点击悟性火花　唤醒无穷智慧
同步现行教材　着眼素质能力

高二数学

课堂新思维

点击悟性……　希扬　主编

点

恍然大悟即彻头彻尾的理解……
有悟性的头脑远比聪明的脑袋更重要

悟

首都师范大学出版社

课堂新思维点悟

高二数学

主编 屠新民 李丽琴

作者 屠新民 肖培联 司海举

李丽琴 刘 瑛 兰社云

首都师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

课堂新思维点悟·高二年级/希扬编 .—北京:首都师范大学出版社,2001.7
ISBN 7-81064-271-5

Ⅰ.课… Ⅱ.希… Ⅲ.课程-高中-习题 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 26039 号

《课堂新思维点悟》编委会

丛书主编 希扬

丛书副主编 屠新民 张秋生

编委 卢浩然 张锐 孙红葆 蔡泽敏 杨冬莲

KETANGXINSIWEIDIANWU·CAOERSHUXUE

课堂新思维点悟·高二数学

主编 希扬

首都师范大学出版社出版发行
北京市西三环北路105号
邮政编码 100037
电传 68907725(总编室)
68418514(发行部)
68903162(出版部)
Email cnup@mail.cnu.edu.cn
北京昌平兴华印刷厂印刷
全国新华书店经销
版次 2001年7月1版
印次 2001年7月1次印刷
开本 880×1230 1/32
字数 417千 印张 10.625
印数 00,001－13,000册
定价 12.00元
书号 ISBN 7-81064-271-5/G·170

点燃悟性火花 唤醒无穷智慧

——《课堂新思维点悟》

序　言

新世纪，新奉献。这套《课堂新思维点悟》，是我们奉献给初一至高二中学生的一套与教学同步的素质教育丛书。

何谓“点悟”?认识论告诉我们，人们的认识是一个由已知到未知的发展过程。人的认识，只有沟通新旧知识之间的联系，引发知识的碰撞，才能产生新知。这个新旧知识之间的联系点，或引发知识碰撞的爆发点，就是认识的悟点，即悟性。我们通常所说的悟性，是指觉悟、领悟、领会和理解力。

在教学中运用点悟，就是沟通新旧知识之间的联系，使认识由此及彼、由表及里、由浅入深；就是强调学习中分析、判断、联系、发展的综合认识，培养综合运用能力；就是使知识升华，使思维与灵魂对话。点悟，可使学生“恍然大悟”、“豁然开朗”，达到大彻大悟的境界。这样就可收到举一反三、融会贯通、学以致用之效。“纸上得来终觉浅，心中悟出方知深”，学习方法万千条，只有悟出才是根本。

目前，我们提出的素质教育，对教学提出了更高的要求，如何通过课堂教学，培养和造就无数有慧心、有灵气、会学习、会沟通、能创新的人才，是亟待解决的重大课题。我们认为，把点悟引入课堂教学，是通过课堂教学实践素质教育的最佳途径。这是一种创新，是一个尝试。我们深信，它将取得意想不到的理想效果。

本书特点是：

一、栏目新、实用性强

它紧贴教材，栏目设计新颖实用。除一般的栏目外，根据各科特点分别设有“知识要点点悟”、“状元名题赏析”、“默读·联想·记忆”和“在悟中升华”等栏目。它信息新、信息量大，符合学生实际需要。

二、导学导练

它难度适中并有跨度，适合不同程度学生的需要；它讲解翔实透彻，又把学与练结合起来，把练与升学考试结合起来，用平时的练瞄准升学考试，又用升学考试指导平时的练习。

三、以点悟贯穿全书

它重在点击悟性、打开思路、启迪智慧、授之以法。让学生学会学习、学会思考、学会沟通、学会运用，实实在在地提高学生素质，培养他们的创新能力。

今日放飞希望，明日收获精彩。

我们放飞的是一个希望，希望此书能给中学生读者插上智慧的双翅，在知识的王国里翱翔，成为新世纪的有用之才。我们是探索者，难免有这样那样的缺点、错误，欢迎批评指正。我们希望在读者和有识之士的帮助下，来日共同回收精彩。

“点悟”将改变你的学习，你的学习将因此而精彩！

希杨

2001.6

前言

2002 年将在全国的高级中学普及使用《全日制普通高级中学教科书(数学)》新教材，但还有相当一部分学校还要继续使用旧教材。为了使仍使用旧教材的高中学生学好数学，本书运用学习论原则，从培养读者创新能力，独立解决问题能力入手，编撰了这套与旧教材同步的辅导用书。本书应用全新的学习理念，将课堂知识的学习升华到一种新的思维层次，通过每节中的“学习基本目标、考纲重点要求、知识要点点悟、高考模型题例、高考误区警示、状元名题赏析、默读·联想·记忆”等六个栏目，将每节所学知识分层递进，最终达到轻松应付高考的程度。

