

高等学校教材

# 宽带匹配网络

黄香馥 王兆明 朱雄国 编著

西北电讯工程学院出版社

1986

## 内 容 简 介

本书的主要内容是介绍利用散射参量设计宽频带匹配网络的理论和方法。全书共四章，即散射参量和散射矩阵；尤拉定理与单匹配网络（信号源内阻为电阻）的设计；双匹配宽带网络（信号源内阻为复数阻抗）的设计；宽带匹配的计算机辅助设计（CAD）。本书注意理论结合应用，在书中介绍了不少具有实际应用价值的设计例子。每一章均附有习题和参考文献。

本书除了可作研究生，高年级大学生网络理论的教学参考书外，也可供有关专业的科学研究人员、工程技术人员和大学教师参考。

高等学校教材

### 宽带匹配网络

黄 香 馥 编著  
王兆明 朱雄国

责任编辑 王绍菊

西北电讯工程学院出版社出版

空军地空导弹学院印刷厂印刷

陕西省新华书店发行 各地新华书店经售

开本787×1092 1/16 印张12 10/16 字数 303 千字

1986年6月第一版 1986年6月第一次印刷 印数1—3,500

统一书号：15322·19

定价：2.10元

## 出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我部承担了全国高等学校工科电子类专业课教材的编审、出版的组织工作。从一九七七年底到一九八二年初，由于各有关院校，特别是参与编审工作的广大教师的努力和有关出版社的紧密配合，共编审出版了教材159种。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应社会主义现代化建设培养人才的需要，反映国内外电子科学技术水平，达到“打好基础、精选内容、逐步更新、利于教学”的要求，在总结第一轮教材编审出版工作经验的基础上，电子工业部于一九八二年先后成立了高等学校《无线电技术与信息系统》、《电磁场与微波技术》、《电子材料与固体器件》、《电子物理与器件》、《电子机械》、《计算机与自动控制》，中等专业学校《电子类专业》、《电子机械类专业》共八个教材编审委员会，作为教材工作方面的一个经常性的业务指导机构，并制定了一九八二至一九八五年教材编审出版规划，列入规划的教材、教学参考书、实验指导书等共217种选题。在努力提高教材质量，适当增加教材品种的思想指导下，这一批教材的编审工作由编审委员会直接组织进行。

这一批教材的书稿，主要是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中评选择优和从第一轮较好的教材中修编产生出来的。广大编审者，各编审委员会和有关出版社都为保证和提高教材质量作出了努力。

这一批教材，分别由电子工业出版社、国防工业出版社、上海科学技术出版社、西北电讯工程学院出版社、湖南科学技术出版社、江苏科学技术出版社、黑龙江科学技术出版社和天津科学技术出版社承担出版工作。

限于水平和经验，这一批教材的编审出版工作肯定还会有许多缺点和不足之处，希望使用教材的单位、广大教师和同学积极提出批评建议，共同为提高工科电子类专业教材的质量而努力。

电子工业部教材办公室

## 序 言

宽频带匹配问题是通讯、雷达和其它电子系统中经常遇到的一个关于功率传输的基本问题。也是网络理论中引人注意的问题。它要解决的问题是，设计一个最佳的无耗互易均衡网络，以便将一个任意的负载与信号源相匹配，同时在给定的频带内实现预给的转换功率增益特性。

宽带匹配理论的历史可追溯到1945年波特(H.W. Bode)提出的增益带宽极限定理。波特首先对 $R$ 、 $C$ 并联负载计算了网络的增益带宽积，证明它总是小于或至多等于由负载时间常数所决定的一个常数。1950年范罗(R.M. Fano)对这个问题进行了一般性的研究，他不仅给出了在任意无源负载情况下的增益带宽极限，而且还导出了负载对匹配网络可实现性的一组积分形式的约束条件。范罗的方法在1961年被菲尔德(D.C. Filder)推广到信号源内阻是复数阻抗(只有 $j\omega$ 轴传输零点)的情况。

与此同时，电路理论获得重大进展，其中之一便是将散射概念引入电路理论中。1964年著名电路理论家尤拉(D.C. Youla)通过引入有界实散射参量的概念，创立了新的宽带匹配理论。尤拉的方法不仅将范罗方法中的积分约束方程简化为代数方程，并且能处理范罗方法所难以处理的有源负载问题。这对当时解决隧道二极管放大器的设计问题起了重要作用。

在七十年代，又有不少的电路理论工作者对尤拉理论进行了扩充。其中包括美国伊利诺大学著名电路理论家陈惠开教授，他不仅对许多特定的负载导出了匹配网络元件的计算显式(包括低通型和带通型匹配网络)，而且还在1976年出版了第一本关于宽带匹配网络理论的专著《Theory and Design of Broadband Matching Networks》。

随着计算机的广泛应用，宽带匹配的数值方法也于六十年代中期开始发展起来。与解析理论相比，这种方法更切合技术应用。它不仅能直接用于宽带匹配网络的计算机辅助设计(CAD)的目的，而且能解决解析方法中所遇到的许多困难问题。这一方法的重要贡献者是美国康乃尔大学著名电路理论家卡林(H.J. Carlin)教授。他在1977年首先提出了简便的实频率数据设计方法。

鉴于宽带匹配问题在理论上和工程应用上的价值，以及近几年来我国固态电路技术的迅速发展，作者感到有必要为我国从事宽带匹配网络研究和工程应用的研究生、高年级大学生和工程技术人员撰写一本关于这方面的教材或参考书。本书在取材上，力图比较详细而系统地介绍宽带匹配的理论和技术，并包括近年来的一些新成果。它的内容既包括了解析理论和方法，又包括了数值的CAD技术；既介绍电阻性信号源单匹配的理论和技术，又介绍复数阻抗信号源的双匹配理论和技术。本书与国内外同类书籍相比，无论在内容和结构上都有自己的特色。为了避免与有关课程如《网络综合原理》在内容上的重复，也由于篇幅所限，本书对网络理论的基础知识未作系统介绍。因此，阅读本书的读者需具备必要的网络理论的基础知识。此外，还需具有矩阵和复变函数的运算能力，以及一定的程序设计知识。

