

初中数学典型题 解析大典



CHUZHONG SHUXUE DIANXINGTI JIEXI DADIAN

首都师范大学出版社

CHUZHONG SHUXUE DIANXINGTI JIEXI DADIAN

初中数学典型题解析大典

首都师范大学出版社

(京)新 208 号

图书在版编目(CIP)数据

初中数学典型题解析大典/胡炯涛等主编.-北京:首都师范大学出版社,1997.4(2000重印)

ISBN 7-81039-714-1

I. 初… II. 胡… III. 数学课-初中-习题 IV. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 09218 号

首都师范大学出版社

(北京西三环北路 105 号 邮政编码 100037)

北京国马印刷厂印刷 全国新华书店经销

1997 年 4 月第 1 版 2000 年 5 月第 4 次印刷

开本 850×1168 1/32 印张 17.375

字数 556 千字 印数 15,001~20,000 册 插页 2

定价 28.00 元



梅向明，1961年北京大学数学力学系研究生毕业。长期从事基础数学的教学和研究工作，在1986年获得北京市的科学技术进步奖中的学术奖，1990年被列入美国数学会编的“世界数学家人名录”（第九版），1992年被列入英国剑桥“世界名人录”（第十版）。长期从事教材建设工作，是现行人教版中学数学教科书的编写顾问；是西南师大版《初中数学》实验教材的主编；是北京市九年制义务教育初中数学实验教材（经北京市教委批准，由首都师范大学出版社出版）的主编。从1978年到1988年任中国数学会理事兼普及工作委员会主任，在推动我国中学生数学课外活动和数学竞赛方面起了重要的组织作用，1987年率领中国中学生代表队去古巴参加第28届国际数学奥林匹克（IMO）竞赛，取得优异的成绩。



胡炯涛，浙江镇海人，1940年出生，1962年毕业于上海师范学院数学系。上海师大附中高级教师，上海市特级教师，上海市模范班主任。上海师范大学学科教育研究中心教授（兼职）。

撰写出版著作40种，发表各类文章400余篇。

专著《数学教学论》被苏步青教授誉为“我国中学教师写的第一本数学教学论著。是一本很重要的书。”主编《高中数学教与学》、《特级教师导学丛书（高中数学学习成功之桥）》等；撰写高考系列：《数学高考纵横谈》、《数学高考能力题》、《高中数学训练技巧》；数学专题书作有：《虚数不虚》、《大于和小于》、《奇妙的数列》；以及译作《初等数学习题集》（俄文本）等。

编 委 会

顾 问	梅向明	马 明		
主 编	胡炯涛	董凤举	周沛耕	
副主编	项 政	翟 刚	杨学东	
编 委	(按姓氏笔划为序)			
	王保东	王嘉新	马惠生	孙 琪
	刘春明	汤希龙	李兆民	吴圣苇
	吴沈泉	吴承鄯	周沛耕	杨学东
	杨德林	胡炯涛	胡志敏	赵军山
	项 政	张德广	郑长虹	徐名亮
	章其昌	龚建永	董凤举	蔡丽群
	翟 刚	滕立军		

出版说明

要学好数学,不做习题不行.做题太多又不可能.

中学数学的基本概念并不很多,然而题海茫茫.本书将茫茫题海综合、分类,精选、精析,共收入初中代数 529 题,初中几何 547 题.万变不离其宗,学生掌握了这些基本类型题目的解法,就可举一反三,触类旁通.

题海遨游要选好舵手.本书由我国著名的数学教育专家梅向明教授(首都师范大学)、特级教师马明(南京师范大学附属中学)担任顾问.由上海师范大学附属中学特级教师胡炯涛担任第一主编.作者都是北京、上海、南京知名中学的名师.

序 言

学数学是要做题的。做题可以起到加深理解和巩固运用所学知识的作用，因此任何教科书都附有一定量的练习题和复习题。华罗庚教授也曾说过，“听数学课不做题，相当于入宝山而空返，”意思也是要做题。

