GONGLUYUQIAOLIANG

JIEGOU

JIANCE

夏连学　宁金成　主编

公路与桥梁结构检测

黄　河　水　利　出　版　社

公路与桥梁结构检测

夏连学　宁金成　主编

黄 河 水 利 出 版 社

内容提要

本书系统地论述了检测试验资料的统计处理、公路与桥梁结构检测技术、公路与桥梁常用混合料检测、路基路面几何尺寸与路面厚度测定、路基路面压实度检测、路基路面平整度检测、路面抗滑性能检测、路基路面强度与弯沉检测、路面外观检测与沥青路面渗水系数测定、地基与砌体基础墩台检测、钻孔灌注桩基础检测、钢筋混凝土及预应力混凝土梁板检测等。内容全面，理论联系实际，有较强的操作性，是从事公路施工、工程管理及工程监理人员较为实用的参考书，也可作为公路工程监理专业及交通土建工程专业学生的教材。

图书在版编目(CIP)数据

公路与桥梁结构检测/夏连学等主编 .-郑州：黄河水利出版社，1999.8

ISBN 7-80621-322-8

Ⅰ.公… Ⅱ.夏… Ⅲ.①道路工程-质量检查②桥梁结构-质量检查 Ⅳ.U415

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 36748 号

责任编辑：杜亚娟　　封面设计：朱　鹏

责任校对：裴　惠　　责任印制：常红昕

出版发行：黄河水利出版社

地址：河南省郑州市顺河路黄委会综合楼 12 层　邮编：450003

E-mail：yrcp@public2.zz.ha.cn

印　刷：郑州文华印刷厂

开　本：787mm×1092mm　1/16　　印　张：13.125

版　别：1999 年 8 月　第 1 版　　印　数：1～2100

印　次：1999 年 8 月　郑州第 1 次印刷　　字　数：303 千字

定　价：26.00 元

前　言

公路工程建设的特点是线长面广，工程量和投资大，影响因素复杂等。在公路施工过程中，任何一个环节出现问题，都会给工程质量带来严重的危害，甚至会造成巨大的损失，因此，实行严格的质量控制，其意义十分重大。我国在公路建设质量保证体系中推行“政府监督、施工监理、企业自检”的三层质量保证体系。对公路与桥梁结构物进行检测既是一项控制工程质量的重要手段，也是评定工程质量必不可少的技术措施。本书结合我国公路工程建设的实际情况，向公路工程技术人员及交通土建类大、中专学生系统全面地介绍公路与桥梁结构检测技术、检测方法及质量评定方法等。

全书共分 12 章。第一、四、七章由夏连学编写，第二、六、九章由宁金成编写，第三、八章由陈国强编写，第五、十二章由薛鸿飞编写，第十、十一章由张凤萍编写。全书的编写大纲和统稿工作由夏连学完成。书中插图由宁金成整理。全部书稿由吴跟上完成电脑排版工作。书稿成稿后由肖启惠审阅。

由于编者业务水平有限，资料收集不够全面，书中缺点和错误在所难免，诚请读者批评指正。

编　者

1999 年 4 月

目　　录

第一章　检测试验资料的统计处理

随着公路建设现代化的发展，数理统计在公路建设质量检验和管理中越来越受到人们的重视，本章主要介绍有关数理统计的基本概念和统计学原理在公路工程质量管理中的应用。

第一节　数理统计的基本概念

一、事件

在一定条件下必然出现的现象称为必然事件，记作 U 事件；在一定条件下必然不出现的现象称为不可能事件，记作 V 事件。例如，路面在设计标准荷载作用下必然产生垂直方向的变形，这种现象称为必然事件；常温下粘稠石油沥青与常温下的石料用人工拌和必然不能拌和均匀，这种现象称为不可能事件。另外，还存在着另一种现象，即这种现象在一定条件下可能出现，也可能不出现，这种现象称为随机事件，简称事件。例如，沥青类路面采用层铺法施工中的洒油，可能符合洒油要求，也可能不符合洒油要求，就是随机事件。但是，我们常常可以根据洒油车（或洒布机）的技术状况、洒油手的技术水平、天气情况等进行长期多次反复观察的结果，来判断这种现象发生的可能性大小。

