提供关于摆线齿轮圆弧齿形滚刀的完整资料和设计方法。对于一般圆弧齿形滚刀,苏修、美帝的齿轮刀具“权威”曾断言,由于涉及因素极为复杂,用数解法求滚刀的理想齿形是不可能的,因此只能采取试算方法。这是一种带有盲目性的少慢差费设计法,已被逐步淘汰。至于展切摆线齿轮的多圆弧齿形滚刀的设计,在国外有关资料中并无记载。

遵照伟大领袖和导师毛主席关于“中国人民有志气,有能力,一定要在不远的将来,赶上和超过世界先进水平”的教导,我们长期以来致力于摆线齿轮滚刀原理与设计法的研究,运用毛主席的光辉哲学思想,从多种矛盾中抓主要矛盾,克服了困难,研究出了摆线齿轮滚刀圆弧齿形误差控制设计法,为了交流、推广,我们写成了这本小册子——《摆线齿轮滚刀原理与设计》。

本书详述了内外摆线的形成原理及分析;摆线齿轮概念及各参数的关系;摆线齿轮滚刀圆弧齿形误差控制设计法;摆线齿轮滚刀的基本概念及刀体设计等。

在这本小册子的写作中,得到了有关单位工人、技术人员和干部的大力支持和热情帮助,在此表示感谢。另外,由于我们的水平所限,错误和不妥之处一定不少,请同志们提出宝贵意见。

作 者

目 录

第一章 摆线分析.....	1
§ 1-1 外摆线.....	1
(一)无包心形成法.....	1
(二)包心形成法.....	2
(三)外摆线的无包心形成法与包心形成法之间的等效关系.....	3
(四)外摆线 b_w 的变化形式.....	7
(五)外摆线 B_w 的变化形式.....	12
§ 1-2 内摆线.....	15
(一)无包心形成法.....	15
(二)包心形成法.....	17
(三)内摆线的无包心形成法与包心形成法之间的等效关系.....	19
§ 1-3 循环曲线和等效动点.....	22
第二章 摆线齿轮.....	25
§ 2-1 概述.....	25
§ 2-2 摆线齿轮齿形.....	29
§ 2-3 摆线齿轮的共轭齿条齿形.....	31
§ 2-4 摆线齿轮齿形的曲率半径.....	33
§ 2-5 摆线齿轮的测量参数.....	38
(一)齿根圆直径和齿顶圆直径.....	38
(二)水平公法线长度.....	40
(三)垂直公法线长度.....	42
(四)弦长和弦高.....	43
第三章 摆线齿轮滚刀圆弧齿形误差控制设计法.....	45
§ 3-1 概述.....	45

§ 3-2 根部圆弧(R_g)半径 R_g 及其中心 Q_g 的坐标 A_g, B_g 的 确定.....	48
§ 3-3 腹部圆弧(R_f)半径 R_f 及其中心 Q_f 的坐标 A_f, B_f 的 确定.....	51
§ 3-4 顶部圆弧(R_0)半径 R_0 及其中心 Q_0 的坐标 A_0, B_0 的 确定.....	57
§ 3-5 加工节圆、齿形点滚动角.....	65
§ 3-6 (另取加工节圆)滚刀圆弧齿形误差控制设计法.....	67
(一)根部圆弧齿形(R_g)计算.....	67
(二)腹部圆弧齿形(R_f)计算.....	68
(三)顶部圆弧齿形(R_0)计算.....	70
§ 3-7 双圆弧齿形误差控制设计法.....	71
第四章 滚刀的基本概念及刀体设计	80
§ 4-1 基本螺旋体.....	80
§ 4-2 容屑槽.....	82
§ 4-3 刀齿的后面.....	83
§ 4-4 切齿滚比关系.....	88
§ 4-5 滚刀刀体设计.....	89
(一)标称直径 D_v 、标称螺旋升角 λ 、标称螺旋导程 S	90
(二)外径 D_u	90
(三)端面齿数 Z_k	90
(四)铲背量 K_1, K_2 和刀形角 α	90
(五)第二铲背外径 D'_u	91
(六)容屑槽导程 S_k 和容屑槽深度 H_k	91
(七)刀体总长度 $L_{总}$ 和台阶直径 $D_{台}$	92
(八)其它尺寸(图 4-3).....	92

第一章 摆线分析

在摆线齿轮滚刀设计中,不仅涉及摆线、摆线的等距曲线和摆线的等效形成法,而且还涉及各种形式的渐开线(就本质而言,渐开线只是摆线的特例)。为了便于了解和运用,将对摆线的形成、分类和主要性质,作一系统陈述。

§ 1-1 外摆线

(一) 无包心形成法

圆 (R_1) 和 (R_2) 的半径分别为 R_1 和 R_2 (图 1-1),圆 (R_2) 位于圆周 (R_1) 之外、圆 (R_1) 的中心 O_1 不在圆周 (R_2) 之内。当圆 (R_2) 沿圆周 (R_1) 作连续纯滚时,与圆 (R_2) 相固连的点 u 在圆 (R_1) 所在平面上的行动轨迹为曲线 b_w ,称曲线 b_w 为外摆线。称 (R_1) 为导圆, (R_2) 为滚圆, u 为动点,滚圆 (R_2) 的中心 O_2 至点 u 的距离 $\overline{O_2u}=e$ 为动点距。显然,外摆线 b_w 的形态取决于参数 R_1 、 R_2 、 e 。