“学习基本目标、考纲重点要求、知识要点点悟、高考模型题例”几个栏目，为读者了解每节内容的初、中、高三个层次进行了科学指导。在高考模型题例中，对例题的解法给出解题思路分析，启发读者审好题，给出规范的解题过程，成为读者解题的典范，题后给出点悟，对题目的解法加以总结，或对解题思想给予介绍，点击读者的悟性，使读者读一题而了解一类题的解题思想方法。

“高考误区警示、状元名题赏析、默读·联想·记忆”三个栏目是本书的“点睛”之作。这三个栏目给出了本节内容在高考中易犯错误的实例，指出怎样避免错误。同时，也给出了典型名题，指导读者了解命题“热点”。最后，也给出了全节内容的概括总结，使读者学习后在能力方面有较大升华，成为学生中的“拔尖”人物。

本书每章前给出“教材导学”，点明高考考点要求和全章知识网络，使读者掌握全章知识的脉络和高考的重点、难点。

更为重要的是作者在全书的写作中，将数学建模、数学阅读题、探索性问题等“热点”题型突出编写，形成全书的“亮点”。

全书作者均为特、高级教师。我们在新世纪第一年推出《课堂新思维点悟》丛书；为您考上如愿的中华名校而共同努力。

作　者

于 2001 年 6 月

目　录

代数部分

第五章　不等式……………………………………………………(1)
5.1　不等式的概念和性质 ……………………………………(2)
5.2　不等式的证明 ……………………………………………(6)
5.3　不等式的解法……………………………………………(17)
5.4　绝对值不等式……………………………………………(24)
综合能力测试 …………………………………………………(31)
第六章　数列 ……………………………………………………(33)
6.1　数列的概念和通项公式…………………………………(34)
6.2　等差数列…………………………………………………(38)
6.3　等比数列…………………………………………………(48)
6.4~6.10　数列的极限…………………………………………(61)
6.11　数列知识的应用 ………………………………………(70)
6.12　数学归纳法 ……………………………………………(77)
综合能力测试一 ………………………………………………(82)
综合能力测试二 ………………………………………………(84)
第七章　复数 ……………………………………………………(88)
7.1　复数的概念………………………………………………(88)
7.2　复数的运算………………………………………………(96)
7.3　复数的三角形式 …………………………………………(107)
综合能力测试……………………………………………………(118)
第八章　排列、组合、二项式定理………………………………(120)
8.1　基本原理 …………………………………………………(120)
8.2　排列与排列数公式 ………………………………………(125)
8.3　组合与组合数公式及其性质 ……………………………(133)
8.4　二项式定理 ………………………………………………(140)
8.5　二项式系数的性质 ………………………………………(146)
综合能力测试……………………………………………………(151)

几何部分

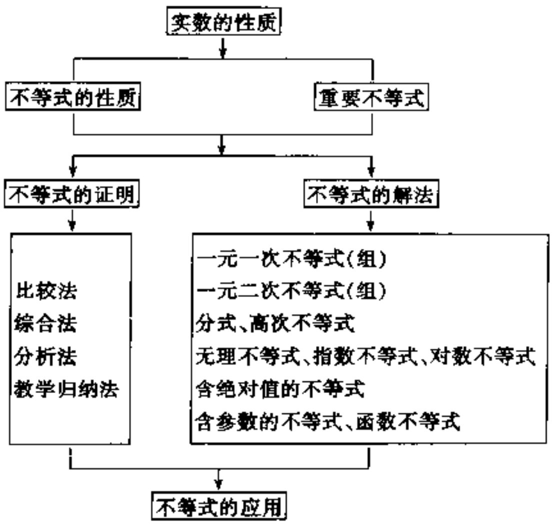
第十一章　直线……………………………………………………(153)
11.1　有向线段与定比分点……………………………………(154)
11.2　直线的方程………………………………………………(162)
11.3　两条直线的位置关系……………………………………(170)
综合能力测试……………………………………………………(180)

第十二章 圆锥曲线 …… (183)
12.1 充要条件 …… (184)
12.2 曲线与方程 …… (191)
12.3 圆 …… (199)
12.4 椭圆 …… (210)
12.5 双曲线 …… (224)
12.6 抛物线 …… (236)
12.7 坐标变换 …… (245)
综合能力测试 …… (253)
第十三章 参数方程与极坐标 …… (257)
13.1 参数方程 …… (258)
13.2 极坐标 …… (267)
综合能力测试 …… (275)
参考答案 …… (279)

代数部分

第五章　不等式

知识结构



内容导学

1. 掌握不等式的性质及其证明，掌握证明不等式的常用方法.