由事件的定义可以知道，事件均具有两面性，即有其不确定性的一面，也有其确定性的一面或规律性的一面，在多次大量的长期观察中或大量现象中，呈现某种统计的规律性。因此，随机事件是在个别试验中呈现不确定性，而在大量重复试验中又具有统计规律的事件。

二、母体与子样

进行质量管理的目的，主要是判断产品质量是否合格。判断产品的质量一般可采用全数检查与抽样检查两种方法。全数检查是对每一个检查对象逐一进行检查；抽样检查则是按数理统计方法从全部产品中抽取一部分试样进行检查或测定，进而推断出全部产品是否合格。由于全面检查工作量大，费用大，且有的检查具有破坏性（如检查一根混凝土梁的受弯性能，检查完毕，梁也就破坏了），因此，除重要项目外，大多采用抽样检查，这就涉及到母体与子样的概念。

1.母体

母体也称总体，是所研究对象的全体，而其中的一个单位称为个体。母体可以是一批产品，由于数量有限，一般称这样的母体为有限母体；母体也可以是一道工序，由于工序总在源源不断地产出产品，一般称这样的母体为无限母体。

2.子样

子样也称试样，是母体的一部分。例如，为了判断一批产品的质量，常常从这批产品

中抽取适量的产品来进行检查,以估计整批产品的质量,抽取的适量产品就是整批产品的子样。

应当指出,抽取子样经常采用随机抽样的方法,即抽样不带任何主观性,要使母体中的每一个体都有相等的机会被抽到。

子样中所含个体的数目为子样的大小(或容量)。

3.母体与子样的关系

子样的各种属性都是母体特性的反映。因此,在产品生产过程中,子样所属的一批产品或工序的情况(质量状态和特性值)可以从子样取得的数据来推测判断。母体、子样之间的关系,可以用图 1-1、图 1-2 来表示。

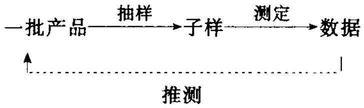

图 1-1　有限母体中母体与子样的关系

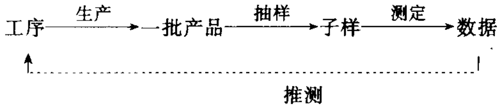

图 1-2　无限母体中母体与子样的关系

在统计方法中,所研究的问题不是某一个体的具体特性,而是讨论其代表特性的数据。例如:路面路用功能是否达到要求,路面强度是否合格,路面厚度是否达到规定要求等。这些个体的某种特性数据的集合就是总体。总体的内容不仅要表明所指的对象,还要看所了解的特性是什么。在质量管理中最主要的是质量特性。

由于总体所含个体的数目可以是有限的,也可以是无限的,我们难以一一观察,例如:对一条长达上百公里的沥青路面的平整度、摩擦系数、厚度、强度等的考察就不可能一米一米地来考察,何况有些考察方法是破坏性的(如路面厚度等),只能从总体中分段或抽样来进行考察和分析,以了解总体情况。从总体中抽取的一部分个体也叫样本,例如:在沥青类路面中每公里挖取 10 个或 20 个样品进行油石比测定。组成样本的每一个个体叫做样品。抽取样本的过程叫取样。样本可以分为试样和抽样,前者是在工序进行过程中为了检验施工过程情况而抽取的样本,而抽样是竣工后为了评定工程(产品)质量而抽取的样本。为了保证样本能够很好地反映总体,就要求抽样的随机性,否则就很难反映总体的统计特性。我们在作筛分试验前取样,往往采用四分法等即是如此。