由图 1-1 知,曲线 b_w 上任一点 u' 的坐标 x 、 y 为

$$\left. \begin{aligned} x &= (R_1 + R_2) \sin \varphi_1 + e \cos [(90^\circ - \varphi_1) + (180^\circ - \varphi_2)] \\ &= (R_1 + R_2) \sin \varphi_1 - e \sin [(i_{1,2} + 1) \varphi_1] \\ y &= (R_1 + R_2) \cos \varphi_1 + e \sin [(90^\circ - \varphi_1) + (180^\circ - \varphi_2)] \\ &= (R_1 + R_2) \cos \varphi_1 - e \cos [(i_{1,2} + 1) \varphi_1] \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

$$i_{1,2} = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{R_1}{R_2} \quad (1-2)$$

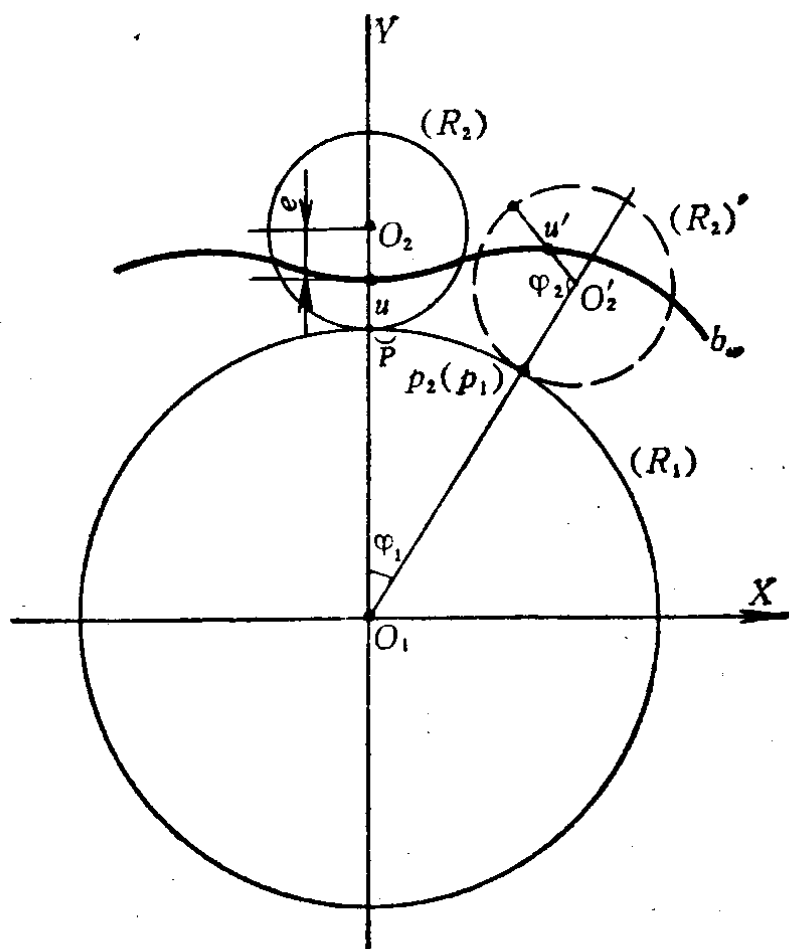


图 1-1

由于 u' 为外摆线 b_w 上任取的一点, 所以式 (1-1) 即外摆线 b_w 方程。由于在曲线 b_w 的形成过程中, 导圆 (R_1) 中心 O_1 始终不在滚圆周 (R_2) 之内, 所以称为外摆线的无包心形成法。

(二) 包心形成法

外摆线尚可用另一种方法形成 (图 1-2)。圆 (R_I) 和 (R_{II}) 的半径分别为 R_I 和 R_{II} , 圆 (R_{II}) 位于圆周 (R_I) 之外, 圆 (R_I) 的中心 O_I 在圆周 (R_{II}) 之内。当圆 (R_{II}) 沿圆周 (R_I) 作连续纯滚时, 与圆 (R_{II}) 相固连的点 U 在圆 (R_I) 所在平面上的行动轨迹为曲线 B_w , 称曲线 B_w 为外摆线。其中 (R_I) 和 (R_{II}) 分别为导圆和滚圆, U 为动点, $\overline{O_{II}U} = C$ 为动点距。