全书共分四章。第一章讨论网络散射参量和散射矩阵（简称为S参量和S矩阵）。这一章的内容既照顾到后续各章的需要，又考虑到S参量本身理论的完整性。首先由单口网络入手，引出它的反射系数，实归一化和复归一化等概念。然后过渡到一般的 $n$ 口网络的散射矩阵。随后，阐述了S参量的物理意义和S矩阵的基本性质。并对实际应用中经常遇到的实归一化和复归一化散射矩阵之间的关系进行了讨论，导出了它们之间的转换关系式。最后一节介绍网络增益函数的逼近理论。由于篇幅所限，本节只介绍常用的巴特沃思（Butterworth）和切比雪夫（Chebysev）函数的有关公式，而不进行数学推导。

第二章讨论信号源内阻是电阻的宽带匹配（单匹配）问题，也就是尤拉的宽带匹配理论。首先介绍了负载传输零点的类型。然后对尤拉定理给出了详细的证明。并对RC并联负载、达林顿（Darlington）C型负载和RLC负载等三种不同负载，和巴特沃思、切比雪夫等两种逼近函数的匹配网络设计过程作了详细的介绍。每种方法都给出了元件的计算显式和设计实例。

第三章讨论信号源内阻是复数阻抗的宽带匹配（双匹配）问题。在尤拉单匹配理论的基础上，我们对双匹配网络的基本理论和基本关系式进行了详细论述。给出了双匹配均衡网络的物理实现条件和设计步骤。并对几种典型的电源阻抗和负载阻抗列举了设计实例。本章所介绍的方法简便易行，并与单匹配均衡网络的设计方法有密切的联系。将本章内容写入教材，在国内外尚属首次。

第四章讨论计算机辅助设计宽带匹配技术。这是一种更适合技术应用的方法。本章对目前国内外常用的几种CAD算法作了较详细的介绍，并给出了算法步骤和计算实例。其中包括作者对双匹配均衡网络提出的简化处理算法和设计程序。在本章中的许多设计方法，例如关于宽带微波放大器设计的实频率数据CAD方法，都具有直接应用的价值。

为了使读者更好地理解书中的内容和进行必要的练习，本书每章后都附有相当数量的习题。为了照顾对网络综合不太熟悉的读者，本书还编写了一个附录（附录二）以介绍具有代表意义的达林顿综合法。

本书是在作者为研究生讲授《宽带匹配网络》的讲义基础上改写而成。并由《无线电技术与信息系统》教材编审委员会《电路与系统》编审小组评选审定，推荐出版。本书由黄香馥担任主编，华中工学院余玉龙担任主审。黄香馥撰写了本书第一章和第三章并统编全书，王兆明撰写了第二章，朱雄国撰写了第四章和三个附录。在编著过程中得到了冯世常副教授的一些有益的建议。研究生贺师德，黄朝刚，康祝圣和杨瑞康等对书中某些例题和习题进行了验算。作者愿在此向他们表示感谢。作者还对余玉龙同志认真审稿表示衷心感谢。

编著者

1985年1月于成都

# 目 录

序言

## 第一章 散射参量和散射矩阵

§ 1 单口网络的散射参量及其归一化	1
§ 1-1 单口网络的实归一化散射参量	3
§ 1-2 单口网络的复归一化散射参量	5
§ 2 多口网络的散射矩阵及其归一化	9
§ 2-1 与基相关的散射矩阵	9
§ 2-2 复归一化散射矩阵	11
§ 2-3 散射参量的物理意义	14
§ 3 网络散射矩阵的特性	18
§ 3-1 无耗双口网络的散射参量特性	22
§ 3-2 无耗互易双口网络的散射矩阵的别列维奇 (Belevitch) 表示法	23
§ 4 多口网络的互相连接	26
§ 5 复归一化散射矩阵与单位归一化散射矩阵的关系	33
§ 6 由散射参量实现 LC 梯形网络	36
§ 6-1 双口网络的达林顿梯形网络综合法概述	36
§ 6-2 巴特沃思响应	38
§ 6-3 切比雪夫响应	42
习题	46
参考文献	49

## 第二章 尤拉定理与单匹配网络的设计

§ 1 尤拉宽带匹配理论基础	50
§ 2 尤拉传输零点	52
§ 3 尤拉定理	56
§ 4 尤拉定理的证明	62
§ 5 无耗均衡器的设计步骤	66
§ 6 RC 并联型负载	71
§ 6-1 巴特沃思转换功率增益特性	72
§ 6-2 切比雪夫转换功率增益特性	79
§ 7 RLC 混联型负载	84
§ 7-1 巴特沃思转换功率增益特性	84
§ 7-2 切比雪夫转换功率增益特性	88
§ 8 达林顿 C 型负载	91
§ 8-1 巴特沃思转换功率增益特性	91
§ 8-2 切比雪夫转换功率增益特性	92

习题	94
参考文献	95

### 第三章 双匹配宽带网络的设计 (无源负载)

§ 1 双匹配网络的基本理论和关系式	96
§ 1-1 双匹配网络的基本关系式	96
§ 1-2 $G-E-L$ 系统的传输零点	99
§ 1-3 双匹配均衡网络的物理实现问题	103
§ 2 只具有 $j\omega$ 轴传输零点的双匹配系统	104
§ 2-1 $G-E-L$ 网络系统的散射特性和增益函数	104
§ 2-2 在 $S_{21}(s)$ 中引入全通因子的问题	107
§ 2-3 只具有 $j\omega$ 轴传输零点的双匹配系统的设计步骤	107
§ 2-4 只具有 $j\omega$ 轴传输零点的双匹配系统设计举例	109
§ 3 具有右半 $S$ 平面传输零点的双匹配系统	118
§ 3-1 $r_o(s)$ 和 $r_i(s)$ 没有公共的右半 $S$ 平面零点的情况	118
§ 3-2 $r_o(s)$ 和 $r_i(s)$ 具有公共的右半 $S$ 平面零点的情况	125
习题	127
参考文献	127