在解题教学中，华教授还告诫教师，不要“只把做好的饭拿出去，而没有做饭的过程，”并建议采用分析法：

要证 A，经分析只要证 B 就可以了；

要证 B，经分析只要证 C 就可以了；

要证 C，经分析只要证 D 就可以了；

--- ---

这是一串“分析链” $A \leftarrow B \leftarrow C \leftarrow D \leftarrow \dots$

他通俗地把它称之为“要只要法”。

学生在解题过程中，有时分析链突然中断，思维受阻；或分析链呈环状抵触，思维进入恶循环；甚至解题伊始，无法建立任何分析链而陷入困境，这都是常有的事。1964年秋天，一位高三学生就曾告诉我他所遇到的上述种种困境，并惊奇老师每次讲课时为什么总是分析得那么准，那么顺利，最后向我索取“奥秘”。当时我只好坦白地对他讲：“这除了我昨天晚上备好课，早就把分析链设计好了以外，老师平时建立分析链的机会多，失败也多，从而经验也丰富的缘故。”

大文豪托尔斯泰说：“知道地球是圆的并不重要，重要的是人们怎样得到这个结果的。”现在，本书不仅让读者知道每道题的解法，更让

读者知道人们是怎样得到这些解法，从而有机会多次接触分析链的建立。这将是本书明显的特点和作用。

本书还有一个“渗透”的特点。为了提高学生的解题能力，除了让学生增多建立分析链的机会外，还要让学生掌握解题的思想方法。与通常习题集不同的是，本书在建立分析链的过程中还不时渗透数学思想方法，力图使读者在提高自身解题能力方面有较大的收益。事实上，就整个数学教育目标而言，数学思想方法的传授也是其根本之所在，因为，无论对于科技工作者，教育工作者，或是其它社会人才，最重要的是教学的精神、思想和方法，数学知识则是第二位的。

当前，学生自我学习意识很差——由于种

种原因，大运动量地训练学生、要尔学生，让学生复制大量例题，学生已成为反应灵敏的解题机器。这种解题教育让学生获得的社会行为只能是因循，只能是屈服于外界的权威，而谈发展学生个性，已为不可能。

“冰冻三尺，非一日之寒。”改变现状的任务已不属本书范围，但我同意我国数学解题教学目前应“以习题 (Exercise) 演练为基础，以问题解决 (Problem Solving) 为主导，”本书只能在“基础”与“主导”之间游走一段时日，这也可能是一段漫长的时日吧！

马明 1996.2

目 录

代 数 篇

第一章	有理数	(3)
第二章	整式的加减	(12)
第三章	一元一次方程	(19)
第四章	二元一次方程组	(34)
第五章	一元一次不等式和一元一次不等式组	(53)
第六章	整式的乘除	(71)
第七章	因式分解	(85)
第八章	分式	(100)
第九章	可化为一元一次方程的分式方程	(132)
第十章	数的开方	(144)
第十一章	二次根式	(147)
第十二章	一元二次方程	(171)
第十三章	函数及其图像	(191)
第十四章	统计初步	(199)

几 何 篇

第一章	线段、角	(205)
第一节	线段	(205)
第二节	角	(210)
第二章	相交线、平行线	(218)
第三章	三角形	(246)
第一节	三角形的基本概念	(247)
第二节	全等三角形	(277)

第三节	等腰三角形	(299)
第四节	三角形中的不等量关系	(332)
第五节	直角三角形	(344)
第四章	四边形	(367)
第一节	多边形	(368)
第二节	平行四边形	(370)
第三节	矩形和菱形	(375)
第四节	正方形	(395)
第五节	梯形	(407)
第六节	有关面积问题	(411)
第五章	相似形	(416)
第一节	比例及比例的性质	(417)
第二节	平行线分线段成比例定理	(418)
第三节	相似形	(432)
第六章	解直角三角形	(457)
第七章	圆	(479)
第一节	圆的基本性质	(481)
第二节	直线与圆的位置关系	(500)
第三节	圆与圆及圆与正 n 边形关系	(525)

代 数 篇

第一章 有理数

1. 有理数

正整数、正分数、零、负整数、负分数统称为有理数.

有理数总可表示成以整数为分子、自然数为分母的分数形式. 如果把有理数表示成小数形式, 那么一定是有限小数或者无限循环小数.

2. 数轴

规定了方向、原点和单位长度的直线叫做数轴.

任何一个正数, 都可以用数轴上原点右边的一个点来表示; 任何一个负数, 都可用数轴上原点左边的一个点来表示; 零是一个特殊的数, 它是正负数之间的分界数, 零用原点来表示.

3. 互为相反数

在数轴上原点的两旁, 离开原点距离相等的两个点所表示的两个数, 叫做互为相反数.

零的相反数仍为零.