2. 掌握两个和三个(不要求四个和四个以上)正数的算术平均数不小于它们的几何平均数这两个定理，并能应用不等式的性质和上述两个定理解决一些相关问题.

3. 熟练掌握一元一(二)次不等式(组)的解法，并在此基础上掌握其他(如无理不等式、分式不等式、指数不等式、对数不等式)不等式的解法.

4. 会应用不等式

$$|a|-|b|\leqslant|a+b|\leqslant|a|+|b|.$$

5.1　不等式的概念和性质

【学习基本目标】

1. 理解不等式的有关概念；

2. 掌握不等式的基本性质.

【考纲重点要求】

1. 能应用不等式的性质和概念解决问题；

2. 能应用“平均数不等式(二维和三维)”解决问题.

【知识要点点悟】

1. 两个实数 a 与 b 之间的大小关系

(1)$a-b>0\Leftrightarrow a>b$；

(2)$a-b=0\Leftrightarrow a=b$；

(3)$a-b<0\Leftrightarrow a<b$.

若 $a,b\in R^{+}$,则

(4)$\frac{a}{b}>1\Leftrightarrow a>b$；

(5)$\frac{a}{b}=1\Leftrightarrow a=b$；

(6)$\frac{a}{b}<1\Leftrightarrow a<b$.

2. 不等式的定义

用不等号(即$<,>,\leqslant,\geqslant,\neq$)表示不等关系的式子叫做不等式.

3. 不等式的性质

(1)对称性：$a>b\Leftrightarrow b<a$.

(2)传递性：$a>b,b>c\Leftrightarrow a>c$.

(3)加法单调性：$a>b\Rightarrow a+c>b+c$.

(4)移项法则：$a+b>c\Rightarrow a>c-b$.

(5)同向不等式相加：$a>b,c>d\Rightarrow a+c>b+d$.

(6)异向不等式相减：$a>b,c<d\Rightarrow a-c>b-d$.

(7)乘法单调性：$a>b,c>0\Rightarrow ac>bc$；$a>b,c<0\Rightarrow ac<bc$.

(8)同向正值不等式相乘：$a>b>0,c>d>0\Rightarrow ac>bd$.

(9)正值不等式两边同时取 n 次幂：$a>b>0\Rightarrow a^{n}>b^{n}(n\in N)$.

(10)正值不等式两边同时取 n 次方根：$a>b>0\Rightarrow\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}(n\in N)$.

(11)正值不等式两边取倒数：$a>b>0\Rightarrow\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$.

(12)正值异向不等式相除：$a>b>0,0<c<d\Rightarrow\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$.

【高考模型题例】

例1　适当增添条件，使下列各命题成立.

(1)若 $a>b$，$c<d$，则 $ac>bd$；

(2)若 $ac^2>bc^2$，则 $a>b$.

分析：(1)应考虑 a、b、c、d 是否大于 0；(2)应满足 $c^2>0$.

解：(1) $b>0$，$d>0$ 或 $b>0$，$c>0$ 或 $a>0$，$d>0$；

(2) $c\neq0$.

评注：第(1)题应考虑全面；对此类题应注意灵活运用不等式的性质.

例2　已知：二次函数 $f(x)=ax^2+bx\ (a\neq0)$，满足 $1\leqslant f(-1)\leqslant2$，$3\leqslant f(1)\leqslant4$，求 $f(-2)$ 的取值范围.

分析：由于 $f(-2)=4a-2b$，故需确定 a，b.

解：由已知条件知

$$\begin{cases}f(-1)=a-b\\ f(1)=a+b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{2}[f(1)+f(-1)],\\ b=\dfrac{1}{2}[f(1)-f(-1)].\end{cases}$$

又∵　$f(-2)=a\cdot(-2)^2+b\cdot(-2)=4a-2b$.

$$\therefore\quad f(-2)=4\cdot\frac{1}{2}[f(1)+f(-1)]-2\cdot\frac{1}{2}[f(1)-f(-1)]$$
$$=f(1)+3f(-1).$$

且　$1\leqslant f(-1)\leqslant2$，∴　$3\leqslant3f(-1)\leqslant6$.

