断裂力学概论

〔英〕H·L·考克斯主编

机械工业出版社

断裂力学概论

[英] H·L· 考克斯主编

孙燕君 程育仁 孙国琨译

王克仁 范天佑 沈大钧校

机械工业出版社

本书系由英国《应变分析杂志》编辑部邀请的英国从事断裂力学工作的学者，按照教科书的形式所编写的全面介绍断裂力学的专著。书中着重阐述断裂力学各种概念的理论根据及其在工程上的应用，如实地反映当代断裂力学的研究成果和应用现状。本书可作为科研和工程技术人员全面了解断裂力学的基本概念之用，也可作为高等院校有关专业的参考书。

A GENERAL INTRODUCTION TO FRACTURE MECHANICS

A Journal of Strain Analysis Monograph

MECHANICAL ENGINEERING PUBLICATIONS LIMITED LONDON 1978

* * *

断裂力学概论

[英] H. L. 考克斯主编
孙燕君　程育仁　孙国琨译
王克仁　范天佑　沈大钧校

*

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)
(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)
重庆印制一厂印刷
新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本787×1092 1/32·印张6·字数129千字
1981年12月重庆第一版·1981年12月重庆第一次印刷
印数0,001—6,800·定价0.63元

*

统一书号：15033·4789

一 般 符 号

（摘自英国标准DD3和DD19，其他符号当其出现时再定）

a 裂纹长度或内裂纹半长度
B 试样厚度
E 杨氏模量
G 单位厚度上应变能随裂纹扩展的释放速率
J J围线积分
K 应力强度因子，附标Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ表示类型㊀
K_c 裂纹扩展时的K临界值
K_f 疲劳预裂最终阶段时的最大K_{I}值
K_Q $K_{\mathrm{I}C}$的临时值
$K_{\mathrm{I}c}$ 平面应变条件下的K_C值
ΔK 疲劳循环时的K范围值
P 势能
Q 作用力
Q_5 割线与力-位移关系曲线上的交点Q值
Q_Q 或为Q_5，或为先期出现的更高力值
Q_C 裂纹扩展的Q临界值
q 位移
S 加载跨度
V_g 夹式引伸仪的位移
W 试样宽度
Y 应力强度因子系数㊀
z 夹式引伸仪到试样表面的距离
γ 单位表面能，即表面张力
δ 裂纹张开位移
δ_c 裂纹张开时的δ临界值
μ 剪切模量
ν 泊松比
σ 应力
σ_Y 屈服应力（取试验应力的0.2%）

㊀ K的数值被有些作者写成$Y\sigma\sqrt{a}$，而另一些作者则用$Y\sigma\sqrt{\pi a}$的形式；前一用法中的Y等于后一用法中的$Y\sqrt{\pi}$，在本书中，在第二和第八章中，采用公式$K=Y\sigma\sqrt{a}$，而在第三，五，七章中则采用公式$K=Y\sigma\sqrt{\pi a}$；其他各处均未讨论Y值。

前　言

应变分析杂志的这期特刊是根据编辑部建议出刊的。我们认识到需要用教科书的体裁写一个关于现代断裂力学主要课题的最新评述，但应该采用价格低廉便于学生普遍采用的课本形式。我们邀请了一批专家依照预定编写计划按逻辑顺序而不是按历史顺序来撰写论文。论文分成两部分，第一部分阐述了断裂力学各种概念的理论背景，而第二部分则集中论述了断裂力学的实际应用。

断裂力学的一个方便的和适当严格的定义是“裂纹扩展的应用力学”。因此，断裂力学一点也没有说明断裂的过程是怎样进行的，但是对于研究这些过程的确提供了所需的解释和理论基础。目前断裂力学主要涉及裂纹扩展的宏观方面。虽然从微观上看断裂表面实际上是非常不规则的，但是我们都假设它们是光滑的。在进行分析时，还做了一些其它的简化假设，例如，应力强度因子这一重要概念的发展是建立在材料是线弹性连续体的假设之上的。为了考虑实际材料的具体情况，可以对基本理论做出各种修改，最近的许多工作是和全面塑性的状况相联系的。早期的断裂力学因为没有得到严格的解，常常不得不采用半经验的推导。这样有时候在实际工程中应用断裂力学的概念就缺乏可靠性。但是这种状况现在已经大大改善了。

