2002高考必备

2001年全国高考模拟试卷精编

数学

SHU XUE

高考命题研究组编

哈尔滨工程大学出版社

2002 3+X 高考必备

2001年全国高考模拟试卷精编

数　学

3+X高考命题研究组编

哈尔滨工程大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

2001年全国高考模拟试卷精编.数学/3+X高考命题研究组编.—哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2001.8
(2002高考必备)
ISBN 7-81073-184-X

Ⅰ.2… Ⅱ.3… Ⅲ.数学课-高中-试题-升学参考资料 Ⅳ.G632.479

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第043535号

EAA3 68

哈尔滨工程大学出版社出版发行
哈尔滨市南通大街145号 哈工程大学11号楼
发行部电话:(0451)2519328 邮编:150001
新华书店经销
哈尔滨工业大学印刷厂印刷
*
开本787mm×1 092mm 1/16 印张6.25 字数160千字
2001年8月第1版 2001年8月第1次印刷
定价:7.00元

■2001年全国高考模拟试卷精编丛书共分《语文》、《数学》、《英语》、《理科综合》、《文科综合》五册。

■每册均汇集了2001年全国二十几个省市的高中质量检查卷、毕业联合测试、高考复习综合测试、诊断性测试、模拟测试、多校联考等多种试卷，并附有2001年全国高考试卷。每份试卷均附有参考答案、解题思路及评分标准，以方便读者使用。

■本书可供2002年高考的考生作为模拟试卷使用，前三册全国通用，后两册供"高考3+X"地区使用。由于该丛书选编的试卷体现了全国各地的教学特色和风格，故也可供教师编写高考模拟题时参考。

2001年全国高考模拟试卷精编（语文）

2001年全国高考模拟试卷精编（英语）

2001年全国高考模拟试卷精编（数学）

2001年全国高考模拟试卷精编（理科综合3+X）

2001年全国高考模拟试卷精编（文科综合3+X）

2001年全国高考模拟试卷精编

责任编辑 付江志 封面设计 李晓民

ISBN 7-81073-184-X

9 787810 731843 >

ISBN 7-81073-184-X
G·50 定价：7.00元

目　录

试卷部分

北京市海淀区

第Ⅰ卷(选择题,共60分)

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.已知集合 $M=\{x|x-a=0\}$,$N=\{x|ax-1=0\}$.若 $M\cap N=M$,则实数 a 等于(　　).

A. 1　B. -1　C. 1或-1　D. 1或-1或0

2.二项式$(2\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}})^6$ 展开式中的常数项是(　　).

A. 20　B. -20　C. 160　D. -160

3.已知命题甲:"$x>2$"、命题乙:"$x\geqslant 2$",那么命题甲是命题乙成立的(　　).

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充分条件　D. 非充分非必要条件

4.极坐标平面内曲线 $\rho=2\cos\theta$ 上的动点 P 与定点 $Q(1,\frac{\pi}{2})$ 的最近距离等于(　　).

A. $\sqrt{2}-1$　B. $\sqrt{5}-1$　C. 1　D. $\sqrt{2}$

5.函数 $y=\sqrt{\arccos(2x-1)}$ 的值域是(　　).

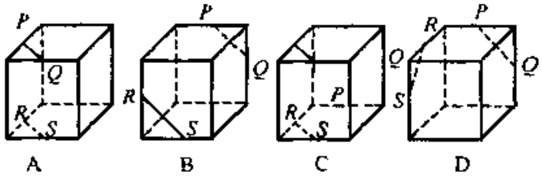
A. $[0,\pi]$　B. $[0,\frac{\pi}{2}]$

C. $[0,\sqrt{\pi}]$　D. $[0,\frac{\sqrt{2\pi}}{2}]$

6.等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n,若 $a_3+a_{17}=10$,则 S_{19} 的值(　　).

A. 是55　B. 是95　C. 是100　D. 不能确定

7.如图,点 P、Q、R、S 分别在正方体的四条棱上,并且是所在棱的中点,则直线 PQ 与 RS 是异面直线的一个图是(　　).



8.过定点 $P(0,2)$ 作直线 l,使 l 与曲线$y^2=4(x-1)$ 有且仅有1个公共点,这样的直线 l 共有(　　)

A. 1条　B. 2条　C. 3条　D. 4条

9.已知点 $P(x,y)$ 在经过 $A(3,0)$、$B(1,1)$ 两点的直线上,那么 2^x+4^y 的最小值(　　).

A. 是$2\sqrt{2}$　B. 是$4\sqrt{2}$

C. 是16　D. 不存在

10.函数 $y=\log_2 x$ 与 $y=\log_{\frac{1}{2}}(4x)$ 的图像(　　).

A. 关于直线 $x=1$对称　B. 关于直线 $y=x$ 对称

C. 关于直线 $y=-1$对称　D. 关于直线 $y=1$ 对称

11.若 l 是过椭圆一个焦点且与长轴不重合的一条直线,则此椭圆与 l 垂直且被 l 平分的弦(　　).

A. 有且只有1条　B. 有且只有2条

C. 有3条　D. 不存在

12.某商场开展促销抽奖活动,摇奖器摇出的一组中奖号码是8、2、5、3、7、1,参加抽奖的每位顾客从0、1、2、3、4、5、6、7、8、9这十个号码中任意抽出六个组成一组,如果顾客抽出的六个号码中至少有五个与摇奖器摇出的号码相同(不计顺序)就可以得奖.一位顾客可能抽出的不同号码共有 m 组,其中可以中奖的号码组共有 n 组.则$\frac{n}{m}$ 的值为(　　).

A. $\frac{1}{7}$　B. $\frac{1}{30}$　C. $\frac{4}{35}$　D. $\frac{5}{42}$

第Ⅱ卷(非选择题,共90分)

二、填空题:本大题满分16分,每小题4分,各题只要求直接写出结果.

13.已知 $\tan\alpha=2$,$\tan(\alpha-\beta)=-\frac{2}{5}$,那么 $\tan\beta=$ ______.

14.不等式 $3^{x^2}<(\frac{1}{3})^{x-2}$ 的解集为______.

15.函数 $y=f(x)$ 的图像与 $y=2^x$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称,则函数 $y=f(4x-x^2)$ 的递增区间是______.

16.一个三棱锥的三个侧面中有两个是等腰直角三角形,另一个是边长为1的正三角形,这样的三棱锥体积为______(写出一个可能值).

三、解答题:本大题满分74分.

17.(本小题满分12分)

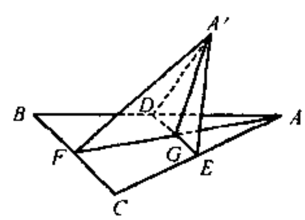
已知复数 z 满足 $|z|=\sqrt{2}$,z^2 的虚部为2.

(Ⅰ)求 $\arg z$,并写出 z 的三角式;

(Ⅱ)设 $z,z^2,z-z^2$ 在复平面上的对应点分别为 A,B,C,求△ABC 的面积.

18.(本小题满分12分)

已知边长为 a 的正三角形ABC 的中线AF 与中位线DE 相交于G(如图),将此三角形沿 DE 折成二面角$A'-DE-B$.



(Ⅰ)求证:平面 $A'GF\perp$平面 $BCED$;

(Ⅱ)当二面角 $A'-DE-B$ 为多大时,异

面直线 $A'E$ 与 BD 互相垂直?证明你的结论.

19.(本小题满分 12 分)

已知数列$\{a_n\}$中,$a_1=1$,前 n 项和为 S_n,对于任意 $n\geqslant 2$,$3S_n-4$,a_n,$2-\dfrac{3S_{n-1}}{2}$ 总成等差数列.

(Ⅰ)求 a_2,a_3,a_4 的值;

(Ⅱ)求通项 a_n;

(Ⅲ)计算 $\lim\limits_{n\to\infty}S_n$.

20.(本小题满分 12 分)

某港口水的深度 y(米)是时间 t($0\leqslant t\leqslant 24$,单位:时)的函数,记作 $y=f(t)$,下面是某日水深的数据:

t(时)	0	3	6	9	12	15	18	21	24
y(米)	10.0	13.0	9.9	7.0	10.0	13.0	10.1	7.0	10.0

经长期观察,$y=f(t)$ 的曲线可以近似地看成函数 $y=A\sin\omega t+b$ 的图像.

(Ⅰ)试根据以上数据,求出函数 $y=f(t)$ 的近似表达式;

(Ⅱ)一般情况下,船舶航行时,船底离海底的距离为 5 米或 5 米以上时认为是安全的(船舶停靠时,船底只需不碰海底即可).某船吃水深度(船底离水面的距离)为6.5米.如果该船希望在同一天内安全进出港,请问,它至多能在港内停留多长时间(忽略进出港所需的时间)?