由图 1-2 知, 曲线 B_w 上任一点 U' 的坐标 x, y 为

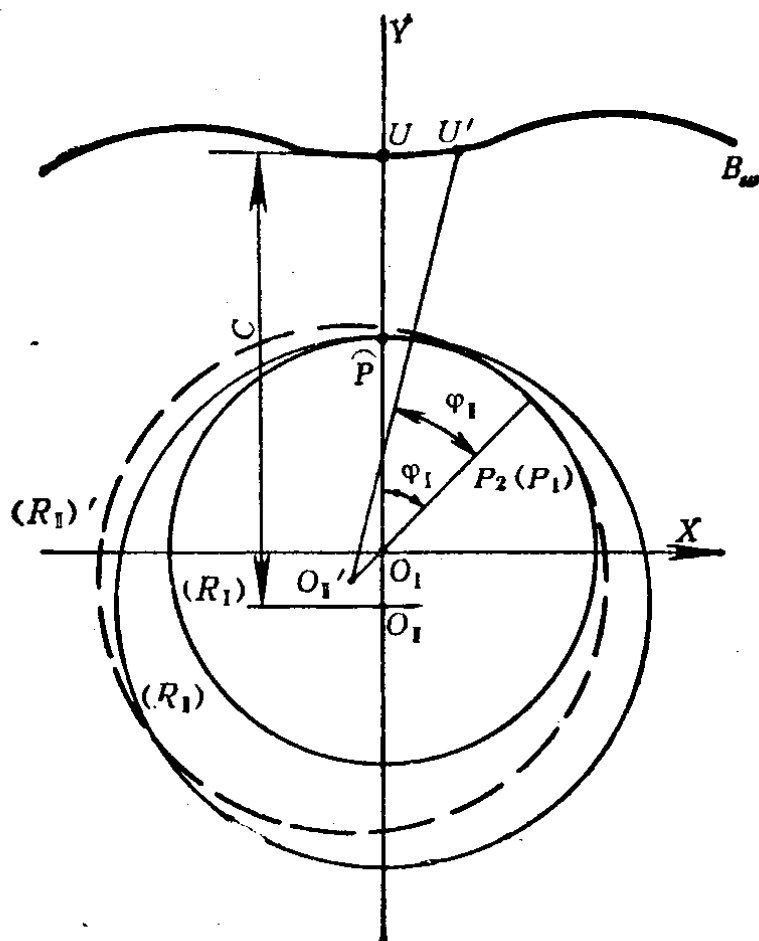


图 1-2

$$\left. \begin{aligned} x &= R_I \sin \varphi_I - R_{II} \sin \varphi_I + C \sin(\varphi_I - \varphi_{II}) \\ &= (R_I - R_{II}) \sin \varphi_I + C \sin[(1 - i_{I, II}) \varphi_I] \\ y &= R_I \cos \varphi_I - R_{II} \cos \varphi_I + C \cos(\varphi_I - \varphi_{II}) \\ &= (R_I - R_{II}) \cos \varphi_I + C \cos[(1 - i_{I, II}) \varphi_I] \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

$$i_{I, II} = \frac{\varphi_{II}}{\varphi_I} = \frac{R_I}{R_{II}} \quad (1-4)$$

由于 U' 为外摆线 B_w 上任取的一点, 所以式 (1-3) 即外摆线 B_w 方程。外摆线 B_w 的形态取决于参数 R_I 、 R_{II} 、 C 。由于在曲线 B_w 的形成过程中, 导圆 (R_I) 中心 O_I 始终在滚圆周 (R_{II}) 之内, 所以称为外摆线的包心形成法。

(三) 外摆线的无包心形成法与包心形成法之间的等效关系

在外摆线的两种形成法中, 相同之处是滚圆 (R_2) [或 (R_{II})] 位于导圆周 (R_1) [或 (R_I)] 之外, 不同之处是, 在无包心形成法中, 导圆 (R_1) 中心 O_1 始终位于滚圆周 (R_2) 之外; 而在包心形成法中, 导圆 (R_I) 中心 O_I 始终位于滚圆周 (R_{II}) 之内。此两种形成方法, 对于外摆线的形成, 虽然在形式上有所不同, 但并无本质差异, 因为即将证实, 同一条外摆线既可由无包心法形成, 亦可由包心法形成; 也就是说, 其中一种是另一种形成法的等效形成法。