又　$3\leqslant f(1)\leqslant4$.

∴　$6\leqslant f(1)+3f(-1)\leqslant10$，

即　$6\leqslant f(-2)\leqslant10$.

评注：本题通过变量代换，解方程组的方法解不等式.所用的是方程的思想和不等式性质.

例3　若 $0<a<1$，则下列不等式中正确的是　　　(　　)

(A) $(1-a)^{\frac{1}{3}}<(1-a)^{\frac{1}{2}}$　　　(B) $\log_{(1-a)}(1+a)>0$

(C) $(1-a)^3>(1+a)^2$　　　(D) $(1-a)^{(1+a)}>1$

分析：由 $0<a<1$，应用不等式性质得 $0<1-a<1$.结合函数性质可得解.

解：∵　$0<a<1$，∴　$0<1-a<1$. 而指数函数 $y=m^x(m>0,m\neq1)$在 $0<m<1$ 条件下是减函数，从而有 $(1-a)^{\frac{1}{3}}>(1-a)^{\frac{1}{2}}$，故选 A.

评注：本题也可取 $a=\dfrac{1}{2}$，用特殊值法解.

例4　设 $f(x)=1+\log_x3$，$g(x)=2\log_x2$，其中 $x>0$ 且 $x\neq1$，试比较 f

(x)与 $g(x)$的大小.

分析：由 $f(x)-g(x)=\log_x \frac{3}{4}x$ 知，需从 x，$\frac{3}{4}x$ 与 1 的大小关系入手分类讨论.

解：$\because\quad f(x)-g(x)=\log_x \frac{3}{4}x$,

$\therefore$　当$\frac{3}{4}x=1$，即 $x=\frac{3}{4}$时，

$\log_x \frac{3}{4}x=0$，即 $f(x)=g(x)$.

当 $0<x<1$ 且 $0<\frac{3}{4}x<1$ 或 $x>1$ 且$\frac{3}{4}x>1$，即 $0<x<1$ 或 $x>\frac{4}{3}$时，

$\log_x \frac{3}{4}x>0$，即 $f(x)>g(x)$.

当 $1<x<\frac{4}{3}$时，

$\log_x \frac{3}{4}x<0$，即 $f(x)<g(x)$.

评注：应注意题目条件中出现 $x>0$ 且 $x\neq1$ 时，本题应分两种情况加以讨论.

【高考误区警示】

题目　若正数 a、b 满足 $ab=a+b+3$，则 ab 的取值范围是______.

分析：这是 1999 年全国高考试题，此题求解中常发生如下错误：

误解：$\because\quad ab\leqslant\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$，得　$ab\leqslant\left(\frac{ab-3}{2}\right)^2$，

即　$a^2b^2-10ab+9\geqslant0$,

$\therefore\quad(ab-1)(ab-9)\geqslant0$,

$\therefore\quad ab\leqslant1$　或　$ab\geqslant9$.

故答案为$(-\infty,1]\cup[9,+\infty)$.

正解：应指出的是，本题有隐含条件 $a,b\in R^+$，则 $ab=a+b+3>3$.

$\therefore\quad ab\leqslant1$ 应舍去.

正确答案为$[9,+\infty)$.

【状元名题赏析】

题目　已知：函数 $f(x)=\tan x$，$x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，

若 $x_1,x_2\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，且 $x_1\neq x_2$，证明：

$$\frac{1}{2}[f(x_1)+f(x_2)]>f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right).$$

分析：此题是 1994 年全国高考题，解法很多. 但其有一种应用“代换法”求解

的简捷解法.

证明:令 $a=\tan\dfrac{x_1}{2}$,$b=\tan\dfrac{x_2}{2}$,则 $a,b\in(0,1)$,$a\neq b$.因此,所证不等式为

$$\frac{1}{2}[\tan x_1+\tan x_2]>\tan\left(\frac{x_1}{2}+\frac{x_2}{2}\right).$$

即 $$\frac{a}{1-a^2}+\frac{b}{1-b^2}>\frac{a+b}{1-ab}.$$

$\because$ $a,b\in(0,1)$且 $a\neq b$,故 $a^2+b^2>2ab$,因此

$$\begin{aligned}\frac{a}{1-a^2}+\frac{b}{1-b^2}&=\frac{a(1-b^2)+b(1-a^2)}{(1-a^2)(1-b^2)}\\&=\frac{(a+b)(1-ab)}{1-(a^2+b^2)+a^2b^2}\\&>\frac{(a+b)(1-ab)}{1-2ab+a^2b^2}\\&=\frac{a+b}{1-ab},\end{aligned}$$

故原不等式成立.