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $y=f(x)$ 是定义在 R 上的周期函数,周期 $T=5$,函数 $y=f(x)(-1\leqslant x\leqslant 1)$ 是奇函数.又知 $y=f(x)$ 在$[0,1]$上是一次函数,在$[1,4]$上是二次函数,且在 $x=2$ 时函数取得最小值,最小值为 -5.

(Ⅰ)证明:$f(1)+f(4)=0$;

(Ⅱ)试求 $y=f(x)$,$x\in[1,4]$ 的解析式;

(Ⅲ)试求 $y=f(x)$ 在$[4,9]$上的解析式.

22.(本小题满分 14 分)

已知圆 C:$(x+4)^2+y^2=4$,圆 D 的圆心 D 在 y 轴上且与圆 C 外切,圆 D 与 y 轴交于 A、B 两点,点 P 为 $(-3,0)$.

(Ⅰ)若点 D 坐标为(0,3),求 $\angle APB$ 的正切值;

(Ⅱ)当点 D 在 y 轴上运动时,求 $\angle APB$ 的最大值;

(Ⅲ)在 x 轴上是否存在定点 Q,当圆 D 在 y 轴上运动时,$\angle AQB$ 是定值?如果存在,求出点 Q 坐标;如果不存在,说明理由.

北京市东城区

第 Ⅰ 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

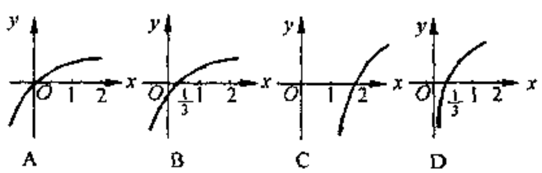
1.若 $f(x)=a^x(a>0,a\neq 1)$ 的定义域为 M,$g(x)=\log_a x(a>0,a\neq 1)$ 的定义域为 N,令全集 $I=R$,则 $M\cap N=$(　　).

A. M　　B. N　　C. $\overline{M}$　　D. $\overline{N}$

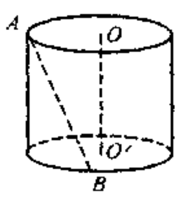
2.已知数列$\{a_n\}$中,$a_1=1$,$2a_{n+1}=a_n$($n=1,2,3,\cdots$),则这个数列前 n 项和的极限是(　　).

A. 2　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. 3　　D. $\dfrac{1}{3}$

3.已知函数 $f(x)=3^{x-1}$,则它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像是(　　).



4.如图,圆柱的高为 8,点 A 和点 B 分别在上下底面的圆周上,且 $AB=10$,则直线 AB 与圆柱的轴 OO' 所成角的大小为(　　)



A. $\arctan\dfrac{4}{3}$　B. $\arctan\dfrac{3}{4}$

C. $\arctan\dfrac{4}{5}$　D. $\arctan\dfrac{3}{5}$

5.函数 $y=2\sin(3x-\dfrac{\pi}{4})$ 图像的两条相邻对称轴之间的距离是(　　).

A. $\dfrac{\pi}{3}$　　B. $\dfrac{2\pi}{3}$　　C. π　　D. $\dfrac{4\pi}{3}$

6.过点 $P(1,\dfrac{\pi}{4})$ 且平行于极轴的直线的极坐标方程是(　　).

A. $\rho\sin\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\rho\sin\theta=1$

C. $\rho=-\sin\theta$　　D. $\rho=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta$

7.圆台的侧面展开图是一个内外半径分别为 3 和 6,中心角为 $\dfrac{4\pi}{3}$ 的扇环,则此圆台的全面积是(　　).

A. 36π　B. 38π　C. 48π　D. 54π

8.定义在$(-\infty,+\infty)$上的函数 $y=f(x)$ 在$(-\infty,2)$上是增函数,且函数 $y=f(x+2)$ 的图像的对称轴是 $x=0$,则

A. $f(-1)<f(3)$　　B. $f(0)>f(3)$

C. $f(-1)=f(-3)$　　D. $f(2)<f(3)$

9.若圆 $(x-1)^2+(y+1)^2=R^2$ 上有且仅有两个点到直线 $4x+3y=11$ 的距离等于 1,则半径 R 的取值范围是(　　).

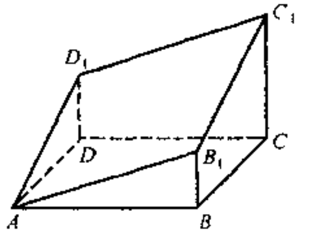
A. $R>1$　B. $R<3$　C. $1<R<3$　D. $R\neq 2$

10.某体育彩票规定:从 01 至 36 共 36 个号中抽出 7 个号为一注,每注 2 元.某人想从 01 至 10 中选 3 个连续的号,从 11 至 20 中选 2 个连续的号,从 21 至 30 中

选 1 个号，从 31 至 36 中选 1 个号组成一注，则这人把这种特殊要求的号买全，至少要花(　　).

A. 3360 元　B. 6720 元　C. 4320 元　D. 8640 元

11. 图中多面体是过正四棱柱的底面正方形 $ABCD$ 的点 A 作截面 $AB_1C_1D_1$ 而截得的，且 $B_1B=D_1D$. 已知截面 $AB_1C_1D_1$ 与底面 $ABCD$ 成 $30°$ 的二面角，$AB=1$，则这个多面体的体积为(　　).



A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$　D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$

12. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率 $e\in[\sqrt{2},2]$，令双曲线两条渐近线构成的角中，以实轴为角平分线的角为 θ，则 θ 的取值范围是(　　).

A. $[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}]$　B. $[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}]$

C. $[\frac{\pi}{2},\frac{2\pi}{3}]$　D. $[\frac{2\pi}{3},\pi]$

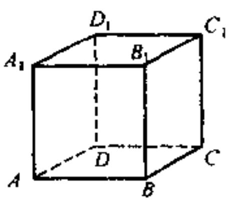
第 Ⅱ 卷(非选择题，共 90 分)

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分. 把答案填在题中横线上.

13. 若 $(\sqrt{x}+\frac{2}{x})^n$ 展开式中的第 5 项为常数，则 $n=$ ________.

14. 抛物线 $x=2(y-1)^2-5$ 的准线方程是________.

15. 已知 $\tan(\alpha+\beta)=\frac{3}{5}$，$\tan(\beta-\frac{\pi}{3})=\frac{1}{3}$，则 $\tan(\alpha+\frac{\pi}{3})$ 的值是________.



16. 已知如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，过点 A 作截面，使正方体的 12 条棱所在直线与截面所成的角皆相等，试写出满足这样条件的一个截面________.(注：只需任意写出一个.)

三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(本小题满分 12 分)

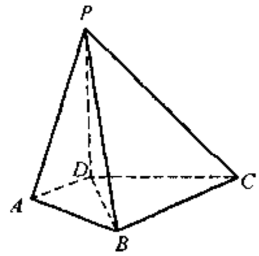
已知 $a>0,a\neq1,f(x)=\log_a(x+1),g(x)=\log_a x^2$，求使 $f(x)-g(x)>\log_a 2$ 成立的自变量 x 的取值范围.

18.(本小题满分 12 分)

已知：复数 $z_1=\cos\alpha+i\sin\alpha,z_2=\cos\beta+i\sin\beta$，$z_1+z_2=\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$，求：$\tan(\alpha+\beta)$ 的值.

19.(本小题满分 12 分)

已知：如图，$PD\perp$ 平面 $ABCD$，$AD\perp DC$，$AD\parallel BC$，$PD:DC:BC=1:1:\sqrt{2}$.



(Ⅰ)求 PB 与平面 PDC 所成角的大小；

(Ⅱ)求二面角 $D-PB-C$ 的正切值；

(Ⅲ)若 $AD=\frac{1}{2}BC$，求证平面 $PAB\perp$ 平面 PBC.

20.(本小题满分 12 分)

已知椭圆的两个焦点分别为 $F_1(0,-2\sqrt{2})$，$F_2(0,2\sqrt{2})$，离心率 $e=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

(Ⅰ)求椭圆方程；

(Ⅱ)一条不与坐标轴平行的直线 l 与椭圆交于不同的两点 M、N，且线段 MN 中点的横坐标为 $-\frac{1}{2}$，求直线 l 倾斜角的取值范围.

21.(本小题满分 12 分)

用洗衣机洗衣时，洗涤并甩干后进入漂洗阶段. 漂洗阶段由多次漂洗和甩干组成，每次漂洗后可使残留物均匀分布，每次甩干后(包括洗涤后的甩干)衣物中的残留水分(含有残留物)的重量相同，设计时，将漂洗的总用水量定为 a 千克，漂洗并甩干的次数定为 3 次. 为使漂洗后衣物中的残留物最少，怎样确定每次漂洗的用水量?并写出你的数学依据.