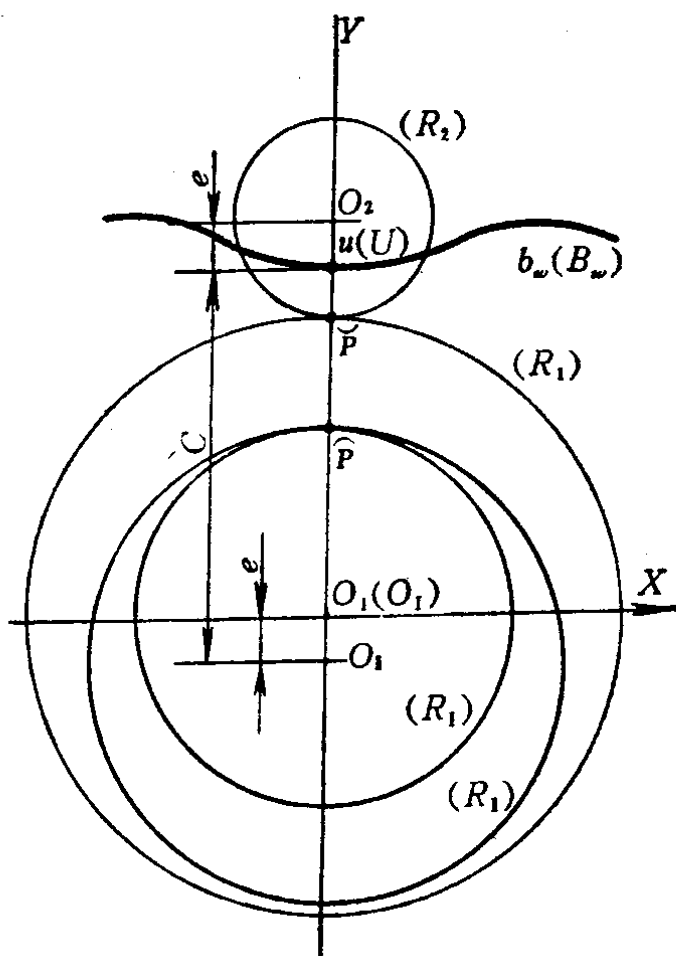


图 1-3

外摆线 b_w 和 B_w 的形态, 分别取决于各自的参数组 R_1 、 R_2 、 e 和 R_I 、 R_{II} 、 C 。现设坐标系 O_1XY 与 O_IXY 相重合 (图 1-1、图 1-2、图 1-3), 考查参数组 R_1 、 R_2 、 e 与 R_I 、 R_{II} 、 C 之间

存在何种关系时, 外摆线 b_w 与 B_w 才能完全重合, 成为等同曲线 $b_w(B_w)$ 。

为此, 令式(1-1)和(1-3)中的 x, y 分别相等:

$$\left. \begin{aligned} x &= (R_1 + R_2) \sin \varphi_1 - e \sin [(\dot{i}_{1,2} + 1) \varphi_1] \\ &= (R_I - R_{II}) \sin \varphi_I + C \sin [(1 - \dot{i}_{I,II}) \varphi_I] \\ y &= (R_1 + R_2) \cos \varphi_1 - e \cos [(\dot{i}_{1,2} + 1) \varphi_1] \\ &= (R_I - R_{II}) \cos \varphi_I + C \cos [1 - \dot{i}_{I,II}) \varphi_I] \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

比较式(1-5)的等号两端, 得曲线 b_w 和 B_w 的等同条件:

$$R_1 + R_2 = C \quad (1-6)$$

$$\varphi_1 = (1 - \dot{i}_{I,II}) \varphi_I \quad (1-7)$$

$$-e = R_I - R_{II} \quad (1-8)$$

$$(\dot{i}_{1,2} + 1) \varphi_1 = \varphi_I \quad (1-9)$$

由式(1-7)和(1-9)可知, 同一条外摆线 $b_w(B_w)$, 在两种形成法中的滚比 $\dot{i}_{1,2}, \dot{i}_{I,II}$ 并不相同, 其关系为

$$\varphi_1 = (1 - \dot{i}_{I,II}) \varphi_I = \frac{\varphi_I}{1 + \dot{i}_{1,2}}$$

即

$$\left. \begin{aligned} \dot{i}_{1,2} &= \frac{\dot{i}_{I,II}}{1 - \dot{i}_{I,II}} \\ \dot{i}_{I,II} &= \frac{\dot{i}_{1,2}}{1 + \dot{i}_{1,2}} \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

将式(1-2), (1-4), (1-6), (1-8)代入式(1-10), 得

$$\frac{e}{R_2} = \frac{R_{II}}{C} \quad (1-11)$$

由式(1-11)可知, 当动点 u 位于圆周(R_2)内时, 动点 U 位于圆周(R_{II})之外。反之, 当动点 u 位于圆周(R_2)外时, 动点 U 位于圆周(R_{II})之内。另外, 由式(1-8): $R_{II} = R_I + e$, 即 $R_{II} > R_I$, 这说明, 无包心法的等效形成法确为包心法。

相应于同一条外摆线 $b_w(B_w)$ 的两个参数组 R_1, R_2, e 和

R_I, R_{II}, C 。如已知参数 R_I, R_{II}, C , 则可从式(1-8)、(1-11)、(1-6)解其等效参数组 R_1, R_2, e 。

$$\left. \begin{aligned} e &= R_{II} - R_I \\ R_2 &= \frac{Ce}{R_{II}} \\ R_1 &= C - R_2 \end{aligned} \right\} \quad (1-12)$$

同样, 如已知参数组 R_1, R_2, e , 可解其等效参数组 R_I, R_{II}, C 。

$$\left. \begin{aligned} C &= R_1 + R_2 \\ R_{II} &= \frac{Ce}{R_2} \\ R_I &= R_{II} - e \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

事实上, 三个算式(1-6), (1-8), (1-11)包含有六个参数 $R_1, R_2, e, R_I, R_{II}, C$, 因此只要已知其中三个, 就可以确定另外三个参数。