借助于断裂力学就使得“韧性”这样一个相当难以捉摸的概念得到了定量的分析。我们现在可以把韧性恰当地定义为“对裂纹扩展的阻力”。应注意这里并没有特别说明载

荷（静载荷、疲劳等等）的形式和周围环境。从历史上看，早期的工作是研究脆性断裂，这是在第二次世界大战末期“自由”号轮船的破坏，以及“慧星”号飞机惨案和空间火箭的一些问题的刺激下开始的。应力强度因子K，可以作为描写裂纹顶端附近弹性应力场的单一参数。这个重要概念的发展，已经鼓励人们把断裂力学应用于几乎所有类型的裂纹扩展中。我们注意到，断裂力学仅仅处理有裂纹的情况，它并不能处理无裂纹的情况。然而，大多数结构都包括裂纹，这些裂纹或者是由于制造带来的，或者是在结构寿命的早期就已经出现了的，而这些常常是导致结构破坏的根源。

就静态加载来说，断裂力学的合理基础是这样一个假定：为了使裂纹扩展，有两个条件是必要和充分的。首先，在裂纹顶端必需有足够的应力以形成裂纹扩展的某种机理；第二，必须有足够的能量注入裂纹顶端，以供给创造新表面时作功。起先，人们曾经相信只需要第一个条件。然而对于椭圆孔的Inglis 的解指出，当接近裂纹顶端时，弹性应力趋近于无穷大，从而导致有裂纹的物体不能承受任何载荷的奇怪结论。这个问题已由Griffith 解决，他利用一种基于表面能的能量平衡方法解释了玻璃的破坏。Orowan 和 Irwin发展了这个能量平衡法，把涉及新裂纹表面附近的塑性变形能也包括在内，而最近已由Rice和其他作者推广到包括全塑性的情况。

在这期间，Irwin 又提出了应力强度因子的概念，并指出：当两个条件都具备时，就在某一临界值发生裂纹扩展。运用这个概念有很大的优点，就像光滑试样的材料性质可以用应力来度量一样，有裂纹时的材料性质则可以用应力强度因子来度量。然而，用应力强度因子（或任何其它断裂力学

参数）来测定材料的性质只能建立在这样的经验基础上，即当按所述的定律进行计算时可以得出充分一致的结果，并且对某一特定的应用计算方便、实用且有足够的精确度。建立在这样基础上的现代断裂力学已经用来解决广泛范围的问题，特别是有关疲劳裂纹扩展和脆性断裂的问题。

计划小组

H. L. Cox	主席
H. Fessler	教授
K. J. Miller	博士
L. P. Pook	博士
C. E. Tumer	教授

目　录

第一章 能量平衡法研究断裂问题

本文叙述了能量平衡法研究断裂问题的发 展。讨论了该法的局限性并指出了它在解决实际问题的根据。

用能量平衡法来研究裂纹体中的断裂现象最初是由Griffith[1/1]提出的。他的基本前提是，假若由于裂纹扩展一增量的结果，使得释放的贮存能多于创造新裂纹表面的吸收能时，就会发生裂纹的不稳定扩展。这样的论述是吸引人的，因为它符合于不稳定过程必要条件的一些基本观点。然而，当详细考虑这些能量的计算时发现，在大多数实际情况中困难很大。例如，假若裂纹扩展发生时已产生了相当大的塑性变形，那么计算由裂纹扩展所释放的能量就不是一个