【注：为了便于解决问题，可参考以下各量的字母表示. 设每次甩干后衣物中的残留水分(含有残留物)的重量为 m，洗涤并甩干后衣物中的残留物(不含水分)为 n_0，三次漂洗并甩干后衣物中的残留物(不含水分)分别为 n_1,n_2,n_3，三次用水量分别为 a_1,a_2,a_3.(以上各量单位皆为千克)】

22.(本小题满分 14 分)

数列 $\{a_n\}$ 中，前 n 项和 $S_n=an^2+bn$ 其中 a,b 是常数，且 $a>0,a+b>1,n\in N$.

(Ⅰ)求 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n，并证明 $a_{n+1}>a_n>1(n\in N)$；

(Ⅱ)令 $c_n=\log_{a_n}a_{n+1}$，试判断数列 $\{c_n\}$ 中任意相邻两项的大小.

北京市西城区

第 Ⅰ 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.已知集合 $P=\{(x,y)\mid |x|+|y|=1\}$,$Q=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 1\}$,则(　　).

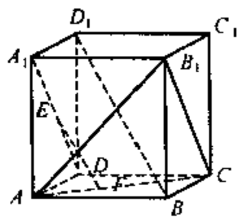
A. $P\subset Q$　B. $P=Q$　C. $P\supset Q$　D. $P\cap Q=Q$

2.设 α,β 均为第二象限角,且 $\sin\alpha>\sin\beta$,则下列不等式成立的是(　　).

A. $\tan\alpha>\tan\beta$　　B. $\cot\alpha<\cot\beta$

C. $\cos\alpha>\cos\alpha$　　D. $\sec\alpha>\sec\beta$

3.如右图,正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,EF 是异面直线 AC 和 A_1D 的公垂线,则 EF 和 BD_1 的关系是(　　).



A. 相交不垂直

B. 相交垂直

C. 异面直线

D. 互相平行

4. 设 $a=\frac{1}{2}\cos6^\circ-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin6^\circ$,$b=\frac{2\tan13^\circ}{1+\tan^2 13^\circ}$,$c=\sqrt{\frac{1-\cos50^\circ}{2}}$,则有(　　).

A. $a>b>c$　　B. $a<b<c$

C. $a<c<b$　　D. $b<c<a$

5.已知圆的极坐标方程为 $\rho^2+2\rho(\cos\theta+\sqrt{3}\sin\theta)=5$,则此圆在直线 $\theta=0$ 上截得的弦长为(　　).

A. $\sqrt{6}$　B. $2\sqrt{6}$　C. $2\sqrt{3}$　D. 3

6.甲、乙、丙三个单位分别需要招聘工作人员2名、1名、1名,现从10名应聘人员中招聘4人到甲、乙、丙三个单位,那么不同的招聘方法共有(　　).

A. 1260 种　B. 2025 种　C. 2520 种　D. 5040 种

7.设 $f(x)=(1+x)+(1+x)^2+\cdots+(1+x)^n$,在 $f(x)$ 中 x^2 的系数为 T_n,则 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{T_n}{n^3+2n}$ 等于(　　).

A. $\frac{1}{3}$　B. $\frac{1}{6}$　C. 1　D. 2

8.直线 $x+\sqrt{3}y=0$ 绕原点按顺时针方向旋转 30° 所得直线与圆 $(x-2)^2+y^2=3$ 的位置关系是(　　).

A. 直线与圆相切　B. 直线与圆相交但不过圆心

C. 直线与圆相离　D. 直线过圆心

9.若 $x\in(1,2)$ 时,不等式 $(x-1)^2<\log_a x$ 恒成立,则 a 的取值范围是(　　).

A. $(0,1)$　B. $(1,2)$　C. $(1,2]$　D. $[1,2]$

10.某产品的总成本 y(万元)与产量 x(台)之间的函数关系式是 $y=3000+20x-0.1x^2(0<x<240,x\in N)$,若每台产品的售价为 25 万元,则生产者不亏本时(销售收入不小于总成本)的最低产量是(　　).

A. 100 台　B. 120 台　C. 150 台　D. 180 台

11.已知方程 $\frac{x^2}{|m|-1}+\frac{y^2}{2-m}=1$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆,则 m 的取值范围是(　　).

A. $m<2$

B. $1<m<2$

C. $m<-1$ 或 $1<m<2$

D. $m<-1$ 或 $1<m<\frac{3}{2}$

12.对于已知直线 a,如果直线 b 同时满足下列三个条件:(1) 与 a 是异面直线;(2) 与 a 所成的角为定值 θ;(3) 与 a 的距离为定值 d.那么,这样的直线 b 有(　　).

A. 1 条　B. 2 条　D. 3 条　D. 无数条

第 Ⅱ 卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分.把答案填在题中横线上.

13.已知 $\alpha=\arcsin(-\frac{3}{5})$,则 $\sin\frac{\alpha}{2}$ 的值是________.

14.过抛物线 $y^2=4x$ 的焦点,且倾斜角为 $\frac{3\pi}{4}$ 的直线交抛物线于 P、Q 两点,O 是坐标原点,则 $\triangle OPQ$ 的面积等于________.

15.将一个圆形纸片沿其两个半径剪开,得到两个扇形,它们的圆心角之比为 1 : 2,再将它们当作圆锥侧面卷成两个圆锥,则这两个圆锥的体积之比是________.

16.定义在 $(-\infty,+\infty)$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足:$f(x+1)=-f(x)$,且在 $[-1,0]$ 上是增函数,下面是关于 $f(x)$ 的判断:

①$f(x)$ 是周期函数;

②$f(x)$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称;

③$f(x)$ 在 $[0,1]$ 上是增函数;

④$f(x)$ 在 $[1,2]$ 上是减函数;

⑤$f(2)=f(0)$.

其中正确的判断是________(把你认为正确的判断都填上).

三、解答题:本大题共 6 小题,共 74 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

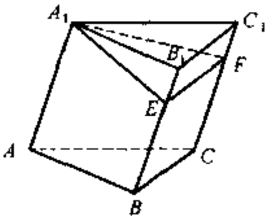
17.(本小题满分 12 分)

已知由正数组成的等比数列 $\{a_n\}$,若前 $2n$ 项之和等于它前 $2n$ 项中的偶数项之和的 11 倍,第 3 项与第 4 项之和为第 2 项与第 4 项之积的 11 倍,求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

18.(本小题满分 12 分)

已知复数 $z_1 = x + ai, z_2 = x + bi(b > a > 0, x > 0)$ 的辐角主值分别为 α, β,求 $\tan(\beta - \alpha)$ 的最大值及对应的 x 的值.

19.(本小题满分 13 分)



如图,已知三棱柱 $A_1B_1C_1 - ABC$ 的底面是边长为 2 的正三角形,侧棱 A_1A 与 AB, AC 均成 $45°$ 角,且 $A_1E \perp B_1B$ 于 E, $A_1F \perp CC_1$ 于 F.

(Ⅰ)求证:平面 $A_1EF \perp$ 平面 B_1BCC_1;

(Ⅱ)求点 A 到平面 B_1BCC_1 的距离;

(Ⅲ)当 AA_1 多长时,点 A_1 到平面 ABC 与平面 B_1BCC_1 的距离相等?

20.(本小题满分 12 分)

某乡为提高当地群众的生活水平,由政府投资兴建了甲、乙两个企业,1997 年该乡从甲企业获得利润 320 万元,从乙企业获得利润 720 万元.以后每年上交的利润是:甲企业以 1.5 倍的速度递增,而乙企业则为上一年利润的 $\frac{2}{3}$.根据测算,该乡从两个企业获得的利润达到 2000 万元可以解决温饱问题,达到 8100 万元可以达到小康水平.

(1) 若以 1997 年为第一年,则该乡从上述两个企业获得利润最少的一年是那一年,该年还需要筹集多少万元才能解决温饱问题?

(2) 试估算 2005 年该乡能否达到小康水平?为什么?

21.(本小题满分 12 分)

椭圆中心是坐标原点 O,焦点在 x 轴上,过椭圆左焦点 F 的直线交椭圆于 P、Q 两点,且 $OP \perp OQ$.求椭圆离心率 e 的取值范围.

22.(本小题满分 13 分)

设 $f(x)$ 是定义在 $[-1,1]$ 上的奇函数,$g(x)$ 的图像与 $f(x)$ 的图像关于直线 $x = 1$ 对称,而当 $x \in [2,3]$ 时,$g(x) = -x^2 + 4x + c$(c 为常数)

(1) 求 $f(x)$ 的表达式;

(2) 对于任意 $x_1, x_2 \in [0,1]$ 且 $x_1 \neq x_2$,求证:$|f(x_2) - f(x_1)| < 2|x_2 - x_1|$;

(3) 对于任意 $x_1, x_2 \in [0,1]$ 且 $x_1 \neq x_2$,求证:$|f(x_2) - f(x_1)| \leqslant 1$.