[例1-1]: 在外摆线 $b_w(B_w)$ 形成中, 已知参数 $R_I = 22.8$, $C = 34$, $e = 3.8$, 求参数 $R_{II}, R_2, R_1, i_{1,2}, i_{I,II}$,

$$R_{II} = R_I + e = 22.8 + 3.8 = 26.6$$

$$R_2 = \frac{Ce}{R_{II}} = \frac{34 \times 3.8}{26.6} = 4.85714$$

$$R_1 = C - R_2 = 34 - 4.85714 = 29.14286$$

$$i_{1,2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{29.14286}{4.85714} = 6$$

$$i_{I,II} = \frac{R_I}{R_{II}} = \frac{22.8}{26.6} = \frac{6}{7}$$

或

$$i_{I,II} = \frac{i_{1,2}}{1 + i_{1,2}} = \frac{6}{1 + 6} = \frac{6}{7}$$

另外, $\frac{e}{R_2} = \frac{R_{II}}{C} = \frac{3.8}{4.8514} = \frac{26.6}{34} < 1$, 曲线 $b_w(B_w)$ 为短幅外

摆线[参看本节(四)]。

(四) 外摆线 b_w 的变化形式

在无包心形成法中, 由式(1-1)知, 外摆线 b_w 的方程为

$$\begin{cases} x = (R_1 + R_2) \sin \varphi_1 - e \sin [(\dot{i}_{1,2} + 1) \varphi_1] \\ y = (R_1 + R_2) \cos \varphi_1 - e \cos [(\dot{i}_{1,2} + 1) \varphi_1] \end{cases}$$