### 第四章 宽带匹配的计算机辅助设计

§ 1 宽带匹配 CAD 简介	129
§ 2 单匹配问题的实频 CAD 技术	137
§ 2-1 策动点函数的表示和逼近	137
§ 2-2 单匹配实频数据法原理	143
§ 2-3 算法步骤和公式	145
§ 2-4 增益带宽约束	149
§ 2-5 设计举例	150
§ 2-6 非最小虚部函数的处理	151
§ 3 双匹配问题的实频 CAD 技术	152
§ 3-1 双匹配问题的简化处理	152
§ 3-2 改进的实频数据法	155
§ 4 宽带放大器的增益均衡	158
§ 4-1 单级宽带放大器的增益均衡	158
§ 4-2 多级宽带放大器的增益均衡	162
习题	168
参考文献	168

### 附 录

附录一 巴特沃思和切比雪夫多项式系数表	171
附录二 达林顿综合	173
附录三 单匹配实频数据法程序 CMRG	181

# 第一章 散射参量和散射矩阵

我们知道，多口网络的特性可用阻抗( $z$ )，导纳( $y$ )和混合( $h$ )等参量来描述。这些参量是由开路端口电压或短路端口电流来定义的。因此，并不是所有的网络都具有这些参量。有些网络不具有 $z$ 参量，有些网络不具有 $y$ 参量，而有些网络（例如理想变压器）既没有 $z$ 参量，也没有 $y$ 参量。本章介绍另一种网络参量，即**散射参量**，它们是在各端口具有有限稳定负载条件下定义的。它们对所有非病态的线性、无源和时不变网络总是存在的，而且在实际上也便于测量。

散射参量来源于传输线理论。在传输线理论中，线路上的电压和电流是由入射和反射两个分量组成的。当负载与传输线匹配时，反射分量为零，只存在入射分量，传输到负载的功率最大。对于集总参数网络，我们也可以人为地利用“入射波”和“反射波”的概念，得出表征集总网络的散射参量和散射矩阵。在涉及网络的功率传输特性的计算中，散射参量可使我们感兴趣的各个量都具有很简单表达式，因此，在微波网络的设计中，它们得到广泛的应用。事实上，在微波网络中，功率的概念比电压和电流的概念重要得多，这一事实也使散射参量在功率传输网络的设计中特别有用。

在本章我们讨论单口和 $n$ 口网络散射参量的定义，物理意义和它们的基本性质，以及它们与网络中功率传输的关系。我们从最简单的单口网络开始，然后再讨论双口和 $n$ 口网络的散射参量和散射矩阵。在最后一节，简要地讨论逼近理论和由散射参数实现 $LC$ 梯形网络的方法。

## § 1 单口网络的散射参量及其归一化

图1-1表示与电源电路相连接的单口网络 $Z(s)$ ，电源电路是由电源内阻抗 $z(s)$ 和电源电压 $U_g(s)$ 相串联组成。众所周知，在共轭匹配条件 $Z(j\omega) = \bar{z}(j\omega) = z(-j\omega)$ 下，单口网络吸收的功率最大。但是，除了 $z(s)$ 是与频率无关的常数外，用同一无源网络对所有频率来实现共轭阻抗是不可能的。因此，对于复阻抗 $z(s)$ 来说，只有在单个正弦频率下（可在 $j\omega$ 轴上任何点）才能实现最大功率传输。为了将最佳匹配条件推广到整个复频率 $s$ 平面，即导出在任何激励（暂态和稳态）下单口网络吸收最大能量的条件，我们可借助于解析延拓理

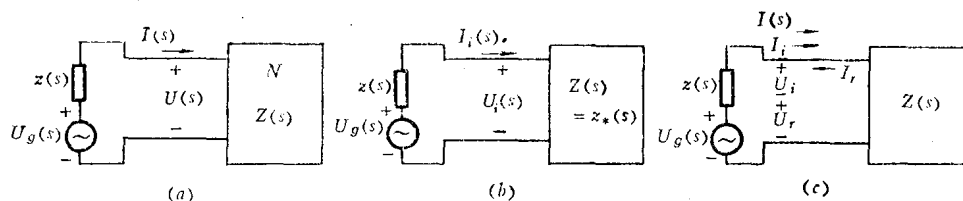


图 1-1 单口网络的散射表示

论。因为 $\bar{z}(j\omega) = z(-j\omega)$ 的解析延拓是 $z(-s)$ ，常以 $z_*(s) = z(-s)$ 表示，所以，对所



有复频率 $s$ , 最佳匹配条件是 $Z(s) = z(-s)$ , 而不是 $Z(s) = \bar{z}(s) = z(\bar{s})$ , 因为 $z(\bar{s})$ 不是解析函数。下面仿照传输线理论, 确定集总网络的端口电流和电压的入射分量和反射分量。

在图1-1(a)中, 实际工作的电流和电压为

$$I(s) = U_g(s) / [Z(s) + z(s)] \quad (1-1a)$$

$$U(s) = U_g(s)Z(s) / [Z(s) + z(s)] \quad (1-1b)$$

当 $Z(s) = z_*(s)$ 时, 网络与电源阻抗共轭匹配, 对应于无反射情况, 端口电流和电压只包含入射分量, 如图1-1(b)所示, 它们分别为

$$\begin{aligned} I_i(s) &= U_g(s) / [z_*(s) + z(s)] \\ &= U_g(s) / 2r(s) \end{aligned} \quad (1-2a)$$

$$\begin{aligned} U_i(s) &= U_g(s)z_*(s) / [z_*(s) + z(s)] \\ &= U_g(s)z_*(s) / 2r(s) \end{aligned} \quad (1-2b)$$

式中 
$$r(s) = \frac{1}{2}[z(s) + z_*(s)] \quad (1-2c)$$

是电源阻抗的偶部,  $\text{Ev}z(s)$ , 又称为 $z(s)$ 的类埃尔米特部分。当 $s = j\omega$ 时,  $r(j\omega) = \text{Re}[z(j\omega)]$ 是 $z(j\omega)$ 的实部电阻。