① 若 $a+b=0$, 则 a 与 b 互为相反数;

② 若 $\frac{a}{b} = -1$, 则 a 与 b 互为相反数.

4. 绝对值

数轴上表示一个数的点到原点的距离叫做这个数的绝对值.

一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0. 即

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

5. 比较两个数大小的常用方法

① 比差法:

若 $a-b > 0$, 则 $a > b$;

若 $a-b = 0$, 则 $a = b$;

若 $a-b < 0$, 则 $a < b$.

② 比商法: 设 $a > 0, b > 0$

若 $\frac{a}{b} > 1$, 则 $a > b$;

若 $\frac{a}{b} = 1$, 则 $a = b$;

若 $\frac{a}{b} < 1$, 则 $a < b$.

6. 科学记数法与有效数字

科学记数法是把一个数记成 $a \times 10^n$ 的形式, a 的符号与原数相同, a 的绝对值大于等于 1 而小于 10, n 是整数.

一个近似数, 四舍五入到哪一位, 就说近似数精确到哪一位. 这时, 从左边第一个不是零的数字起, 到这一位数字止, 所有的数字, 都叫做这个数的有效数字.

【题 1】已知 $0 < b < a < 1$, 那么下列式子中成立的是 ().

- (A) $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$;
 (B) $-\frac{1}{b} > -\frac{1}{a}$;
 (C) $-\frac{1}{b} < -\frac{1}{a}$;
 (D) $-a > -b$.

【分析与解】 此题直接从条件来判断比较困难. 由于是选择题, 因此对于满足条件的 a, b 的值, 这四个选择支只有一个成立, 不妨取 $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{3}$ 代入验证, 不难得到只有 (C) 成立. 这种解题方法称为“取特殊值法”, 由于字母 a, b 代表的数比较抽象, 为此我们用具体数字来替代以判断四个选择支, 这种通过具体数字代替抽象字母来判断数量之间关系的思想称为具体化数学思想. 选 (C).

【题 2】 使代数式 $\frac{|a|-a}{a}$ 的值为正整数的数 a 是 ().

- (A) 正数; (B) 负数;
 (C) 非零的数; (D) 不存在的.

【分析与解】 当 a 为正数时, 原式等于 0; 当 $a=0$ 时原式无意义; 当 a 为负数时, 原式等于 -2 . 所以使原式为自然数的 a 不存在. 选 (D).

【题 3】 a, b, c 中至少有两个互为相反数, 可表示为 ().

- (A) $a+b+c=0$;
 (B) $a^2=b^2=c^2$;
 (C) $(a+b)(b+c)(c+a)=0$;
 (D) $(a+b)^2+(b+c)^2+(c+d)^2=0$.

【分析与解】 由题意 a, b, c 中至少

有两个互为相反数, 由此可知, $a+b, b+c, c+a$ 中至少有一个为 0, 即可推得 $(a+b)(b+c)(c+a)=0$. 选 (C).

【题 4】 已知 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数. m 的绝对值等于 1, n 是数轴上原点表示的数, 那么 $n^{2000} - cd + \frac{a+b}{cd} + m^2$ 的值为 ().

- (A) -1 ; (B) 0 ;
 (C) 1 ; (D) 不确定.

【分析与解】 由题意 $a+b=0, cd=1, m^2=|m|^2=1, n=0$, 所以原式 $= 0^{2000} - 1 + \frac{0}{1} + 1 = 0$. 选 (B).

【题 5】 在式子 $a^2+1, a^3+1, -a^2-1, a^2+b^2, a^2-b^2, -a^2-b^2, (a-b)^2, a^3-b, a^4+b^6$ 中, $a \neq b$. 如果用非零的任意有理数代替式子中的字母, 其结果既可能得到正值, 也可能得到负值的共有 () 个.

- (A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4.

【分析与解】 题中所给的式子中既可能取正值又可能取负值的有 a^3+1, a^2-b^2, a^3-b , 共 3 个. 选 (C).

【题 6】 不相等的有理数 a, b, c 在数轴上的对应点分别为 A, B, C , 如果 $|a-b| + |b-c| = |a-c|$, 那么 B 点 ().

- (A) 在 A, C 点的左边;
 (B) 在 A, C 点的右边;
 (C) 在 A, C 点之间;
 (D) 以上三种位置都有可能.

【分析与解】 $|a-b|$ 表示数轴上和 a, b 两个有理数相对应的 A, B 两点