上海市

一、填空题(本大题共 12 小题,每小题 4 分,共 48 分)

1. 已知集合 $A = \{x \mid ax^2 + 6x + 9 = 0, a \in R, x \in R\}$ 只有一个元素,则实数 a 的值是________.
2. 已知点 $P(3, m)$ 是抛物线 $y^2 = 4x$ 上的点,则点 P 到抛物线焦点 F 的距离等于________.
3. 函数 $f(x) = \cos^2 x - \sqrt{3}\cos x \cdot \sin x$ 的最小正周期为________.
4. $\triangle ABC$ 中,已知角 A、B、C 的对边长分别为 a、b、c 则 $a\cos B + b\cos A =$ ________.
5. 设 $(2x + \sqrt{3})^4 = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4$,则 $(a_0 + a_2 + a_4)^2 - (a_1 + a_3)^2 =$ ________.
6. 使 $\arcsin x > \arccos x$ 成立的 x 的取值范围是________.
7. 若数列 $\{a_n\}$ 是等差数列,且其前 n 项和 S_n 满足 $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{S_n}{2n^2} = 1$,则数列 $\{a_n\}$ 的一个通项公式是______.
8. 我们平常用的数是十进制数,如:$2745 = 2 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 5 \times 10^0$,而在电子数学计算机中用的是二进制,如 $110101 = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$.可见,二进制中的 110101 等于十进制中的 53.现有一个二进制数为 1101,则它在十进制中等于________.
9. (理科) 圆的极坐标方程为 $\rho = 2\cos(\theta + \frac{\pi}{3})$,则该圆的圆心的极坐标为________.

   (文科) 曲线 $\begin{cases} x = \cos\varphi \\ y = \sin\varphi \end{cases}$ $\varphi \in [0, \pi]$ 的普通方程是________.
10. 三个成人带着二个儿童来到某湖游玩,湖中有 A、B 二只小船,A 船可乘三人,B 船可乘二人,为安全起见,儿童必须由成人陪同方能乘船,他们分乘这二只小船的方法共有________种(结果用数值表示).
11. 已知函数 $y = f(2x + 1)$ 是偶函数,则函数 $y = f(2x)$ 的图像的对称轴是________.
12. 一个正实数,若它的小数部分、整数部分及这个正实数依次成等比数列,则这个正实数等于________.

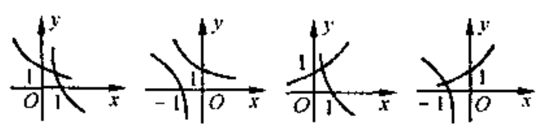
二、选择题(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分)

13. "$x < 2$,且 $y < 2$" 是"$xy < 4$" 的(　　)

    A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件

    C. 充要条件　D. 既不充分又不必要条件

14. 已知 $a > 0, a \neq 1$,函数 $y = a^{-x}$ 与 $y = \log_a(-x)$ 的图像只能是(　　).



A　　B　　C　　D

15. 函数 $y = f(x)$ 是定义在 $[a, b]$ 上的减函数,那么函数 $y = -f^{-1}(x)$ 是(　　).

    A. 在 $[f(a), f(b)]$ 上的增函数

    B. 在 $[f(b), f(a)]$ 上的增函数

    C. 在 $[f(a), f(b)]$ 上的减函数

    D. 在 $[f(b), f(a)]$ 上的减函数

16. 用 M 表示一平面，a 表示一直线，则 M 内至少有一直线与 a（　　）.

A. 平行　　B. 相交　　C. 异面　　D. 垂直

三、解答题（本大题满分 86 分）

17.（本题满分 10 分）

设复数 Z 满足 $2|Z-3-3i|-|Z|=0$.

（理科）求 $\arg Z$ 的取值范围.

（文科）求 $|Z|$ 的最大值和最小值.

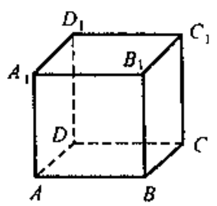
18.（本题满分 10 分，(1) 题满分 4 分，(2) 题满分 6 分）

已知 $\boldsymbol{a}=3\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=4\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}$.

(1) 求向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 的夹角 θ.

(2) 对两个向量 $\boldsymbol{p}$、$\boldsymbol{q}$，如果存在不全为零的常数 α、β，使 $\alpha\cdot\boldsymbol{p}+\beta\cdot\boldsymbol{q}=\boldsymbol{o}$，那么称向量 $\boldsymbol{p}$、$\boldsymbol{q}$ 是线性相关的，否则称向量 $\boldsymbol{p}$、$\boldsymbol{q}$ 是线性无关的，问：向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 是线性相关还是线性无关，为什么？

19.（本题满分 14 分，(1) 题满分 6 分，(2) 题满分 8 分）



如图：正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1.

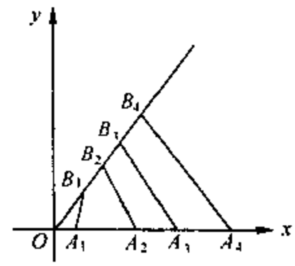
(1) 若 E、F 分别是 BB_1、AB 的中点，求三棱锥 $F-A_1D_1E$ 的体积.

(2) 在棱 AB 上是否存在一点 M，使得二面角 A_1-MB_1-C 等于 $120°$. 若存在，求出 $\frac{AM}{MB}$ 的值. 若不存在，说明理由.

20.（本题满分 16 分）

某工厂有容量为 300 吨的水塔一个，每天从早上 6 时起到晚上 10 时止供应该厂生活和生产用水，已知该厂生活用水为每小时 10 吨，工业用水量 W（吨）与时间 t（单位：小时，定义早上 6 时 $t=0$）的函数关系为 $W=100\sqrt{t}$，水塔的进水量有 10 级，第一级每小时进水 10 吨，以后每提高一级，每小时的进水量增加 10 吨，若某天水塔原有水 100 吨，在供水的同时打开进水管，问：进水量选择第几级，既能保证该厂用水（水塔中的水不空），又不会使水溢出？

21.（本题满分 18 分，(1) 题满分 7 分，(2) 题满分 7 分，(3) 题满分 4 分）



如图：点 $A_1, A_2, \cdots, A_n, \cdots$ 依次在 x 轴上，且 $A_1(1,0)$，$A_2(5,0)$，$|A_nA_{n+1}|=\frac{1}{2}|A_{n-1}A_n|$（$n=2,3,\cdots$），点 $B_1, B_2, \cdots, B_n, \cdots$ 依次在射线 $y=x(x\geqslant 0)$ 上，且 $B_1(3,3)$，$|OB_n|=|OB_{n-1}|+2\sqrt{2}$（$n=2,3,\cdots$）.

(1) 用 n 表示点 A_n，B_n 的坐标.

(2) 设四边形 $A_nA_{n+1}B_{n+1}B_n$ 的面积为 S_n，求证：存在最大的自然数 p 和最小的自然数 q，使 $p<S_n\leqslant q$（$n\in N$）.

(3)（文科）设直线 A_nB_n 的斜率为 k_n，求 $\lim\limits_{n\to\infty}k_n$.

（理科）阅读以下定理：

已知数列 $\{a_n\}$、$\{b_n\}$、$\{c_n\}$，若对任意 $n\in N$，都有 $a_n\leqslant b_n\leqslant c_n$，且 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\lim\limits_{n\to\infty}c_n=A$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}b_n=A$.

并据此求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}S_n$.

22.（本题满分 18 分，(1) 题满分 6 分，(2) 题满分 12 分）

已知抛物线 $x^2=4(y-1)$，M 是其顶点，

(1) 若 $\odot C$ 的圆心 C 与 M 关于 x 轴对称，且 $\odot C$ 与 x 轴相切，求 $\odot C$ 的方程.

(2) 过抛物线上任意一点 N 作 $\odot C$ 的两条切线，这两条切线与抛物线的准线交于 A、B 两点，求 $|AB|$ 的取值范围.

天津市

第 Ⅰ 卷（选择题，共 60 分）

一、选择题：本大题共 14 小题，第 1～10 小题每题 4 分，第 11～14 小题每题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 若 A、B 均为非空集合，$A\subseteq B$，U 为全集，则表示空集的是（　　）.

A. $A\cap B$　　B. $(C\cup A)\cap(C\cup B)$

C. $(C\cup A)\cap B$　　D. $A\cap(C\cup B)$

2. $a>b>0$ 是使 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$ 成立的（　　）.

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 设 a、b、c 为三条直线，α、β、γ 为三个平面，下面给出的四个命题中，正确的是（　　）.