当 $Z(s) \neq z_*(s)$ 时, 网络吸收的功率减少, 这相当于有一部分功率从网络反射回到电源端。于是, 网络的端口电流和电压就存在反射分量, 如图1-1(c)所示。根据传输线理论, 反射电流和反射电压由下列公式来定义:

$$I(s) = I_i(s) - I_r(s) \quad (1-3a)$$

$$U(s) = U_i(s) + U_r(s) \quad (1-3b)$$

式中, 下标 $i$ 和 $r$ 分别表示入射和反射分量。 $I_r$ 前的负号表示 $I_r$ 的正方向选择与 $I_i$ 的相反。

将式(1-1), (1-2)代入式(1-3), 我们求得

$$\begin{aligned} I_r(s) &= I_i(s) - I(s) = S^I(s)I_i(s) \\ &= I_i(s)[Z(s) - z_*(s)] / [Z(s) + z(s)] \end{aligned} \quad (1-4)$$

式中 
$$S^I(s) = I_r(s) / I_i(s) = [Z(s) - z_*(s)] / [Z(s) + z(s)] \quad (1-5)$$

是单口网络的电流反射系数, 又叫做电流基散射参量。电源阻抗 $z(s)$ 是网络的参考阻抗。

同样, 由式(1-1b), (1-2b)和(1-3b)可求得网络的反射电压 $U_r$ 为

$$U_r(s) = U(s) - U_i(s) = U_i(s)z(s)[Z(s) - z_*(s)] / [Z(s) + z(s)]z_*(s)$$

而 
$$\begin{aligned} S^U(s) &= U_r(s) / U_i(s) = z(s)[Z(s) - z_*(s)] / z_*(s)[Z(s) + z(s)] \\ &= S^I(s)z(s) / z_*(s) \end{aligned} \quad (1-6)$$

式中 $S^U(s)$ 是网络的电压反射系数, 又叫做电压基散射参数。它与电流基散射参量的关系如式(1-6)所示。由此式可见, 两者一般是不同的, 但在实频率轴上,  $s = j\omega$ , 两者只是相位

不同, 其相位差由因子  $z(j\omega)/z(-j\omega)$  确定。从上面的公式还可看出, 当  $Z(s) = z_*(s)$  时,  $S^U(s) = S^I(s) = 0$ , 这说明反射电流或反射电压是实际的电流或电压值偏离最佳匹配条件下的相应值的一种量度。

由式 (1-2), 式 (1-4) 和式 (1-6), 容易求得下列关系:

$$U_i(s) = z_*(s) I_i(s) \quad (1-7a)$$

$$U_r(s) = z(s) I_r(s) \quad (1-7b)$$

### § 1-1 单口网络的实归一化散射参量

上面我们定义了两种反射系数。一种以电流为基础, 另一种以电压为基础。一般来说, 它们是不同的, 这对实际使用很不方便。为了将两者统一起来, 我们可采用归一化散射变量, 它们的定义可直接从网络的入射功率和反射功率引出。为了说明这一过程, 我们首先讨论电源阻抗  $z(s)$  是实常数 ( $R$ ) 的情况。

当  $z(s) = R$  (实常数) 时, 由式 (1-2b) 和式 (1-7) 可得到下列关系式:

$$U_i(s) = U_0(s)/2, \quad I_i(s) = U_0(s)/2R \quad (1-8a)$$

$$U_i(s) = R I_i(s), \quad U_r(s) = R I_r(s) \quad (1-8b)$$

在最佳匹配条件下,  $Z(s) = R$ , 电路中无反射波, 网络得到最大功率  $P_m$ , 它也是入射波功率  $P_i$ 。由式 (1-8a) 可求得入射波功率为

$$P_i = P_m = |U_0(j\omega)|^2/4R = |U_i(j\omega)/\sqrt{R}|^2 \quad (1-9a)$$

同样, 当电路不匹配时, 反射波功率为

$$P_r = |U_r(j\omega)|^2/R = |U_r(j\omega)/\sqrt{R}|^2 \quad (1-9b)$$

为了使网络变量直接与入射波和反射波功率有关, 我们定义网络的归一化入射和反射变量  $a(s)$  和  $b(s)$  如下:

$$a(s) = \sqrt{R} I_i(s) = U_i(s)/\sqrt{R} \quad (1-10a)$$

$$b(s) = \sqrt{R} I_r(s) = U_r(s)/\sqrt{R} \quad (1-10b)$$

注意:

$|a(j\omega)|^2 = P_i$ ,  $|b(j\omega)|^2 = P_r$  具有功率量纲, 因而  $a(s)$  和  $b(s)$  的单位为  $[V^{1/2} A^{1/2}]$ 。

引入这两个归一化变量后, 网络的归一化反射系数或散射参量  $S(s)$  由下述方程来定义:

$$b(s) = S(s)a(s) \quad (1-11)$$

由式 (1-5) 和式 (1-6) 求得网络的散射参量为

$$S(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{I_r(s)}{I_i(s)} = \frac{U_r(s)}{U_i(s)} = S^I(s) = S^U(s)$$

$$= \frac{Z(s) - R}{Z(s) + R} = \frac{Z(s)/R - 1}{Z(s)/R + 1} = \frac{Z_n(s) - 1}{Z_n(s) + 1} \quad (1-12)$$

式中 $Z_n(s) = Z(s)/R$ 是单口网络相对于 $R$ 的归一化阻抗。由上式可见， $S(s)$ 等于网络归一化阻抗 $Z_n(s)$ 相对于单位参考电阻( $1\Omega$ )的反射系数。这就说明了 $S(s)$ 是归一化参量的含义。由式(1-12)还可看出，在参考阻抗 $z(s) = R$ 的情况下， $S(s) = S'(s) = S''(s)$ ，网络散射参量与基无关。即无论从电流基出发或从电压基出发，所定义的散射参量是相同的，它们都等于网络的归一化散射参量 $S(s)$ 。但是，这只是一个特殊情况。当参考阻抗 $z(s)$ 是复阻抗时，情况就不会如此简单，此时，我们必须借助于复归一化的方法，才可能使网络的散射参量与基无关。如下节所述。