评注:本题在求解过程中,充分应用不等式的性质加以放缩.在解一些高考题中,巧妙地应用不等式的概念和性质,往往能简捷解决问题.

【默读·联想·记忆】

在本节的学习中应特别注意掌握不等式的概念和性质;灵活应用"均值不等式".充分使用方程的思想和换元法来简化和转化不等式问题,使之化为易于求解的形式,从而达到简捷求解之目的.

【在悟中升华】

1. 选择题

(1)下列命题中正确的是　　(　　)

(A) $|x|\geqslant a$ 是绝对不等式　　(B) $3\leqslant 3$ 是矛盾不等式

(C) $(x-3)^4>0$ 是条件不等式　　(D) $x>0$ 与 $|x|>0$ 是同解不等式

(2)设命题甲 $\begin{cases}2<x+y<4\\0<xy<3\end{cases}$,命题乙 $\begin{cases}0<x<1\\2<y<3\end{cases}$,那么　　(　　)

(A) 甲是乙的充分非必要条件　　(B) 甲是乙的必要非充分条件

(C) 甲是乙的充要条件　　(D) 甲非乙的充分条件也非必要条件

(3)当 $a>b$ 时,$\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$ 的充要条件是　　(　　)

(A) $a>0>b$　　(B) $a>b>0$

(C) $0>a>b$　　(D) $1>a>b>0$

(4)若 $a<b<0$,则下列不等式关系中不能成立的是　　(　　)

(A) $a^{-1}>b^{-1}$　　(B) $(a-1)^{-1}>a^{-1}$

(C) $|a|>|b|$　　(D) $a^2>b^2$

(5)$a,b,c\in R^+$，且 $a+d=b+c$，$|a-d|<|b-c|$，则 (　　)

(A) $ad>bc$　　(B) $ad=bc$

(C) $ad<bc$　　(D) ad 与 bc 大小不定

(6)若 $a>b+1$，下列各式中正确的是 (　　)

(A) $a^2>b^2$　　(B) $\frac{a}{b}>1$

(C) $\lg(a-b)>0$　　(D) $\lg a>\lg b$

2. 填空题

(1)$x<y<0$，则$\frac{1}{x-y}$与$\frac{1}{x}$的大小顺序是__________.

(2)已知 $12<x<60$，$15<y<36$，则 $x-y$ 的范围是________，$\frac{x}{y}$的范围是________.

(3)使"若 $a>b$，则 $ac\leqslant bc$"成立的条件是__________.

(4)使"若 $a>b$，则$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$"成立的条件是__________.

3. 解答题

(1)已知：$a,b,c\in R^+$ 且 $a>b>c$，则 $\sqrt{ab}$、$\sqrt{bc}$、$\sqrt{ac}$、c 的大小顺序如何？

(2)已知：$a>b>0$，$d>c>0$，求证：$\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$.

(3)已知：$a,b\in R^+$，$\sqrt[3]{a}>\sqrt[3]{b}$，求证：$a>b$.

(4)已知：$f(x)=ax^2-c$，且 $-4\leqslant f(1)\leqslant -1$，$-1\leqslant f(2)\leqslant 5$，试求 $f(3)$的取值范围.

5.2　不等式的证明

【学习基本目标】

1. 了解不等式的概念；

2. 掌握不等式的常见证明方法.

【考纲重点要求】

1. 理解不等式的概念和性质；

2. 掌握不等式的常见证明方法，即比较法、分析法、综合法、反证法和数学归纳法等.

【知识要点点悟】

证明不等式，应以不等式的性质作为推理的依据.最常用的证明方法有比较法、综合法、分析法，还有分析综合法，现将它们的思路、过程、特点列表如下：

方法	思路	过　程	特　点
比较法	作差	$a-b>0\Rightarrow a>b$	判断差式的正负
	作商	$\frac{a}{b}>1$ 且 $b>0\Rightarrow a>b$	判断商式与 1 的大小
综合法	由因导果	$A\Rightarrow A_1\Rightarrow A_2\Rightarrow\cdots\Rightarrow A_n\Rightarrow B$	从已知看可知
分析法	执果索因	$B\Leftarrow B_1\Leftarrow B_2\Leftarrow\cdots\Leftarrow B_n\Leftarrow A$	从未知找需知
分析综合法	两点挤	$A\Rightarrow A_1\Rightarrow A_2\Rightarrow\cdots$ C $B\Leftarrow B_1\Leftarrow B_2\Leftarrow\cdots$	分析与综合互为前提互为转化