A. 若 $a\perp c$，$b\perp c$，则 $a\parallel b$

B. 若 $c\perp\alpha$，$c\perp\beta$，则 $\alpha\parallel\beta$

C. 若 $a\perp b$，$b\perp\alpha$，则 $a\parallel\alpha$

D. 若 $\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$，则 $\alpha\parallel\beta$

4. 设 $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$ 是互相垂直的单位向量，向量 $\boldsymbol{a}=(m+1)\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{i}+(m-1)\boldsymbol{j}$，$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，则实数 m 为（　　）.

A. -2　　B. 2　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. 不存在

5. 下面给出四个命题

① $y=\tan x$ 是其定义域上的增函数

② 函数 $y=\left|\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\right|$ 的最小正周期是 $\frac{\pi}{2}$

③ 将函数 $y=\cos(x-\frac{3\pi}{2})$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位,就是函数 $y=\sin(x+\frac{\pi}{2})$ 的图像

④ $x=\frac{5}{4}\pi$ 是函数 $y=\sin(2x+\frac{5\pi}{2})$ 的图像的一条对称轴方程

其中正确命题的个数为(　　).

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

6.圆心在抛物线 $y^2=2x$ 上,且与 x 轴和该抛物线的准线都相切的一个圆的方程是(　　).

A. $x^2+y^2-x-2y-\frac{1}{4}=0$

B. $x^2+y^2+x-2y+1=0$

C. $x^2+y^2-x-2y+1=0$

D. $x^2+y^2-x-2y+\frac{1}{4}=0$

7.已知函数 $y=1+4\cos x-4\sin^2 x, x\in[-\frac{\pi}{4},\frac{2}{3}\pi]$,则函数(　　).

A. 有最大值 0,最小值 -8

B. 有最大值 5,最小值 0

C. 有最大值 5,最小值 -4

D. 有最大值 $2\sqrt{2}-1$,最小值 -3

8.正四面体内有一个与它各面都相切的球,过一条侧棱和高作一截面,则截面的大致图形是(　　).

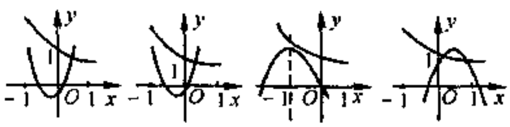
A　　B　　C　　D

9.由曲线 $y=x^2$ 与 $y=\sqrt{x}$ 所围图形面积为 S,将该图形绕 x 轴旋转后形成的旋转体的体积为 V,则 S 与 V 分别是(　　).

A. $S=\frac{1}{3},V=\frac{3}{10}$　　B. $S=\frac{1}{2},V=\frac{\pi}{10}$

C. $S=\frac{1}{3},V=\frac{3\pi}{10}$　　D. $S=\frac{1}{2},V=\frac{3\pi}{5}$

10.在同一坐标系中,二次函数 $y=ax^2+bx$ 与指数函数 $y=(\frac{b}{a})^x$ 的图像只可能是(　　).



A　　B　　C　　D

11.地球上 A、B 两地都在北纬 45° 圈上,A、B 两地经度相差 90°,A、B 两地的球面距离为(　　).

A. $\frac{\pi R}{6}$　　B. $\frac{\pi R}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{2}\pi R}{3}$　　D. $\frac{\pi R}{2}$

12.复平面内点 A 对应的复数是 $-\mathrm{i}$,点 B 对应的复数是 $-\sqrt{3}$,以 AB 为一边作正三角形 ABC,则点 C 对应的复数为

A. i 或 $-\sqrt{3}-2\mathrm{i}$　　B. i 或 $-\sqrt{3}-\mathrm{i}$

C. $2\mathrm{i}$ 或 $-\sqrt{3}-2\mathrm{i}$　　D. $-2\mathrm{i}$ 或 $-\sqrt{3}+\mathrm{i}$

13.函数 $f(x)=\lg(3-2x-x^2)$ 的定义域为 A,值域为 B,则 $A\cap B$ 为(　　).

A. $(-\infty,\lg4)$　　B. $(-3,\lg4]$

C. $(-3,1)$　　D. $(-1,\lg4]$

14.设双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(0<a<b)$ 的半焦距为 c,直线 l 过 $(a,0)$、$(0,b)$ 两点,且原点到直线 l 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{4}c$,则双曲线的离心率为(　　).

A. 2　　B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C. 2或 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D. $\sqrt{3}$

第 Ⅱ 卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题:本大题共4小题,每小题4分,共16分,把答案填在题中的横线上.

15.若动点 $P(x,y)$ 在曲线 $y=2x^2+1$ 上移动,则点 P 到点 $(0,-1)$ 的连线的中点的轨迹方程是________

16.某种灯泡的耐用时数超过 1000 小时的概率为 0.2,求 3 个相互独立的灯泡在使用 1000 小时以后,最多只有 1 个损坏的概率为________

17.已知:$f(n)=1+2+3+\cdots+n$,求 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{[f(n)]^2}{f(n^2)}=$________

18.将进货单价为 8 元的商品按 10 元 1 个销售时,每天可卖出 80 个,若这种商品的销售价每个涨价 1 元,则销售量就减少 10 个,为了获得最大利润,此商品的销售价应为每个________元.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 74 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

19.(本小题满分 12 分)

解不等式 $\log_{0.2}(\sqrt{x+2}-x+1)>0$.

20.(本小题满分 12 分)

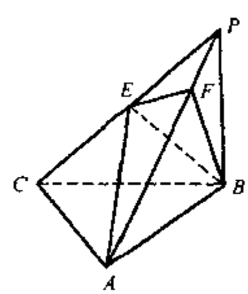
铁道机车运行 1 小时所需的成本由两部分组成:固定部分为 m,变动部分与运行速度 v(千米/小时)的平方成正比例,比例系数为 $k(k>0)$,如果机车匀速从甲站开往乙站,为了使成本最省,应以怎样的速度运行?

21.(本小题满分 12 分)

过曲线 $y=1-x^2(x>0)$ 上的点 P 作该曲线的切线,与 x 轴、y 轴分别交于点 M、N,试确定点 P 的坐标,使 $\triangle MON$ 的面积最小.

22.(本小题满分 12 分)

已知三棱锥 $P-ABC$,$PB\perp$ 底面 ABC,$\angle BCA=90^\circ$,$PB=BC=CA=4$,E 是 PC 的中点,$FA=3PF$.



(Ⅰ)求证:侧面 $PAC\perp$ 侧面 PBC;

(Ⅱ)求异面直线 PA 与 BE 所成角的大小;

(Ⅲ)求三棱锥 $F-ABE$ 的体积.

23.(本小题满分 12 分)

设椭圆$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1(a>b>0)$的焦点为 F_1 和 F_2，P 是椭圆上一点，若 $\angle F_1PF_2$ 的最大值为$\frac{2\pi}{3}$，(Ⅰ)求椭圆的离心率；(Ⅱ)设直线 l 与椭圆相交于 M、N 两点，且 l 与以原点为圆心，半径等于短半轴长的圆相切，已知线段 MN 的长度最大值为 4，求椭圆方程与直线 l 的方程.

24.(本小题满分 14 分)

已知二次函数 $y=f(x)$ 在 $x=\frac{t+2}{2}$ 处取得最小值 $-\frac{t^2}{4}(t>0)$，$f(1)=0$.

(Ⅰ)求 $y=f(x)$ 的表达式；

(Ⅱ)若任意实数 x 都满足等式 $f(x)\cdot g(x)+a_nx+b_n=x^{n+1}$，($g(x)$ 为多项式，$n\in N$)，试用 t 表示 a_n 和 b_n；

(Ⅲ)设圆 C_n 方程为 $(x-a_n)^2+(y-b_n)^2=r_n^2(n=1,2,\cdots)$，圆 C_n 与圆 C_{n+1} 外切，$\{r_n\}$ 是各项都是正数的等比数列，记 S_n 为前 n 个圆的面积之和，求 r_n、S_n.

重庆市

第 Ⅰ 卷(选择题，共 60 分)

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设复数 $z_1=2-i$，$\bar{z}_2=1-3i$，则复数 z_1+z_2 的虚部等于(　　).

A. 2i　　B. $-4i$　　C. 2　　D. -4

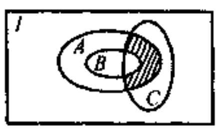
2. 如图，I 是全集，A、B、C 是它的子集，则阴影部分所表示的集合是(　　).

A. $(\overline{A}\cap B)\cap C$

B. $(A\cap\overline{B})\cap C$

C. $(A\cap B)\cap\overline{C}$

D. $(\overline{B}\cup A)\cap C$



3. 复数 $z=m+2i$，且 z 的模的最大值为 4，那么实数 m 的取值范围是(　　).

A. $[-2\sqrt{3},2\sqrt{3}]$　　B. $[-2,2]$

C. $[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$　　D. $[-3,3]$

4. 一个有 $3k$ 项的等差数列，它的前 $2k$ 项的和为 100，后 $2k$ 项的和为 200. 则它的中间 k 项之和为(　　).