$a(s)$ 和 $b(s)$ 也可用端口电流和电压来表示。由式(1-3)和式(1-10)可得

$$a(s) = \frac{1}{2} [\sqrt{R} I(s) + U(s)/\sqrt{R}] \quad (1-13a)$$

$$b(s) = \frac{1}{2} [-\sqrt{R} I(s) + U(s)/\sqrt{R}] \quad (1-13b)$$

为了使上式更简单，我们定义归一化端口电压和电流为

$$U_n(s) = U(s)/\sqrt{R}, \quad I_n(s) = \sqrt{R} I(s) \quad (1-14)$$

于是式(1-13)变为

$$a(s) = \frac{1}{2} [U_n(s) + I_n(s)] \quad (1-15a)$$

$$b(s) = \frac{1}{2} [U_n(s) - I_n(s)] \quad (1-15b)$$

而 $U_n, I_n$ 所定义的阻抗

$$Z_n(s) = U_n(s)/I_n(s) = Z(s)/R \quad (1-16)$$

是网络的归一化阻抗，它的参考电阻是电源电阻 $R$ 。在最佳匹配下， $Z(s) = z_*(s) = R$ ，从而 $Z_n(s) = 1$ ，即如果 $Z(s)$ 与 $R$ 匹配，则 $Z_n(s)$ 与 $1\Omega$ 匹配。由此也可以看出 $a(s)$ 和 $b(s)$ 是归一化波。

**例1-1** 图1-2所示的是单口网络 $N$ 和它的电源电路。其中电源内阻为 $z(s) = 4\Omega$ 。由式(1-8)可求得网络的入射电压和电流为

$$U_i(s) = U_g(s)/2, \\ I_i(s) = U_g(s)/2R = U_g(s)/8$$

由图1-2可求得单口网络的阻抗为

$$Z(s) = \frac{2s + 3}{2s^2 + 4s + 1} \quad (1-17a)$$

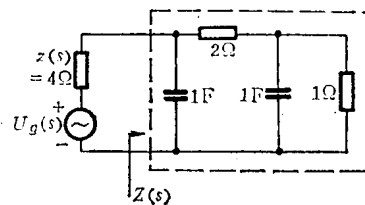


图1-2 用电阻性电源作负载的单口网络

将上式代入式(1-12)，可求得网络的散射参量为

$$S(s) = \frac{Z(s) - R}{Z(s) + R} = -\frac{8s^2 + 14s + 1}{8s^2 + 18s + 7} \quad (1-17b)$$

## § 1-2 单口网络的复归一化散射参量

当参考阻抗  $z(s)$  不是实常数, 而是与复频率  $s$  有关的复阻抗时, 我们仍可从入射和反射功率出发, 来定义归一化入射波和反射波两个散射变量, 从而导出归一化散射参量的表示式。不过, 在讨论这些问题之前, 我们要首先研究  $z(s)$  的偶部  $r(s)$  的一些性质。为此目的, 我们将有理阻抗函数  $z(s)$  表示成两个多项式之比:

$$z(s) = p(s)/q(s) \quad (1-18)$$

因为假设  $z(s)$  是严格无源的,  $p(s)$ ,  $q(s)$  两者都是胡维次 (Hurwitz) 多项式。于是可得

$$\begin{aligned} r(s) &= \frac{1}{2}[z(s) + z_*(s)] \\ &= \frac{p(s)q_*(s) + p_*(s)q(s)}{2q(s)q_*(s)} \\ &= r(-s) = r_*(s) \end{aligned} \quad (1-19)$$

上式表明,  $r(s)$  是两个偶次多项式之比, 因此  $r(s)$  的零点和极点必然在复频  $S$  平面内以象限对称的方式出现, 即它们相对于实轴和虚轴都是对称的。由于  $z(s)$  是正实函数,  $r(s)$  在  $j\omega$  轴上无极点。因为, 如果有这类极点的话, 它们必然以共轭极点对的方式出现, 考虑到  $z(s)$  在  $j\omega$  轴上只具有留数为正实数的单阶极点,  $r(s)$  的部分分式展开就会包括下列项:

$$\frac{K}{s + j\omega_0} + \frac{K}{s - j\omega_0} = \frac{2Ks}{s^2 + \omega_0^2}$$

从而使  $r(s)$  变成奇函数, 这与  $r(s)$  是偶函数的事实相矛盾。

在  $j\omega$  轴上, 对所有的  $\omega$  来说,  $\operatorname{Re}z(j\omega) = r(j\omega) \geq 0$  (无源性假设), 根据 (1-19) 式, 我们有

$$\begin{aligned} r(j\omega) &= [p(j\omega)q(-j\omega) + p(-j\omega)q(j\omega)]/2|q(j\omega)|^2 \\ &= A(-\omega^2)/2|q(j\omega)|^2 \geq 0 \end{aligned}$$

因为  $|q(j\omega)|^2 \geq 0$ , 所以, 要求  $r(j\omega) \geq 0$  就等于要求 (对所有的  $\omega$  来说) 上式的分子  $A(-\omega^2) \geq 0$ 。如果  $r(s)$  在  $\pm j\omega_0$  上有  $k$  阶零点, 则  $r(s)$  的分子  $A(s^2)$  就含有因子  $(s^2 + \omega_0^2)^k$ , 与此相应,  $A(-\omega^2)$  就含有因子  $(\omega_0^2 - \omega^2)^k$ 。由此可知, 如果要求当  $\omega > \omega_0$  或  $\omega < \omega_0$  时,  $A(-\omega^2)$  都不为负值, 则  $k$  必为偶数。于是得出结论:  $r(s)$  在  $j\omega$  轴上的零点必须是偶阶的。

根据上面的论述,  $r(s)$  的因式分解应具有如下形式:

$$r(s) = h(s)h_*(s) = h(s)h(-s) \quad (1-20)$$

关于如何具体确定因式  $h(s)$  的问题, 将在后面讨论。注意  $h(s)$  和  $h_*(s)$  的量纲仍然是  $\Omega^{1/2}$ 。