现令

$$k_w = \frac{e}{R_2} \quad (1-14)$$

称 k_w 为外摆线 b_w 的变幅系数。

当 $k_w < 1$ 时, 动点 u 位于滚圆周 (R_2) 内(图 1-4a), 称 b_w

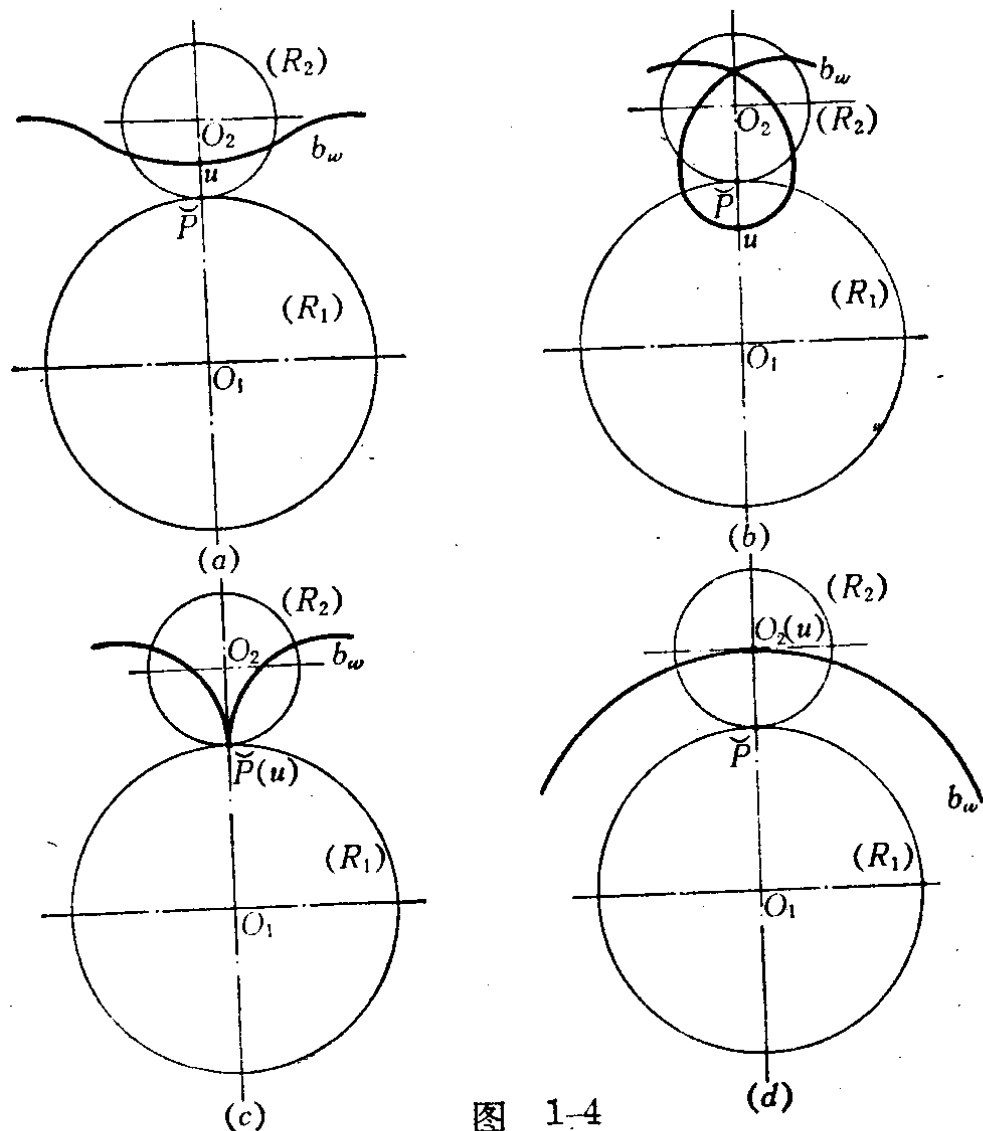


图 1-4

为短幅外摆线。

当 $k_w > 1$ 时, 动点 u 位于滚圆周 (R_2) 外 (图 1-4b), 称 b_w 为长幅外摆线。

当 $k_w = 1$ 时, 动点 u 位于滚圆周 (R_2) 上 (图 1-4c), 称 b_w 为普通外摆线。

当 $k_w = 0$ 时, 动点 u 与滚圆 (R_2) 中心 O_2 重合 (图 1-4d), 动点 u 的行动轨迹曲线 b_w 为一个圆; 其方程为 [由式 (1-1)]

$$\left. \begin{aligned} x &= (R_1 + R_2) \sin \varphi_1 \\ y &= (R_1 + R_2) \cos \varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad (1-15)$$

或

$$x^2 + y^2 = (R_1 + R_2)^2 = C^2 \quad (1-16)$$

现在来讨论平摆线。为此, 使过点 $\check{P}$ 的导圆 (R_1) (图 1-1) 的半径 R_1 逐渐增大, 直至圆周 (R_1) 与直线 jj 相重合 (图 1-5)。

此时, 应以 $R_2 \varphi_2$ 、 R_2 、 φ_2 分别替代式 (1-1) 中的 $(R_1 + R_2) \sin \varphi_1$ 、 $(R_1 + R_2) \cos \varphi_1$ 、 $(i_{1,2} + 1) \varphi_1$ 。于是得坐标系 $\check{P}XY$ 中的平摆线方程:

$$\left. \begin{aligned} x &= R_2 \varphi_2 - e \sin \varphi_2 \\ y &= R_2 - e \cos \varphi_2 \end{aligned} \right\} \quad (1-17)$$

当 $k_w < 1$ 时, 称 b_w 为短幅平摆线 (图 1-5a)。

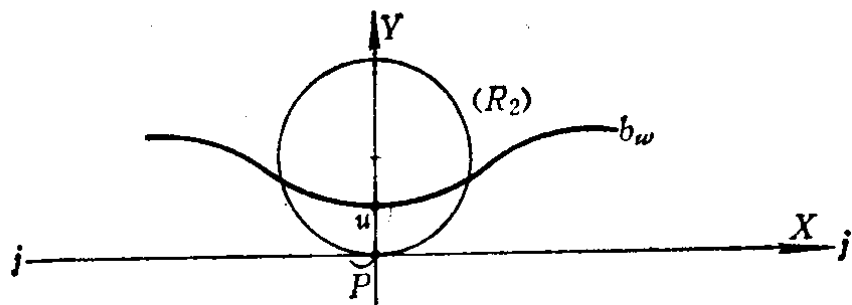
当 $k_w > 1$ 时, 称 b_w 为长幅平摆线 (图 1-5b)。

当 $k_w = 1$ 时, 称 b_w 为普通平摆线 (图 1-5c)。

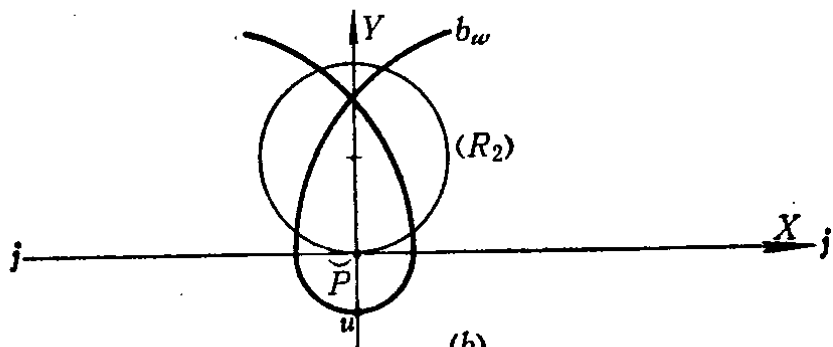
当 $k_w = 0$ 时, b_w 退化为一 条直线 (图 1-5d); 由式 (1-17) 知其方程为

$$\left. \begin{aligned} x &= R_2 \varphi_2 \\ y &= R_2 \end{aligned} \right\} \quad (1-18)$$