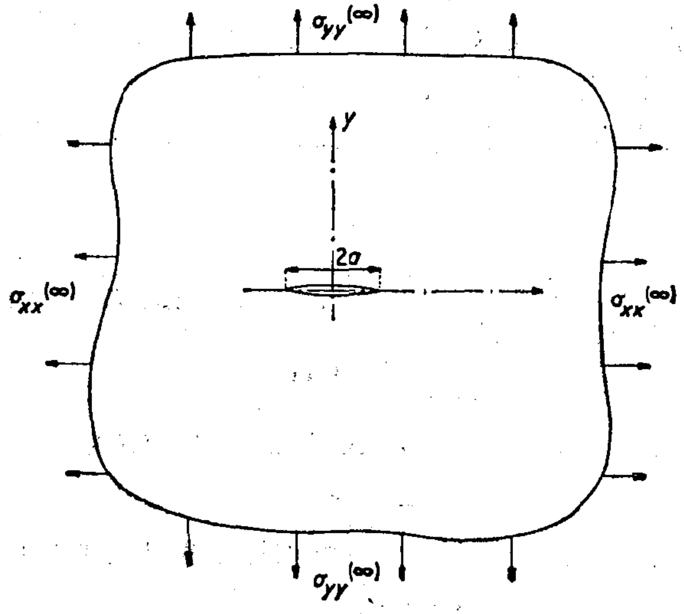

图 1

简单的课题。这些困难把人们的注意力引导到裂纹顶端特征参数上，这些参数可作为材料对断裂敏感度的度量。这些方法是本书另一篇论文的课题，因此在这里就不赘述了。

假若我们限于讨论这样的(假设的)材料，这些材料在裂纹扩展以前处于完全弹性状态，并且全部吸收能都符合表面能的经典解释，那么就不会发生上述的困难。Griffith[1/1]就是限于考虑这样的问题。作为一个特殊情况，他研究长度为$2a$的裂纹，其包含在一个无限大的平面弹性体中。在离裂纹很远的地方，分别作用着垂直和平行于裂纹平面的均布正应力，这些应力分别表示为$\sigma_{yy}^{(\infty)}$和$\sigma_{xx}^{(\infty)}$，如图1所示。为了求得物体的总应变能，利用Bueckner[1/2]的结果可能是很方便的。这个结果表明：在图1所示的物体中，与裂纹引入有关的应变能和图2所示物体的应变能相等㊀。对于图2所示的物体来说，离裂纹很远的地方不受应力作用，而仅有等于$\sigma_{yy}^{(\infty)}$的均布应力（σ_0）垂直作用在裂纹表面上。这就意味着，在所考虑的限制下，应力$\sigma_{xx}^{(\infty)}$并不影响裂纹的稳定性。对于这种情况，上裂纹面的变形表面可由下式给出[1/3]：