现在我们研究在参考阻抗  $z(s)$  为复阻抗的情况下, 如何定义网络的入射和反射变量的问题。参看图 1-1(a), 网络的入射和反射功率可分别表示 (从电流基出发) 为

$$P_i = I_i(j\omega)I_i(-j\omega)r(j\omega) = |a(j\omega)|^2 \quad (1-21a)$$

$$P_r = I_r(j\omega)I_r(-j\omega)r(j\omega) = |b(j\omega)|^2 \quad (1-21b)$$

以式 (1-20) 代入上式并应用解析延拓理论, 可得

$$P_i(s) = I_i(s)I_{i*}(s)h(s)h_*(s) = a(s)a_*(s)$$

$$P_r(s) = I_r(s)I_{r*}(s)h(s)h_*(s) = b(s)b_*(s)$$

从上式我们可确定归一化入射和反射变量  $a(s)$  和  $b(s)$ , 但其解不是唯一的。为了使网络的复归一化散射参量  $S(s)$  与基无关, 我们选用下述定义:

$$a(s) = h_*(s)I_i(s) \quad (1-22a)$$

$$b(s) = h(s)I_r(s) \quad (1-22b)$$

由上式可确定单口网络复归一化散射参量为

$$\begin{aligned} S(s) &= b(s)/a(s) = h(s)I_r(s)/h_*(s)I_i(s) \\ &= S'(s)h(s)/h_*(s) \end{aligned} \quad (1-23)$$

为了验证在上述归一化处理下, 网络的归一化散射参量与基无关, 我们从电压基出发来定义  $a(s)$  和  $b(s)$ 。为此, 将入射波功率  $P_i$  表示为

$$\begin{aligned} P_i &= \left| \frac{U_i(j\omega)}{z(-j\omega)} \right|^2 \cdot \frac{1}{2} [z(j\omega) + z(-j\omega)] \\ &= U_i(j\omega)U_i(-j\omega)g(j\omega) \end{aligned} \quad (1-24a)$$

式中

$$g(j\omega) = \frac{1}{2} [y(j\omega) + y(-j\omega)] = k(j\omega)k(-j\omega) \quad (1-24b)$$

是参考导纳  $y(j\omega) = 1/z(j\omega)$  的偶部。它也可以象  $r(j\omega)$  那样进行因式分解, 如式 (1-24b) 所示。在式 (1-24) 中应用解析延拓理论, 可得

$$P_i = U_i(s)U_{i*}(s)k(s)k_*(s) = a(s)a_*(s) \quad (1-25a)$$

同样, 可求出反射波功率  $P_r$  如下:

$$P_r = U_r(s)U_{r*}(s)k(s)k_*(s) = b(s)b_*(s) \quad (1-25b)$$

按照式 (1-22) 同样的方式, 我们定义  $a(s)$  和  $b(s)$  为

$$a(s) = k_*(s)U_i(s) \quad (1-26a)$$

$$b(s) = k(s)U_r(s) \quad (1-26b)$$

$k(s)$  与  $h(s)$  的关系可通过式 (1-24b) 求出, 因为

$$\begin{aligned} g(s) &= \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{z(s)} + \frac{1}{z_*(s)} \right] = \frac{r(s)}{z(s)z_*(s)} \\ &= \frac{h(s)h_*(s)}{z(s)z_*(s)} = k(s)k_*(s) \end{aligned}$$

由上式可得

$$k(s) = h(s)/z(s) \quad (1-27a)$$

利用式 (1-26), (1-27) 和 (1-6) 可求得散射参量为

$$\begin{aligned} S(s) &= \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{k(s)U_r(s)}{h_*(s)U_i(s)} \\ &= \frac{h(s)}{h_*(s)} \cdot \frac{z_*(s)}{z(s)} S^v(s) = \frac{h(s)}{h_*(s)} S^I(s) \end{aligned} \quad (1-27b)$$

此式与式 (1-23) 完全相同, 这就验证了我们的结论。即采用式(1-22)或式 (1-26) 的定义后, 单口网络的复归一化散射参量与基无关。

归一化波  $a(s)$  和  $b(s)$  也可用端口电压和电流来表示。根据式 (1-2) 和  $U_o(s) = U(s) + z(s)I(s)$  等关系式, 可得

$$a(s) = \frac{1}{2} h^{-1}(s) [U(s) + z(s)I(s)] \quad (1-28a)$$

$$b(s) = \frac{1}{2} h_*^{-1}(s) [U(s) - z_*(s)I(s)] \quad (1-28b)$$

由式 (1-23), (1-5) 和式 (1-2) 可求得复归一化散射参量的表示为

$$\begin{aligned} S(s) &= \frac{h(s)}{h_*(s)} S^I(s) = \frac{h(s)}{h_*(s)} \frac{Z(s) - z_*(s)}{Z(s) + z(s)} \\ &= h(s) h_*^{-1}(s) - 2h(s) [Z(s) + z(s)]^{-1} h(s) \end{aligned} \quad (1-28c)$$

从式 (1-28) 可见, 散射变量是电流和电压等普通变量的线性组合, 并与参考阻抗  $z(s)$  有关。它们比普通变量更具有一般性, 并且能简便地表示网络的功率特性。例如, 网络所吸收的实功率可方便地用散射变量和散射参量表示出来。根据式 (1-21) 可得

$$\begin{aligned} P &= P_i - P_r = |a(j\omega)|^2 - |b(j\omega)|^2 \\ &= |a(j\omega)|^2 [1 - |S(j\omega)|^2] \end{aligned} \quad (1-29)$$

顺便指出, 由于无源网络只吸收功率而不能产生功率, 因此, 对无源网络来说, 必然有  $P \geq 0$  (对所有的频率  $\omega$ )。由式 (1-29) 可得

$$|S(j\omega)| \leq 1 \quad (\text{对所有 } \omega) \quad (1-30)$$

为了计算单口网络的归一化散射参量, 我们必须首先确定  $r(s)$  的两个因式  $h(s)$  和  $h_*(s)$ 。很显然,  $r(s)$  的因式分解不是唯一的。例如, 设参考阻抗为

$$z(s) = 2(s+1)/(2s+1) \quad (1-31)$$

它的偶部  $r(s)$  可用四种不同的方法进行因式分解:

$$\begin{aligned} r(s) &= \frac{1}{2} [z(s) + z_*(s)] = \frac{2(\sqrt{2}s+1)(\sqrt{2}s-1)}{(2s+1)(2s-1)} \\ &= \left[ \frac{2s+\sqrt{2}}{2s+1} \right] \left[ \frac{2s-\sqrt{2}}{2s-1} \right] = \left[ \frac{2s-\sqrt{2}}{2s+1} \right] \left[ \frac{2s+\sqrt{2}}{2s-1} \right] \end{aligned}$$

$$r(s) = \left[ \frac{2s + \sqrt{2}}{2s - 1} \right] \left[ \frac{2s - \sqrt{2}}{2s + 1} \right] = \left[ \frac{2s - \sqrt{2}}{2s - 1} \right] \left[ \frac{2s + \sqrt{2}}{2s + 1} \right] \quad (1-32)$$