A. 50　　B. 75　　C. 100　　D. 150

5. 如果函数 $y=\sin 2x+a\cos 2x$ 的图像关于 $x=-\frac{\pi}{8}$ 对称，那么 a 等于(　　).

A. $\sqrt{2}$　　B. $-\sqrt{2}$　　C. 1　　D. -1

6. 函数 $y=f(x)$ 在 $(0,2)$ 上是增函数，而函数 $y=f(x+2)$ 是偶函数，则下列不等式成立的是(　　).

A. $f(1)<f(\frac{5}{2})<f(\frac{7}{2})$

B. $f(\frac{7}{2})<f(1)<f(\frac{5}{2})$

C. $f(\frac{5}{2})<f(1)<f(\frac{7}{2})$

D. $f(\frac{7}{2})<f(\frac{5}{2})<f(1)$

7. (理科) 函数 $y=2\arccos(x^2-x-\frac{1}{4})$ 的值域是(　　).

A. $[0,\frac{2\pi}{3}]$　　B. $[\frac{2\pi}{3},2\pi]$

C. $[-\frac{2\pi}{3},\frac{2\pi}{3}]$　　D. $[0,\frac{4\pi}{3}]$

(文科) 函数 $y=2\cos(\sin x)$ 的值域是(　　).

A. $[0,2\cos 1]$　　B. $[-2,2]$

C. $[2\cos 1,2]$　　D. $[-2\cos 1,2\cos 1]$

8. 复平面上，方程 $x^8=1$ 的所有解在复平面上所对应点的集合为 M，在以 M 中的元素为顶点的三角形中，直角三角形的个数是(　　).

A. 12 个　　B. 18 个　　C. 24 个　　D. 48 个

9. 先将函数 $y=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 的周期扩大到原来的 3 倍，再将其图像向右平移$\frac{\pi}{2}$个单位，则所得的函数的解析式为(　　).

A. $y=2\sin(\frac{2}{3}x-\frac{\pi}{6})$　　B. $y=2\sin(\frac{3}{2}x-\frac{2\pi}{3})$

C. $y=2\sin\frac{2}{3}x$　　D. $y=2\sin(\frac{2}{3}x-\frac{2\pi}{9})$

10. 已知 $xy<0$ 且 $x+y=2$，而 $(x+y)^7$ 按 x 的降幂排列的展开式中，第三项不大于第四项，那么 x 的取值范围是(　　).

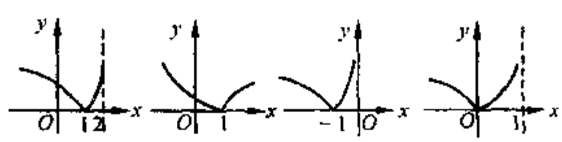
A. $(-\infty,0)\cup(0,\frac{5}{4})$　　B. $[\frac{5}{4},+\infty)$

C. $(-\infty,0)$　　D. $(-\infty,\frac{5}{4})$

11. 已知 $a,b\in R^+$，且 $2a+b=1$，则 $2\sqrt{ab}-4a^2-b^2$ 的最大值是(　　).

A. $\sqrt{2}+1$　B. $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$　C. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$　D. $\sqrt{2}-1$

12. 函数 $f(x)=10^x-1$，则 $y=|f^{-1}(1-x)|$ 的图像是(　　).



A　　B　　C　　D

第 Ⅱ 卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分,把答案填在题中横线上.

13. 等差数列$\{a_n\}$中,已知$a_4+a_7+a_{10}=18,a_6+a_8+a_{10}=27$.若$a_k=21$,则$k=$ ________.

14. 从六种不同的蔬菜种子$a、b、c、d、e、f$中选出四种,分别种在四块不同的土壤$A、B、C、D$中进行试验,已有资料表明:A土壤不宜种a,B土壤不宜种b,但$a、b$品种高产,现$a、b$必种的试验方案有________种.

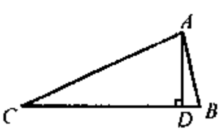
15. 若不等式$ax^2+bx+2>0$的解集是$\{x|-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{3}\}$.设二次函数$y=ax^2+bx+2$在区间$[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$的最大值为$M$,最小值为$N$,则$M+N=$ ________.

16. 给出下列四个命题:①α,β都是第四象限的角,若$\cos\alpha>\cos\beta$,则$\tan\alpha>\tan\beta$;②若$x<0$,则$2x+\frac{1}{3x}$的最小值是$-\frac{2}{3}\sqrt{6}$;③$y=f(x+1)$是奇函数,则$y=f(x)$的图像关于点$(1,0)$成中心对称;④等差数列$\{a_n\}$中,若$S_7>S_8$,可推出$S_6>S_9$.其中正确的命题的序号是________.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 74 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(12 分)

如图,在$\triangle ABC$中,$\angle BAC=60°$,AD是BC边上的高,且$AD=AC-AB$.



(Ⅰ)求证:$\frac{1}{\sin C}-\frac{1}{\sin B}=1$;

(Ⅱ)求$\sin\frac{B-C}{2}$的值.

18.(12 分)

已知复数$z_1、z_2$满足$|z_1|=3,|z_2|=4,z_1-z_2=2-2\sqrt{3}i$.

(Ⅰ)求z_1-z_2的模及辐角主值;

(Ⅱ)求复数$\frac{z_1}{z_2}$的辐角的余弦值.

19.(12 分)

$f(x)$是定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$的奇函数.$f(x)$在$(0,+\infty)$上是增函数.

(Ⅰ)试判断$f(x)$在$(-\infty,0)$上的单调性,并证明你的结论;

(Ⅱ)若$f(1)=0$,画出一个满足上述条件的$f(x)$函数示意图,解关于x的不等式$f[1+\log_a(1-x^2)]>0$.(其中$a>1$)

20.(12 分)

在正数列$\{a_n\}$中,$a_1=1$,前n项的和为S_n,且$2S_{n-1}=\frac{1}{a_n}-a_n\quad(n\geqslant 2)$.

(Ⅰ)求证:数列$\{S_n^2\}$是等差数列;

(Ⅱ)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(Ⅲ)求$\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n}a_n)$的值.

21.(12 分)

生态问题是我国当前最为突出的问题之一.全国约有 9000 万亩 25 度以上的坡耕地需要退耕还林,其中 70% 在西部.国家规定 2000 年西部退耕还林面积为 500 万亩,以后每年退耕土地面积在上一年的基础上递增 12%.试问,从 2000 年起,到哪一年西部地区完成退耕还林的任务?(本题可以利用近似公式$(1+a)^n\approx 1+na+\frac{n(n-1)a^2}{2}$).

22.(14 分)

(理科)是否存在实数$a、b、c$,使得函数$f(x)=ax^2+bx+c$对于任意实数α,均满足下面条件:①$f(\sin\alpha)\geqslant 2$;②$f(2-\cos\alpha)\leqslant 2$;③$f(4)>c$.

若存在,找出一组数$a、b、c$,并画出$f(x)$的图像.若不存在,试说明理由.

(文科)已知函数$f(x)=ax^2+bx(a\neq 0)$满足$f(2)=0$,且方程$f(x)=x$有两个相等的根.

(Ⅰ)求$f(x)$的解析式;

(Ⅱ)是否存在$m,n\in R(m<n)$,使$f(x)$的定义域为$[m,n]$,且值域为$[2m,2n]$.若存在,找出所有的m,n.若不存在,试说明理由.

哈尔滨、长春、沈阳、大连

第 Ⅰ 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设全集$I=R$,集合$P=\{x|2x^2-x<0\}$,集合$Q=\left\{x\middle|\frac{1}{x}\leqslant 2\right\}$,则(　　).

A. $P\subset\overline{Q}$　　B. $P=\overline{Q}$

C. $P\cup Q=R$　　D. $P\cup Q=\{x|x>0\}$

2. 已知圆锥的侧面展开图扇形圆心角为π,则这个圆锥的轴截面的顶角为(　　).

A. $\frac{\pi}{4}$　　B. $\frac{\pi}{2}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

3. 在极坐标系中,直线$\rho\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=1$与直线$\rho\sin\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=2$的位置关系是(　　).

A. 平行　B. 垂直　C. 重合　D. 相交但不垂直

4. 设关于x的方程$x^3=z$(z为已知复数且$z\neq 0$)的三个根为$x_1、x_2、x_3$,若$x_1+x_3=1+i$,那么x_2的辐

角主值为(　　).

A. 45°　　B. 105°　　C. 165°　　D. 225°

5.若$\left(3x^2-\dfrac{1}{2x^3}\right)^n$($n\in N$)展开式中有常数项,则展开式项数最少为(　　).