用综合法证明不等式时，要利用一些基本不等式作为基础，常用的基本不等式如下表：

条　件	结　论	等号成立的条件
$a,b\in R$	$a^2\geqslant0$(或$(a-b)^2\geqslant0$)	$a=0$(或 $a=b$)
$a,b\in R$	$a^2+b^2\geqslant2ab$	$a=b$
$a,b\in R^+$	$\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$	$a=b$
$ab>0$	$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant2$	$a=b$
$a,b,c\in R^+$	$a^3+b^3+c^3\geqslant3abc$	$a=b=c$
$a,b,c\in R^+$	$\frac{a+b+c}{3}\geqslant\sqrt[3]{abc}$	$a=b=c$

注意：

(1)用求商法证明不等式时，作为除式的式子的值，要有确定的符号，应特别注意它为负值时的情况．例如：$\frac{a}{b}<1$，当 $b<0$ 时，应为 $a>b$．

(2)在应用算术平均数与几何平均数的关系求某些函数的最大值、最小值时，要做到"一正，二定，三相等"，即函数式中的各数(将函数式看成是这些数的和或积)必须是正数；函数式中含变量的各数的积或必须是常数(定值)；各数相等时等式才能成立，此时得的函数值才是函数的最小值或最大值．

(3)运用放缩法证不等式其实质是进行不等变换．通常有：①以小换大或以大换小；②合项或添项；③分式中放缩分子或分母，也可分子、分母同时按相反方向放缩等，从形式上看有局部放缩，整体放缩，逐项放缩等，不管何种放缩都须注意放缩应适度．

【高考模型题例】

例1　已知：a、b、m、$n\in R^+$，求证：$a^{m+n}+b^{m+n}\geqslant a^mb^n+a^nb^m$．

分析：由 a^{m+n}与$a^m b^n$，b^{m+n}与$a^n b^m$可以看出两者的结合便于提取因式，故应从移项入手，用比较法来证之.

证明：$(a^{m+n}+b^{m+n})-(a^m b^n+a^n b^m)$

$=(a^{m+n}-a^m b^n)+(b^{m+n}-a^n b^m)$

$=(a^m-b^m)(a^n-b^n)$，

$\because$　幂函数 $f(x)=x^m$，$g(x)=x^n$ 在R^+上是增函数，

由对称性，不妨设 $a\geqslant b$，

即　$(a^m-b^m)(a^n-b^n)\geqslant 0$，

故　$a^{m+n}+b^{m+n}\geqslant a^m b^n-a^n b^m$.

评注：我们对此例题进行发散性讨论.即

令 $m=3$，$n=1$ 就得新题：

已知：a、$b\in R^+$，

求证：$\dfrac{a^3}{b}+\dfrac{b^3}{a}\geqslant a^3+b^3$.

再令 $a=\sin\alpha$，$b=\cos\alpha$，又得新题：

已知：$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，

求证：$\dfrac{\sin^3\alpha}{\cos\alpha}+\dfrac{\cos^3\alpha}{\sin\alpha}\geqslant 1$.

例 2　设 $n>1$，$n\in N$. 求证：$\log_n(n+1)>\log_{n+1}(n+2)$.

思路分析 1：采用综合法，从代数式结构入手，考虑下述显然成立的不等式，即

$$(n+1)^2>n^2+2n=n(n+2).$$

$\therefore$　$\dfrac{n+1}{n}>\dfrac{n+2}{n+1}$，以下取对数可证之.

思路分析 2：从换底公式入手，分析原不等式可化为

$$\frac{\lg(n+2)}{\lg(n+1)}<\frac{\lg(n+1)}{\lg n},$$

即
$$\lg n\cdot\lg(n+2)<\lg^2(n+1),$$

此式可由平均值不等式证明得.

思路分析 3：可采用比较法，即

$$\log_n(n+1)-\log_{n+1}(n+2)$$
$$=\log_n(n+1)-\frac{\log_n(n+2)}{\log_n(n+1)}$$
$$=\frac{\log_n^2(n+1)-\log_n(n+2)}{\log_n(n+1)},$$

此式分母显然大于 0，只需讨论分子即可.

评注：从上述三种思路可以看出，思路 1 比较简单，其特点是构造不等关系