我们根据哪一种准则来选择因式 $h(s)$ 呢? 要回答这个问题, 需要引用网络理论的某些结论。根据网络理论的定理, 要使 $S(s)$ 成为线性、集总和时不变无源网络的散射参量, 其必要而充分的条件之一是,  $S(s)$ 是有理和有界实函数。而有界实函数的定义是: ①当复频率 $s$ 为实数时 $S(s)$ 是实函数; ② $S(s)$ 在开RHS\*内是解析的; ③对所有频率来说,  $|S(j\omega)| \leq 1$ 。由式(1-28c)可看出, 由于 $h(s)$ ,  $Z(s)$ 和 $z(s)$ 都满足定义的第一条, 故 $S(s)$ 也显然能满足。由式(1-30)马上可以看出,  $S(s)$ 也满足定义的第三条。但 $S(s)$ 是否满足定义的第二条则与 $r(s)$ 的因式分解有关。因此, 为了保证 $S(s)$ 是有界实函数, 要求 $r(s)$ 的因式分解使得 $S(s)$ 在开RHS内解析。这就是我们选择 $r(s)$ 因式分解的准则。

从 $S(s)$ 的表示式(1-28c)可看出: 对于无源单口网络,  $Z(s)$ 和 $z(s)$ 都是无源网络阻抗函数, 它们本身及其倒数都是正实函数, 从而 $[z(s) + Z(s)]^{-1}$ 在开RHS内是解析的。如果使得 $h(s)$ 和 $h_*^{-1}(s)$ 两者都在开RHS内解析, 那么, 归一化散射参量 $S(s)$ 也将在开RHS内解析。为了使 $h(s)$ 和 $h_*^{-1}(s)$ 在开RHS内解析, 其必要而充分的条件是,  $h(s)$ 的零点限于闭RHS内, 而 $h(s)$ 的极点限于开LHS内 (这是由于 $r(s)$ 在 $j\omega$ 轴上无极点,  $h(s)$ 在 $j\omega$ 轴上也就没有极点)。因此,  $r(s)$ 的极点和零点在 $h(s)$ 和 $h_*(s)$ 之间的唯一分配方式如下:  $r(s)$ 在开LHS的极点属于 $h(s)$ , 而 $r(s)$ 在开RHS的极点则属于 $h_*(s)$ ;  $r(s)$ 在开RHS的零点属于 $h(s)$ ; 而 $r(s)$ 在开LHS的零点则属于 $h_*(s)$ ;  $r(s)$ 在 $j\omega$ 轴上的零点 (是偶重的) 均等分配给 $h(s)$ 和 $h_*(s)$ 。例如, 在式(1-32)中唯一可能的因式分解是

$$r(s) = \left[ \frac{2s - \sqrt{2}}{2s + 1} \right] \left[ \frac{2s + \sqrt{2}}{2s - 1} \right] = h(s)h_*(s)$$

其中 $h(s) = (2s - \sqrt{2}) / (2s + 1)$ , 它满足上述分配原则。下面列举一个例题, 以说明本节公式的运用。

例1-2 计算图1-3单口网络的散射参量。

由图可求出参考阻抗 (电源阻抗) 为

$$z(s) = (s + 3) / (s + 1) \quad (1-33)$$

参考阻抗 $z(s)$ 的偶部或类埃爾米特部分为

$$r(s) = \frac{1}{2} [z(s) + z_*(s)]$$

$$= h(s)h_*(s) = \frac{(s + \sqrt{3})(s - \sqrt{3})}{(s + 1)(s - 1)} \quad (1-34)$$

根据上述零点和极点的分配原则,  $h(s)$ 应包含 $r(s)$ 在闭RHS的零点和 $r(s)$ 在开LHS的极点, 因此可确定 $r(s)$ 的两个因子为

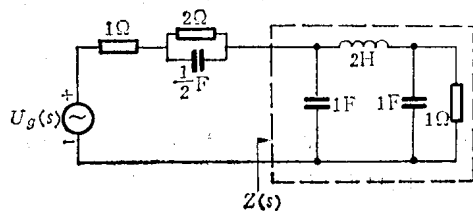


图1-3 参考阻抗为 $z(s)$ 的单口网络

\* 为了书写简便起见, 今后以RHS代表右半S平面; LHS代表左半S平面。开RHS (开LHS) 是指不包括 $j\omega$ 轴的右 (左) 半S平面, 闭RHS (闭LHS) 是指包括 $j\omega$ 轴在内的右 (左) 半S平面。

$$h(s) = \frac{s - \sqrt{3}}{s + 1}, \quad h_*(s) = \frac{s + \sqrt{3}}{s - 1}$$

由图1-3可确定单口网络的阻抗 $Z(s)$ 为

$$Z(s) = \frac{2s^2 + 2s + 1}{2s^3 + 2s^2 + 2s + 1} \quad (1-35)$$

根据式(1-28c)可求得网络复归一化散射矩阵为

$$\begin{aligned} S(s) &= \frac{h(s)}{h_*(s)} S'(s) = \frac{h(s)}{h_*(s)} \cdot \frac{Z(s) - z_*(s)}{Z(s) + z_*(s)} \\ &= \frac{(s - \sqrt{3})(-2s^4 + 6s^3 + 4s^2 + 4s + 2)}{(s + \sqrt{3})(2s^4 + 10s^3 + 12s^2 + 10s + 4)} \end{aligned} \quad (1-36)$$

因为 $S(s)$ 的分母是严格的胡维次多项式, $S(s)$ 在闭RHS内解析,正如所料。然而 $S'(s)$ 在该区域内是不解析的,因为 $S'(s) = S(s)(s + \sqrt{3})(s + 1)/(s - \sqrt{3})(s - 1)$ ,分母中的因子 $(s - \sqrt{3})$ 与 $S(s)$ 分子中的相应因子相约后, $S'(s)$ 在 $s = 1$ 上有一极点。