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 9

6.二次函数 $f(x)$ 的图像为开口向上的抛物线且满足 $f(x+\dfrac{1}{2})=f(\dfrac{3}{2}-x)$,则不等式 $f(\dfrac{1}{4}\arccos x)>f[\dfrac{1}{4}\arccos(1-x)]$ 的解集是(　　).

A. $(\dfrac{1}{2},1)$　B. $(\dfrac{1}{2},1]$　C. $[-\dfrac{1}{2},1)$　D. $(-\dfrac{1}{2},1]$

7.在△ABC 中,∠C 是直角,平面 ABC 外有一点 P,$PC=4$cm,点 P 到直线 AC、BC 的距离都等于 $\sqrt{10}$cm,那么 PC 与平面 ABC 所成角的大小为(　　).

A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 75°

8.已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 $S_n=a^n-2$(a 是不为0的实数),那么数列$\{a_n\}$(　　).

A. 是等比数列

B. 当 a 不等于1时是等比数列

C. 从第二项起成等比数列

D. 从第二项起成等比数列或成等差数列

9.一动圆与圆 $x^2+y^2=1$ 外切,而与圆 $x^2+y^2-6x+8=0$ 内切,那么动圆的圆心的轨迹是(　　).

A. 双曲线的一支　B. 椭圆　C. 抛物线　D. 圆

10.某班分成8个小组,每小组5人,现要从中选出4人进行4个不同的化学实验,且每组至多选1人,则不同的安排方法种数是(　　).

A. $C_8^4P_4^4$　B. $C_8^4P_4^4C_5^1$　C. $5^4C_8^4P_4^4$　D. $P_4^4C_{40}^4$

11.已知 $f(x)$ 是增函数,且 $f(ax+3)=x(a\neq 0)$,若 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$ 的定义域为$[\dfrac{1}{a},\dfrac{4}{a}]$,则 $f(x)$ 的定义域为(　　).

A. $[1,4]$　B. $[a,2a]$　C. $[4,7]$　D. $(a,2a)$

12.已知定义域为 R 的偶函数 $y=f(x)$ 的一个单调增区间是$(2,6)$,则函数 $y=f(x+2)$ 的(　　).

A. 对称轴为 $x=2$,且一个单调区间是$(-8,-4)$

B. 对称轴为 $x=2$,且一个单调区间是$(-4,0)$

C. 对称轴为 $x=-2$,且一个单调区间是$(-8,-4)$

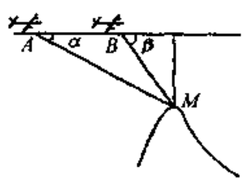
D. 对称轴为 $x=-2$,且一个单调区间是$(-4,0)$

第 Ⅱ 卷(非选择题,共90分)

二、填空题:本大题共4小题,每小题4分,共16分.把答案填在题中横线上.

13. 在数列$\{a_n\}$中,若 $\lim\limits_{n\to\infty}[(3n-1)a_n]=1$,则 $\lim\limits_{n\to\infty}(na_n)=$________.

14.以抛物线 $y^2=8x$ 上的一点 A 为圆心,经过坐标原点 O,且与直线 $x+2=0$ 相切的圆的方程是________.



15.如图,水平飞行的飞机的航线和山顶在同一铅直平面内,已知飞机高度为海拔 a 米,速度为 v 千米/小时.飞行员在 A 处先看到山顶 M 的俯角为 α,经 t 秒后在 B 处又看到山顶 M 的俯角为 β,那么山顶 M 的海拔高度为________(米).

16.斜平行六面体 $A_1B_1C_1D_1-ABCD$ 内盛有一半水,密闭后将底面 $ABCD$ 放在地平面上,然后将该斜平行六面体绕棱 BC 慢慢转动而使之倾倒,在此过程中,有下列四种说法:

① 斜平行六面体内水的部分始终呈棱柱形;

② 水面的面积始终不变;

③ 棱 A_1D_1 始终与水面平行;

④ 侧面 ABB_1A_1 与水接触面的面积始终不变.

其中正确说法的序号有________.

三、解答题:本大题共6小题,共74分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(本小题满分12分)

设函数 $f(x)=\dfrac{\sin 2x+\cos 2x}{\tan x+\cot x}$

(Ⅰ)求 $f(x)$ 的最小正周期;

(Ⅱ)求 $f(x)$ 的值域.

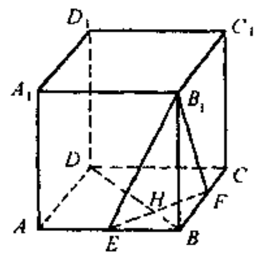
18.(本小题满分12分)

设数列$\{a_n\}$是等差数列,$a_1=1$,$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$,数列$\{b_n\}$是等比数列,$T_n=b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n$,若 $a_3=b_2$,$S_5=2T_2-6$,且 $\lim\limits_{n\to\infty}T_n=9$.

(Ⅰ)求数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$的通项公式.

(Ⅱ)当自然数 n 取何值时,$S_n>T_n$ 成立?

19.(本小题满分12分)



如图,在棱长为 a 的正方体 $A_1B_1C_1D_1-ABCD$ 中,E、F 分别为棱 AB 和 BC 的中点,EF 交 BD 于 H.

(Ⅰ)求二面角 B_1-EF-B 的大小;

(Ⅱ)试在棱 B_1B 上找一点 M,使 $D_1M\perp$ 平面 EFB_1,并证明你的结论;

(Ⅲ)求点 D_1 到平面 EFB_1 的距离.

20.(本小题满分12分)

某渔业公司今年初用98万元购进一艘渔船,用于捕捞,第一年需各种费用12万元,从第二年开始包括维修费在内,每年所需费用均比上一年增加4万元,该船每年捕捞的总收入为50万元.

(Ⅰ)该船捕捞几年开始盈利(即总收入减去成本及所有费用为正值)?

(Ⅱ)该船捕捞若干年后,处理方案有两种:

① 当年平均盈利达到最大值时,以26万元的价格卖出;

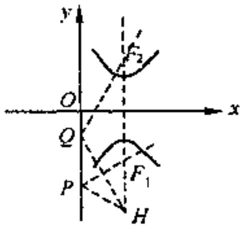
② 当盈利总额达到最大值时,以8万元的价格卖出.

问哪一种方案较为合算?请说明理由.

21.(本小题满分12分)

如图,两束光线从点 $H(2,-4)$ 分别射到 y 轴上两

点 $P(0,y_1)$、$Q(0,y_2)$ 后被 y 轴反射，反射线恰好通过双曲线 $C:4x^2-my^2-16x+4m+16=0(m>0)$ 的两个焦点 F_1、F_2. 若 $y_2-y_1=\sqrt{5}$.



（Ⅰ）求双曲线的实轴的长；

（Ⅱ）求 m 的值.

22.（本小题满分 14 分）

设 $0<a<1, f(x)=\log_a(x+\sqrt{x^2-1})$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的定义域和值域；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$；

（Ⅲ）实数 k 取何值时，关于 x 的方程 $f^{-1}(x)+a^{-x}=k$ 在区间 $(\log_a 4,0]$ 上有相异两实数解，并求出这时的两解之和.

南京市

第Ⅰ卷（选择题，共 60 分）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 每小题给出的四个选项中，有且只有一项符合题目要求.

1. $\cos(k\pi-\frac{\pi}{3})(k\in Z)$ 的值（　　）.

A. $\frac{1}{2}$　B. $-\frac{1}{2}$　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　D. $(-1)^k\cdot\frac{1}{2}$

2. 复数 $z=(\sin25^\circ+i\cos25^\circ)^3$ 的三角形式是（　　）.

A. $\sin75^\circ+i\cos75^\circ$　B. $\cos15^\circ+i\sin15^\circ$

C. $\cos75^\circ+i\sin75^\circ$　D. $\cos195^\circ+i\sin195^\circ$

3. 一个正三棱锥的侧面都是直角三角形，其底面边长为 a，则该三棱锥的体积是（　　）.

A. $\frac{1}{12}a^3$　B. $\frac{\sqrt{3}}{24}a^3$　C. $\frac{\sqrt{2}}{24}a^3$　D. $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

4. 设 $\frac{1}{2}<\left(\frac{1}{2}\right)^b<\left(\frac{1}{2}\right)^a<1$，则（　　）.

A. $a<a^b<a^a$　B. $a^a<a<a^b$

C. $a^b<a^a<a$　D. $a^a<a^b<a$

5.（理科）已知点 P 的极坐标为 $(2,\frac{2}{3}\pi)$，那么过点 P 且垂直于极轴所在直线的极坐标方程为（　　）.

A. $\rho=1$　B. $\rho=\cos\theta$　C. $\rho=-\frac{1}{\cos\theta}$　D. $\rho=\frac{1}{\cos\theta}$

（文科）动点 $P(x,y)$ 在抛物线 $y=2x^2+1$ 上移动，则点 P 与 $Q(0,-1)$ 的连线段的中点 M 的轨迹方程为（　　）.