㊀ 这里的叙述不太严格。应该说，图2所示物体的应变能等于图1所示物体在引入裂纹后应变能的减少。这样在总应变能的表达式中有一个符号的错误，应有

$$U_{总}=-\frac{(\kappa+1)\pi a^2 t\sigma_{YY}^{\infty}}{8\mu}+\overline{U}$$

因为裂纹的增长应使$U_{总}$减小。裂纹扩展力的定义应为

$$G=-\frac{\partial U_{总}}{\partial a}$$

以上公式对于边界上指定位移的情况成立。若边界上指定力，则有

$$G=+\frac{\partial U}{\partial a}$$

校者注

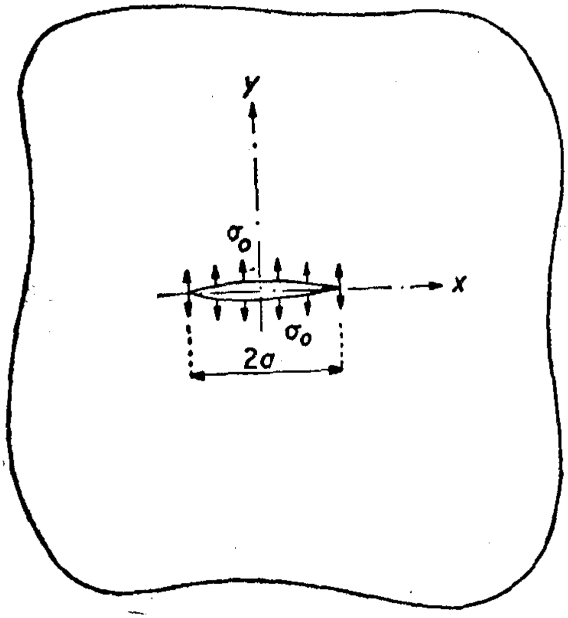

图 2

$$\left.\begin{aligned} u &= -\frac{\sigma_0 x}{4\mu}(\kappa-1) \\ v &= \frac{\sigma_0}{4\mu}(\kappa-1)\sqrt{a^2-x^2} \end{aligned}\right\} |x| \leqslant a$$

式中μ是剪切模量；κ是泊松比（ν）的函数。

亦即 $\kappa=3-4\nu$ 平面应变

$=\dfrac{3-\nu}{1+\nu}$ 平面应力

而u，v是座标x，y方向的位移分量，它们分别平行和垂直于裂纹平面，原点位于裂纹的中点。

图2所示物体的应变能等于使裂纹表面变形时所做的功。这个功由下式给出：

$$U=4\times\frac{1}{2}\int_0^a\frac{\sigma_0{}^2(\kappa+1)}{4\mu}\sqrt{a^2-x^2}\,t\mathrm{d}x$$

或

$$U=\frac{(\kappa+1)}{8\mu}\pi a^2 t\sigma_0{}^2$$

式中 t 是物体的厚度（常数）。这个结果和 Griffith 在他的第二篇论文[1/4]中所给出的修正结果是相同的。

回到原来的问题，图 1 所示物体的总贮存能可由下式给出

$$U_{总}=\frac{(\kappa+1)\pi a^2 t\sigma_{yy}^{(\infty)2}}{8\mu}+\overline{U}$$

式中 $\overline{U}$ 是能量中与裂纹存在与否无关的部分。对于所考虑的情况，裂纹的总表面能为：

$$U_s=4at\gamma$$

式中 γ 是单位面积的表面能或表面张力。

假若裂纹长度的增量为 $2\Delta a$，则应变能的变化为：

$$\Delta U_{总}=\frac{(\kappa+1)\pi at\sigma_{yy}^{(\infty)2}}{4\mu}\cdot\Delta a$$

同时表面能的增量为

$$\Delta U_s=4t\gamma\cdot\Delta a$$

因此，按照 Griffith[1/1] 的基本前提，裂纹扩展成为不稳定的条件是：

$$\frac{(\kappa+1)\pi at\sigma_{yy}^{(\infty)2}}{4\mu}\cdot\Delta a>4t\gamma\cdot\Delta a$$

或

$$\sigma^*\geqslant 4\sqrt{\frac{\mu\gamma}{\pi a(\kappa+1)}}$$

式中σ^*是产生不稳定断裂所必要的$\sigma_{yy}^{(\infty)}$值。因此，在平面应变条件下，发生不稳定断裂的条件是：

$$\sigma^*\sqrt{a} \geqslant \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi(1-\nu^2)}}$$

在平面应力条件下，这条件则是

$$\sigma^*\sqrt{a} \geqslant \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi}}$$