## § 2 多口网络的散射矩阵及其归一化

在上节中,我们详细地讨论了单口网络的散射参量或反射系数。本节将研究 $n$ 口网络的散射矩阵,以便能处理多口网络的功率传输问题。事实上, $n$ 口网络的散射矩阵只不过是单口网络标量反射系数的矩阵形式而已。将上节对单口网络的大多数公式加以推广后,就可得到 $n$ 口网络的相应公式,其分析思路和方法是相同的。

### § 2-1 与基相关的散射矩阵

现在我们研究图1-4的 $n$ 口网络 $N$ 。假设 $N$ 的每个端口都以严格无源的阻抗 $z_k(s)$ 与电压源 $U_{gk}(s)$ 串联加载。由于严格无源性, $z_k(s)$ 的类埃尔米特部分 $r_k(s)$ 没有一个恒为零。 $n$ 个参考阻抗所形成的对角矩阵是网络 $N$ 的参考阻抗矩阵,其显式为

$$\mathbf{z}(s) = \begin{pmatrix} z_1(s) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & z_2(s) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & z_n(s) \end{pmatrix} \quad (1-37)$$

它的 $(k, k)$ 元素是第 $k$ 端口的参考阻抗 $z_k(s)$ 。网络 $N$ 的端口电压,端口电流和电源电压分别用下列矢量表示:

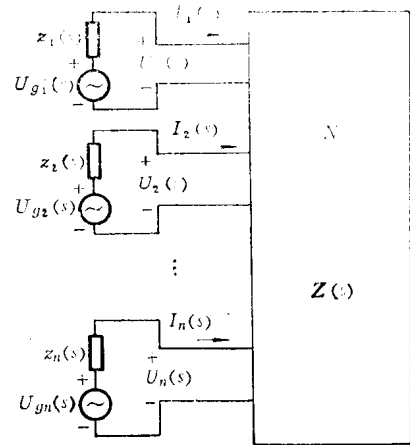


图1-4  $n$ 口网络的一般表示法

$$\mathbf{U}(s) = \begin{pmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \\ \vdots \\ U_n(s) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I}(s) = \begin{pmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \\ \vdots \\ I_n(s) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{U}_g(s) = \begin{pmatrix} U_{g1}(s) \\ U_{g2}(s) \\ \vdots \\ U_{gn}(s) \end{pmatrix} \quad (1-38)$$



从图1-4我们可写出下列矩阵方程:

$$\mathbf{U}_o(s) = \mathbf{U}(s) + \mathbf{z}(s)\mathbf{I}(s) = [\mathbf{Z}(s) + \mathbf{z}(s)]\mathbf{I}(s) \quad (1-39)$$

矩阵 $\mathbf{z}(s)$ 的类埃尔米特部分是

$$\mathbf{r}(s) = \frac{1}{2}[\mathbf{z}(s) + \mathbf{z}_*(s)] \quad (1-40)$$

它是单口网络公式 (1-2c) 的推广。按照上节所述的方法, 将 $\mathbf{r}(s)$ 对角线上元素进行因式分解, 可得

$$\mathbf{r}(s) = \mathbf{h}(s)\mathbf{h}_*(s) \quad (1-41)$$

式中 $\mathbf{h}(s)$ 和 $\mathbf{h}_*(s)$ 是对角矩阵, 它们的 $(k, k)$ 元素分别为 $h_k(s)$ 和 $h_k^*(s)$ , 而两者在开RHS内是解析的。下面举例来说明。

**例1-3** 计算图1-5的参考阻抗矩阵 $\mathbf{z}(s)$ 和 $\mathbf{r}(s)$ 的分解因式 $\mathbf{h}(s)$ 。

由图1-5容易求出双口网络 $N$ 的参考阻抗矩阵为

$$\mathbf{z}(s) = \begin{bmatrix} z_1(s) & 0 \\ 0 & z_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s}{s+1} & 0 \\ 0 & \frac{2(s+1)}{2s+1} \end{bmatrix} \quad (1-42)$$

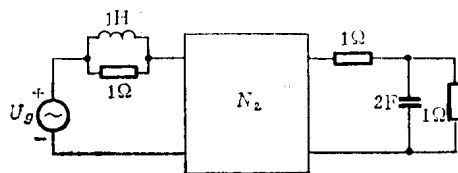


图 1-5 加载的双口网络

应用上节所述方法, 可将 $\mathbf{r}(s)$ 分解为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(s) &= \frac{1}{2}[\mathbf{z}(s) + \mathbf{z}_*(s)] = \mathbf{h}(s)\mathbf{h}_*(s) \\ &= \begin{bmatrix} s^2/(s^2-1) & 0 \\ 0 & 2(2s^2-1)/(4s^2-1) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} s/(s+1) & 0 \\ 0 & (2s-\sqrt{2})/(2s+1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s/(s-1) & 0 \\ 0 & (2s+\sqrt{2})/(2s-1) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

式中

$$\mathbf{h}(s) = \begin{bmatrix} \frac{s}{s+1} & 0 \\ 0 & \frac{2s-\sqrt{2}}{2s+1} \end{bmatrix} \quad (1-43)$$

注意,  $\mathbf{h}(s)$ 的对角元素在开RHS是解析的, 并且在开LHS内没有零点。

现在我们推导 $n$ 口网络的基本关系式。象单口网络那样, 我们定义在最佳匹配条件下的端口电压矢量和电流矢量为入射电压矢量 $\mathbf{U}_i(s)$ 和入射电流矢量 $\mathbf{I}_i(s)$ , 即当 $\mathbf{Z}(s) = \mathbf{z}(-s)$ 时,  $\mathbf{U}_i(s) = \mathbf{U}(s)$ 和 $\mathbf{I}_i(s) = \mathbf{I}(s)$ , 从图1-4和式 (1-39) 可得

$$\mathbf{I}_i(s) = \frac{1}{2}\mathbf{r}^{-1}(s)\mathbf{U}_o(s) = \frac{1}{2}\mathbf{r}^{-1}(s)[\mathbf{U}(s) + \mathbf{z}(s)\mathbf{I}(s)] \quad (1-44a)$$