A. $y=2x^2$　B. $y=6x^2$

C. $y=4x^2$　D. $y=8x^2$

6. 关于三条直线 a、b、c 和三个平面 α、β、γ，有下列命题

①$\alpha /\!/ \gamma, \beta /\!/ \gamma$，则 $\alpha /\!/ \beta$　②$a\perp\gamma, b\perp\gamma$，则 $a /\!/ b$

③$\alpha\perp\gamma, \beta\perp\gamma$，则 $\alpha /\!/ \beta$　④$a /\!/ \alpha, a\perp\beta$，则 $\alpha\perp\beta$

其中正确命题的序号为（　　）.

A. ①②　B. ①②④　C. ②③　D. ①②③

7. 将函数 $y=f(x)$ 的图像沿 x 向右平移 $\frac{\pi}{3}$，再保持图像上的纵坐标不变，而横坐标变为原来的 2 倍，得到的曲线与 $y=\sin x$ 的图像相同，则 $y=f(x)$ 是（　　）.

A. $y=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$　B. $y=\sin(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{3})$

C. $y=\sin(2x+\frac{2\pi}{3})$　D. $y=\sin(\frac{1}{2}x-\frac{2\pi}{3})$

8. 已知两点 $A(-1,3)$、$B(3,1)$，点 C 在坐标轴上，若 $\angle ACB=\frac{\pi}{2}$，则这样的点 C 的个数为（　　）.

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

9. 已知数列 $\{a_n\}$、$\{b_n\}$ 的通项公式分别为 $a_n=an+2$，$b_n=bn+1$（a，b 是常数），且 $a>b$，那么，使得 $a_n=b_n$ 成立的 n 的个数是（　　）.

A. 0 个　B. 1 个　C. 2 个　D. 无数多个

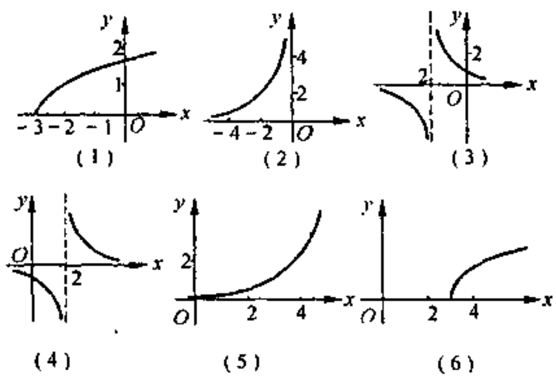
10. "$a>b$" 是 "$a\log_m n>b\log_m n$"$(0<m<n\leqslant1)$ 成立的（　　）.

A. 充分而非必要条件　B. 必要而非充分条件

C. 充要条件　D. 既非充分又非必要条件

11. Which of the six graphs best represents each function?（　　）

(a) $y=\sqrt{x+3}$　(b) $y=2^{x-3}$　(c) $y=\frac{1}{x-2}$.



	a	b	c
A.	(1)	(2)	(3)
B.	(1)	(5)	(4)
C.	(1)	(3)	(4)
D.	(6)	(5)	(4)

12. 无穷等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1, q=\frac{1}{2}$，则 $T_n=a_2^2+a_4^2+a_6^2+\cdots+a_{2n}^2$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}T_n$ 等于（　　）.

A. $\frac{1}{3}$　B. $\frac{4}{15}$　C. $\frac{8}{15}$　D. $\frac{2}{7}$

第 Ⅱ 卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分.

13.六名短跑运动员分别安排在六条跑道上,其中甲、乙两名运动员必须排在第一道或第二道,而运动员丙不能排在第五道和第六道上,则不同的排列方式有________种.

14.双曲线$\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{a}=1$的焦点到渐近线的距离为$\sqrt{3}$,则$a=$________.

15.将正方体的表面的六个正方形的对角线称为面对角线,若 a、b 是任意两条异面的面对角线,则 a、b 所成角的大小可能为________.

16.中国人民银行规定 3 年期的整存整取定期储蓄的年利率是 2.7%,不计复利,按这种方式存入 5000 元,存期 3 年,3 年到期时必须按利息的 20% 缴纳利息税,到期最后取出的总金额是________元.(结果保留到 1 元)

三、解答题:本大题共 6 小题,共 74 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(本小题满分 12 分)

$\{a_n\}$是等比数列,$\{b_n\}$是等差数列,且 $b_1=0$.数列$\{c_n\}$满足 $c_n=a_n+b_n$.它的前四项依次为 $1,a,2a,2$,求数列$\{c_n\}$的前 n 项的和 T_n.

18.(本小题满分 12 分)

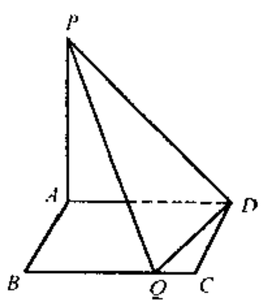
设复平面上三点 P、Q、R 分别对应复数 $z_1=\sin\theta+i\sin\theta$,$z_2=\cos\theta-i\cos\theta$,$z_3=z_1+z_2\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$,$O$ 是原点.

(1) 证明:$OP\perp OQ$;

(2) 求四边形 $OPRQ$ 面积的最大值.

19.(本小题满分 12 分)

(理科) 在矩形 $ABCD$ 中,已知 $AB=\sqrt{3}$,$BC=a$,$PA\perp$ 平面 $ABCD$,且 $PA=4$.



(1) 在 BC 边上是否存在点 Q,使 $PQ\perp QD$,并说明理由;

(2) 当 $a=4$ 时,BC 边上存在点 Q,使 $PQ\perp QD$,求二面角 $A-PD-Q$ 的大小.

(文科) 在矩形 $ABCD$ 中,已知 $AB=1$,$BC=a$,$PA\perp$ 平面 $ABCD$,且 $PA=2$.

(1) BC 边上是否存在点 Q,使 $PQ\perp QD$,并说明理由;

(2) 当 $a=2$ 时,BC 边上存在点 Q,使 $PQ\perp QD$,求二面角 $A-PD-Q$ 的正弦值.

20.(本小题满分 12 分)

西北西康羊皮手套公司准备投入适当的广告费,对生产的羊皮手套进行促销。在一年内,据测算年销售量 S(万双)与广告费 x(万元)之间的函数关系为 $S=3-\frac{1}{x}(x>0)$,已知生产羊皮手套的年固定投入为 3 万元,每生产 1 万双手套仍需再投入 16 万元.

年销售收入 = 年生产成本的 150% + 年广告费的 50%.

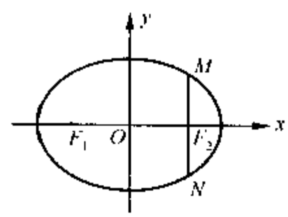
(1) 试将羊皮手套的年利润 L(万元)表示为年广告费 x(万元)的函数;

(2) 当年广告费投入多少万元时,此公司的年利润最大,最大利润为多少?

(年利润 = 年销售收入 − 年生产成本 − 年广告费)

21.(本小题满分 12 分)

如图,在以坐标轴为对称轴的椭圆上,F_1、F_2 分别是左、右焦点,过 F_2 作 $MN\parallel y$ 轴交椭圆于 M、N 两点,若$|MN|=3$,椭圆的离心率是方程 $2x^2-5x+2=0$ 的根.



(1) 求椭圆的方程;

(2) 若椭圆上有一点 P,且 $k|PF_1|$、$|PF_2|$、P 到椭圆右准线的距离 d 成等比数列,求实数 k 的取值范围.

22.(本小题满分 14 分)

设函数 $f(x)=\frac{2}{3x+5}+\lg\frac{3-2x}{3+2x}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的定义域;

(2) 判断函数 $f(x)$ 的单调性,并给出证明;

(3) 已知函数 $f(x)$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$,问函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像与 x 轴有交点吗?若有交点,求出交点坐标;若无交点,说明理由.

苏州、无锡、常州、镇江(一)

第 Ⅰ 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.把所选项前的字母填在题后的括号内.

1.设集合 $M=\{y|y=2^x,x\in R\}$,集合 $N=\{y|y=x^2,x\in R\}$,则(　　).

A. $M\cap N=\{2,4\}$　　B. $M\cap N=\{4,16\}$

C. $M=N$　　D. $M\subset N$

2.把直线 $l_1:x+3y-1=0$ 沿 y 轴负方向平移 1 个单位后得到直线 l_2,又直线 l 与直线 l_2 关于 x 轴对称,则直线 l 的方程为(　　).

A. $x-3y-4=0$　　B. $x-3y+2=0$

C. $x-3y-2=0$　　D. $x-3y+4=0$

3.(理科) 极坐标方程 $\rho\cos^2\frac{\theta}{2}=1$ 表示的曲线是