式中E是杨氏模量。

Griffith为了验证他的前提条件，用硬玻璃进行了一系列试验。他认为有理由预期玻璃表面张力会是温度的线性函数。因此，他对玻璃作了一系列辅助的高温试验，从而他能够估算在周围温度下的γ值。在正常条件下，玻璃在断裂前塑性变形很少。所以，只要可以把裂纹看作是处于一个无限平面体内的，则如上所计算的应变能释放条件，对于解释玻璃试件的断裂就应该成立。Griffith 选择了许多有裂纹的玻璃管和玻璃球进行了破坏试验。试验结果相当理想。对于一系列裂纹长度，在断裂的瞬间，获得的$\sigma^*\sqrt{a}$均为定值。而且，平行于裂纹平面的作用应力对于$\sigma^*\sqrt{a}$的数值并没有影响。但是按照预期的关系式

$$\sigma^* = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi a}}$$

所得结果的符合程度并不能完全令人满意㊀。

由于已经论证了破坏应力和裂纹长度间存在函数关系，因此从实用观点来看是前进了重要的一步。事实上，根据所

㊀ Griffith[1/1]发现 σ^*和$\sqrt{\frac{2E\gamma}{\nu\pi a}}$之间十分吻合。但是式中包含$\nu$是由于计算的错误。当这个错误更正后，测定的$\gamma$值比根据断裂理论所计算出来的低两倍。正如他的论文所述"…重新考虑本理论的实验验证是必需的。"

观察到的一个有裂纹物体的性质来预测另一有裂纹物体的断裂性质（虽然是在一些有限的情况下），这种能力即可视作断裂力学的目的。

严格地说，Griffith [1/1，1/4]的研究工作只能应用到这样一些材料：断裂前在连续统的尺度上不存在非线性效应。这个限制几乎排除了工程情况。然而，大约在Griffith的著作发表三十年后，Irwin[1/5] 和 Orowan [1/6]对原来的公式提出了修正，从而使这个理论可以考虑断裂前存在的有限的塑性变形。他们的方法是用一项γ_p来代替表面能项 2γ，γ_p代表在断裂过程中所吸收的塑性变形能。Orowan[1/7]注意到，这个塑性能项大概比表面能项大三个数量级。因此，如果Griffith型的能量平衡法是合理的，那么，表面能这一项可以略去不计。Irwin 和 Orowan 都认为，倘若塑性变形的区域比起裂纹长度和部件厚度都小得多的话，因裂纹扩展释放的能量仍可用弹性分析方法来计算，其精度仍是足够的。这样，修正的理论本质上仅仅是重新定义能量吸收项而已。

Orowan 提出，应用修正的 Griffith理论应满足一些严格的条件。他指出[1/7]，严格地说，仅当塑性变形局限于裂纹壁附近的薄层上时，这个方法才是有效的。根据一系列实验，Felbeck和Orowan[1/8] 证明了断裂应力与裂纹长度的平方根成反比，这正如修正的理论所预言的一样。然而，根据这些结论计算的γ_p值是断裂表面X射线分析法所预测数值的2～5倍。他们作出这样的结论，这些试验结果只有用裂纹顶端特征参数法才能做出更好的解释㊀。

㊀ 可能由于相同的原因，这个方法为Griffith 的第二篇论文所采用[1/4]。

Irwin 的修正理论的解释比 Orowan 的解释更为实际一点。他认为[1/9]，塑性表面能的精密解释过于严格了。倘若塑性区是小的，那么就可以建立一个理论来解释断裂性质。按照他的观点，修正的理论在于计算断裂点的应变能释放率。假若不同载荷和几何形状的断裂过程基本相似，那么，当应变能释放率达到某一临界数值时，断裂事件就会发生。这个临界值可以看做是由断裂试验所确定的一种材料性质。

对于不同载荷条件和几何形状的物体，测定其能量释放率的方法是由 Irwin 和 Kies[1/9]提出的。他们注意到弹性体中的应变能可以用下列关系式表示：

$$U=\frac{Q^2c}{2}$$

在此关系式中，Q是特征力，而c是物体的柔度，即由单位力Q而产生的在力Q作用点上的位移。由此表达式，随之立即可以给出关于裂纹扩展应变能释放率：

$$\frac{\partial U}{\partial a}=\frac{1}{2}Q^2\frac{\partial c}{\partial a}$$

Irwin 和 Kies[1/9] 提出，根据所测定的具有不同裂纹长度的试样或部件模型的柔度，就能获得作为裂纹长度函数的$\frac{\partial c}{\partial a}$值。运用断裂载荷以及适当裂纹长度下的$\frac{\partial c}{\partial a}$值，计算在断裂时的$\frac{\partial U}{\partial a}$值，从而可以解释断裂试验。根据这个结果，为了测定各种形状试样的柔度进行了大量的研究工作。例如Day[1/11]和Srawley等[1/12]所从事的工作。虽然以后的研究工作在一定的程度上已经代替了柔度法，但在某些情况下柔度法仍是有用的。