三、频率与概率

通常把 n 次试验中事件 A 出现的次数 m 称为事件 A 的频数。把比值 $\frac{m}{n}$ 称为事件 A 的频率,记作 $W(A)$,即

$$W(A) = \frac{m}{n} \tag{1-1}$$

例 1.1　某工程队施工的一段路基,用弯沉仪测量其竖向变形时,一般是符合设计要求的,但偶尔也可能达不到要求,"达不到要求的局部地点"是一个随机事件。为了观察其规律性,对此路段分多次进行重复测量,结果见表 1-1。

表 1-1　　　　　　　　　　　　　　弯沉测量结果

测量点数	10	30	50	80	100	150	200	250
达不到要求点数	0	2	4	6	8	11	16	21
频　率	0	0.067	0.080	0.075	0.080	0.073	0.080	0.084

例 1.2　某水泥厂生产的每包水泥，一般是合格产品，故生产的“每包水泥合格”是一个随机事件。为了观察这个随机事件出现的规律，将生产情况记录在表 1-2 中（对每包水泥都进行抽样检验）。

表 1-2　　　　　　　　　　　　　　水泥生产情况

生产包数	10	50	120	200	500	1 000	1 500	2 000
合格品数	10	46	110	188	470	939	1 400	1 900
频　率	1	0.920	0.917	0.940	0.940	0.939	0.933	0.950

从上面的两个例子可以看到，在每次重复试验中，同一事件的频率有波动，带有偶然性。但在多次重复试验中，频率却经常稳定在某一固定数值的附近。从例 1.1 看，频率稳定在 0.080；从例 1.2 看，频率稳定在 0.940。随着试验次数的增加，这种稳定在某一数值附近的趋势越来越显著。这个事实说明，频率具有稳定性。

综上所述，频率表达一个随机事件发生的可能性的大小。频率稳定在较大数值时，表明相应事件出现的可能性大；频率稳定在较小数值时，表明相应事件出现的可能性小。频率所稳定的这个固定数值可看做是相应事件出现可能性大小的一个客观量度。这个数值称做相应事件的概率。事件 A 的概率记作 $P(A)$。

随着试验次数 n 的增大，如事件 A 出现的频率 $\frac{m}{n}$ 稳定在某个数值 p，则事件 A 的概率为

$$P(A) = p \tag{1-2}$$

在一般情况下，固定数值 p 是不可能精确地得到的。通常在 n 充分大时，以事件 A 的频率作为事件 A 的概率 P 的近似值，即

$$P(A) \approx \frac{m}{n} \tag{1-3}$$

通过频率计算的概率称为统计概率。

由于频率 $\frac{m}{n}$ 总介于 0 与 1 之间，故随机事件 A 的概率总是介于 0 与 1 之间：

$$0 \leqslant P(A) \leqslant 1$$

必然事件的概率等于 1，不可能事件的概率等于 0。可以把一个事件的概率看做是该事件将要发生的可信度或期望。

若事件 A 与事件 B 是互不相容的事件，则 $P(A)$ 和 $P(B)$ 将满足下列条件：

$$\left.\begin{aligned} &P(A) \geqslant 0 \\ &P(A+B) = P(A) + P(B) \\ &P(S) = 1 \end{aligned}\right\} \tag{1-4}$$

式中：$A + B$ 记作 $A \cup B$，表示两个集合的联合；S 代表整个样本空间。

公式(1-4)也称做概率加法定理。

如果 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 互不相容,则

$$P(A_1 + A_2 + \cdots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n) \tag{1-5}$$

如果 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 构成完备事件组,则

$$P(A_1 + A_2 + \cdots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n) = 1 \tag{1-6}$$

由上列公式可以推演出

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \tag{1-7}$$

两个事件 A 与 B,如果事件 B 出现的概率不因事件 A 是否出现而有所不同,则称事件 B 相对事件 A 独立;相应地,如果事件 A 出现的概率不因事件 B 是否出现而有所不同,则事件 A 相对事件 B 独立。这时事件 A 与事件 B 相对独立,简称独立事件。