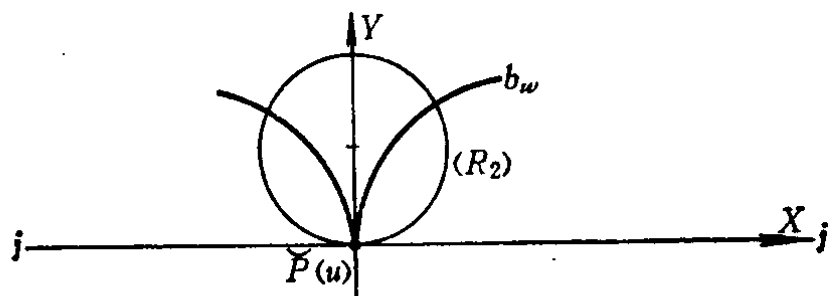
下面讨论圆渐开线, 它是摆线的一种重要特例。



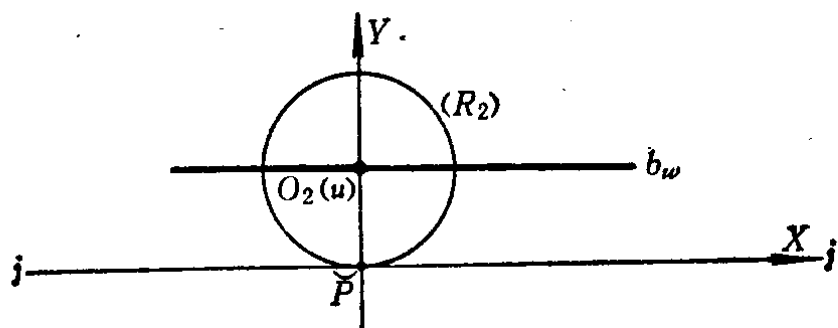
(a)



(b)



(c)



(d)

图 1-5

现使过点 $\check{P}$ 的滚圆 (R_2) 的半径 R_2 (图 1-1) 逐渐增大, 直至圆周 (R_2) 与直线 jj 相重合 (图 1-6); 并设点 $\check{P}$ 至动点 u 的距离 $\check{P}u = B$ 。

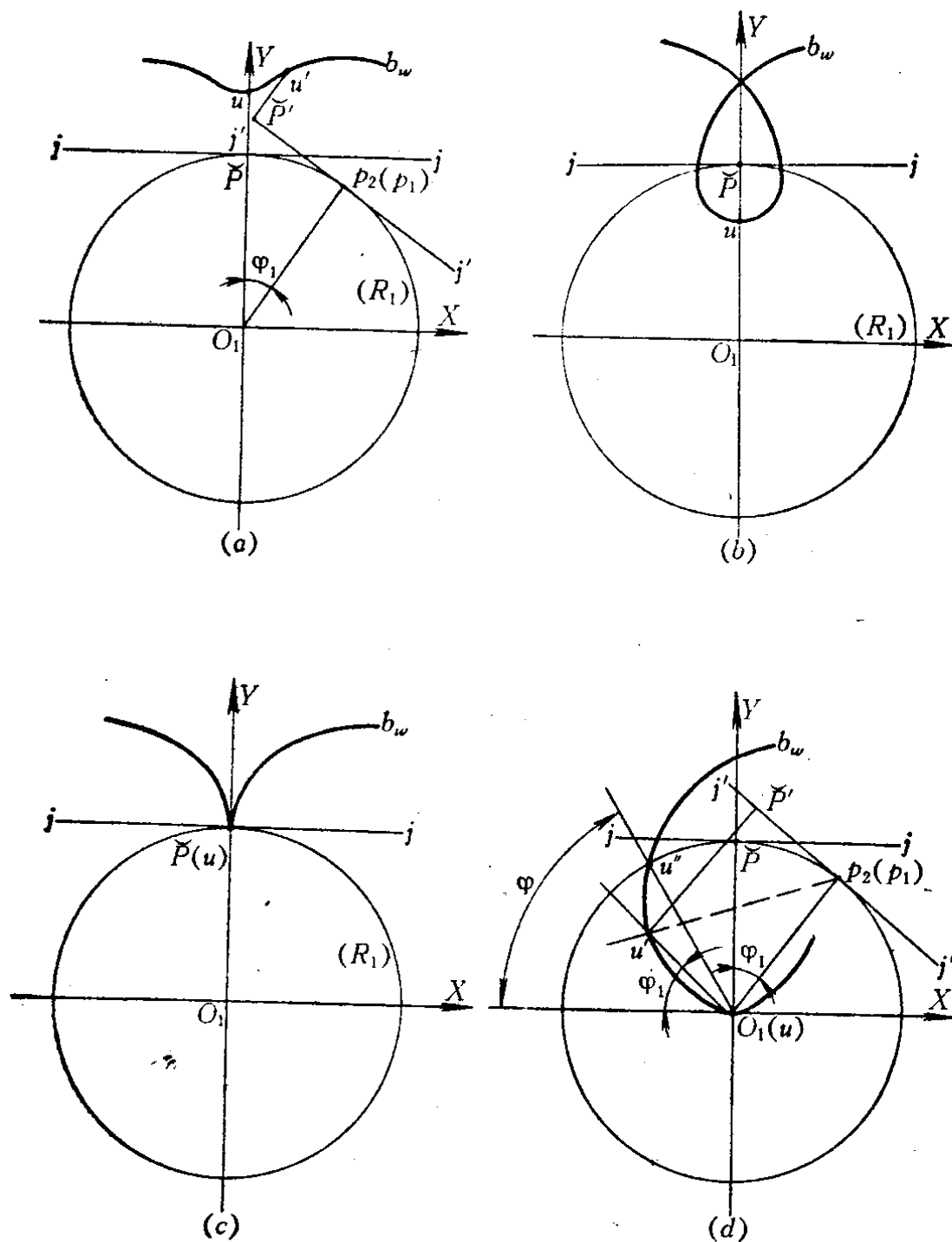


图 1-6

当直线 jj 沿圆周 (R_1) 作纯滚时, 与直线 jj 相固连的点 u 在圆 (R_1) 所在平面上的行动轨迹 b_w 为渐开线。渐开线 b_w 上任一点 u' 的坐标 x, y 为