Irwin[1/13] 提出了临界应变能释放率的另一种解释，他认为这个量可以看作是一个力。用这种说法，断裂可以被描述为被这个力所驱动的速率控制过程，这个过程定义为创造新的单位表面面积而造成的不可逆的能量损失。这个力（以 Griffith 命名）表示为 G。当裂纹开始扩展时，会有一个临界值 G_c。正如 Irwin 所述“…G_c 这个概念用于断裂问题，正像在塑性变形的情况中屈服强度的概念一样，大概有同样的合理性”。

如果断裂发生仅伴随有限的塑性变形，应变能释放率 G 和应力强度因子法之间存在严格的等效关系㊀。这样，一些可以用来测定应力强度因子的技术对于测定 G 也属有效。但是，如在破坏前已发生大量塑性变形的情况下，能量平衡法和裂纹顶端环境法之间的关系就变得较为松散。因此，在这些情况下解释断裂问题时，应特别留心。

总起来说，起初由 Griffith 提出，尔后为 Irwin 和 Orowan 所推广的能量平衡概念，可以归结为以下几点：它的前提是，在一个逐渐增长的裂纹扩展中，当释放的应变能超过创造新裂纹表面所吸收的能量时，就会发生不稳定的裂纹扩展；仅在非线性变形局限于接近裂纹顶端附近的有限范围内时，释放的应变能的测定才是比较方便的事；用独立的测量去精密测定吸收能，并不能提供一个预测断裂事件的满意方法；然而，由 Irwin 提出的实际方法能够预测真实结构不稳定断裂的开始，只要对有裂纹试样已进行了适当的断裂试验。这种预测破坏的能力已足以说明这个概念作为一种工程上的处理方法是充分合理的。

㊀ 这个方法在第二章“应力强度因子法研究断裂问题”中讨论。

第二章　应力强度因子法研究断裂问题

本文详述了应力强度方法处理断裂问题的基本原理。讨论了方法的局限性，并指明了用它来解决实际问题的应用。

在第一章中，我们讨论了以能量平衡法为基础的断裂力学。现在将考虑另一种有关断裂现象的解释，它集中注意接近裂纹顶端的力学环境。这种解释起初由Irwin/[2/1，2/2]提出，现在一般称之为应力强度因子法。

根据Westergaard[2/3]的分析结果，Irwin[2/1,2/2]注意到，在给定的一些情况下，裂纹顶端附近的应力可以表示为以下形式：

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \frac{K\cos\dfrac{\theta}{2}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} 1 - \sin\dfrac{\theta}{2}\sin\dfrac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin\dfrac{\theta}{2}\sin\dfrac{3\theta}{2} \\ \sin\dfrac{\theta}{2}\cos\dfrac{3\theta}{2} \end{bmatrix}$$

$+r^0$阶项

式中r，θ是一点相对于裂纹顶端的柱面极座标（见图3）。

因此我们找到了一个具有特征的应力的空间分布，每一特定情况都可用应力强度因子K来表示它的特征。而且，根据弹性分析，当接近裂纹顶端时，应力会变成无限大。因此，不可避免地要处理奇异项，这会导致概念上的困难。但是，倘若认识到，考虑的区域小于一定的尺寸时，连续介质的分析是不恰当的，但这样的分析可以描述裂纹顶端这些小的区域的边界情况，那么这样的困难可以绕过去。