$$\left. \begin{aligned} x &= R_1 \sin \varphi_1 + R_1 \varphi_1 \cos[(90^\circ - \varphi_1) + 90^\circ] + B \sin \varphi_1 \\ &= (R_1 + B) \sin \varphi_1 - R_1 \varphi_1 \cos \varphi_1 \\ y &= R_1 \cos \varphi_1 + R_1 \varphi_1 \sin[(90^\circ - \varphi_1) + 90^\circ] + B \cos \varphi_1 \\ &= (R_1 + B) \cos \varphi_1 + R_1 \varphi_1 \sin \varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad (1-19)$$

当 $B > 0$ 时, 动点 u 位于直线 jj 之上侧, b_w 为短幅渐开线(图 1-6 a)。

当 $B < 0$ 时, 动点 u 位于直线 jj 之下侧, b_w 为长幅渐开线(图 1-6 b)。

当 $B = 0$ 时, 动点 u 位于直线 jj 之上, b_w 为普通渐开线(图 1-6 c)。

当 $B = -R_1$ 时, 动点 u 通过圆 (R_1) 中心 O_1 , b_w 为阿基米得曲线(图 1-6 d), 由式(1-19)得其方程:

$$\left. \begin{aligned} x &= -R_1 \varphi_1 \cos \varphi_1 \\ y &= R_1 \varphi_1 \sin \varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad (1-20)$$

或

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-R_1 \varphi_1 \cos \varphi_1)^2 + (R_1 \varphi_1 \sin \varphi_1)^2} = R_1 \varphi_1 \quad (1-21)$$

至此, 顺便一提关于阿基米得曲线的法线作法问题。

当直线 jj 沿导圆周 (R_1) 纯滚时, 与直线 jj 相固连的动点 u , 在圆 (R_1) 所在平面上的行动轨迹曲线 b_w 为阿基米得曲线(图 1-6 d)。曲线 b_w 上点 u' 所对应的滚动角为 φ_1 。连线 $\overline{p_2(p_1)u'}$ 为曲线 b_w 于点 u' 处的法线(参看第二章 § 2-1)。由此可见, 如阿基米得曲线已经作出, 为了求任一点 u' 处的法线, 则可

由中心 O_1 作向径 $\overline{O_1 u'}$ 的垂线 $\overline{O_1 p_2(p_1)}$, 交导圆周 (R_1) 于点 $p_2(p_1)$, 连线 $\overline{p_2(p_1)u_1}$ 即阿基米得曲线交于 u' 处的法线。另外, 由式(1-21)知, 当 $\rho = R_1$ 时, $\varphi_1 = \varphi = 1$ 弧度, 所以曲线 b_w 与圆周 (R_1) 的交点 u'' (图 1-6d) 所对应的滚动角 $\varphi_1 = 1$ 弧度。阿基米得曲线的极坐标形式通常为 $\rho = k\varphi$, 其中 k 即导圆半径。如上分析, 阿基米得曲线的形态只取决于导圆半径的大小, 因此也称 k 为“形圆”半径。在目前的情况下, 形圆半径 $k = R_1$ 。

(五) 外摆线 B_w 的变化形式

在包心形成法中, 由式(1-3)知, 外摆线 B_w 的方程为

$$\left. \begin{aligned} x &= (R_I - R_{II}) \sin \varphi_I + C \sin [(1 - i_{I, II}) \varphi_I] \\ y &= (R_I - R_{II}) \cos \varphi_I + C \cos [(1 - i_{I, II}) \varphi_I] \end{aligned} \right\}$$

现令

$$K_w = \frac{R_{II}}{C} \quad (1-22)$$

称 K_w 为外摆线 B_w 的变幅系数。

当 $K_w < 1$ 时, 动点 U 位于滚圆周 (R_{II}) 外(图 1-7a), B_w 为短幅外摆线。

当 $K_w > 1$ 时, 动点 U 位于滚圆周 (R_{II}) 内(图 1-7b), B_w 为长幅外摆线。

当 $K_w = 1$ 时, 动点 U 位于滚圆周 (R_{II}) 上(图 1-7c), B_w 为普通外摆线。

当 $K_w = 0$ 时, 动点 U 与滚圆 (R_{II}) 中心 O_{II} 重合(图 1-7d), 动点 U 的行动轨迹曲线 B_w 为一个圆; 其方程为

$$\left. \begin{aligned} x &= (R_I - R_{II}) \sin \varphi_I \\ y &= (R_I - R_{II}) \cos \varphi_I \end{aligned} \right\} \quad (1-23)$$

或
$$x^2 + y^2 = (R_I - R_{II})^2 = e^2 \quad (1-24)$$