两个独立事件同时发生的概率等于各自出现的概率的积,即

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) \tag{1-8}$$

式(1-8)也称做概率乘法定理。

四、观测值的特征值

在质量检验中,为了将频数分布直方图所显示的特征予以数量化,必须算出表示数据集中位置的特征数——平均值及表示数据离散程度的特征数——极差和标准偏差。

1.算术平均值

算术平均值是质量管理经常遇到的一个概念。产品的质量好坏,往往是指平均值而言。

算术平均值就是平均数,也称均值。它描述了全体数据的中心位置。

通常,母体的算术平均值用 U 表示,子样的算术平均值用 $\bar{X}$ 表示。当子样的容量较大(50 ~ 100)时,子样的算术平均值 $\bar{X}$ 就基本接近母体的算术平均值 U 。

如果子样的几个数据为 $X_1, X_2, \cdots, X_n$,那么子样的算术平均值为

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \tag{1-9}$$

2.极值差

极值差就是数据中最大值与最小值之差。它描述了全体数据的分布范围。

极值差用 R 表示,它的计算公式为

$$R = X_{max} - X_{min} \tag{1-10}$$

式中: X_{max}、X_{min} 分别为全体数据的最大值、最小值。

有两组子样,其数据为:①0,10,90,100;②40,50,50,60。它们的平均值与极差值分别为

对于① $\bar{X} = \dfrac{0 + 10 + 90 + 100}{4} = 50$

$R = 100 - 0 = 100$

对于② $\bar{X} = \dfrac{40 + 50 + 50 + 60}{4} = 50$

$R = 60 - 40 = 20$

计算结果表明,数据①和②的平均值都是50,但数据①的极差值为100,说明散差大,数据②的极差为20,说明散差小。

又有两组子样,其数据为:③50,50,50,50,100;④40,50,60,90,60。它们的平均值与极差值分别为

$$\text{对于③}\quad \bar{X} = \frac{50+50+50+50+100}{5} = 60$$

$$R = 100 - 50 = 50$$

$$\text{对于④}\quad \bar{X} = \frac{40+50+60+90+60}{5} = 60$$

$$R = 90 - 40 = 50$$

计算结果表明,数据③和④的平均值与极差值都相同,但数据③和④的分布状态并不相同。这就说明,仅有极差值还不能很好地反映数据的离散程度。

3.中位值(中值)

一批数据按大小顺序排列,其中间的数值叫做中位值。若数据的数目为偶数,则取位于中间的两个数值的平均值为中位值,用 $\tilde{X}$ 表示。

4.标准偏差(标准差)

标准偏差也称均方差,它是测量数据离散程度的又一特征值。

母体的标准偏差用 σ 表示,它的计算公式为

$$\sigma = \sqrt{\frac{(X_1 - U)^2 + (X_2 - U)^2 + \cdots + (X_n - U)^2}{n}} \tag{1-11}$$

式中:$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为母体的数据。

子样的标准偏差用 S 表示,它的计算公式为

$$S = \sqrt{\frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \cdots + (X_n - \bar{X})^2}{n-1}} \tag{1-12}$$

令 $V_i = X_i - U$ 或 $X_i - \bar{X}$,称为残余误差(简称残差),也称做对于算术平均值的最或然误差。

5.偏差系数

偏差系数用 C_V 表示(亦称变异系数),它也是评定子样数据均匀性的一种指标。C_V 愈小,表明子样数据愈均匀。偏差系数的计算公式为

$$C_V = \frac{S}{\bar{X}} \tag{1-13}$$

第二节　测定值的误差与偶然误差的分布规律

一、误差

误差有两种不同的含义:

(1)它表示测量值与“真值”的差量。虽然在不少情况下“真值”是不知道的,误差的量

值是假定的，但为了讨论方便，它还是一个很有用的概念。

(2)当给出了或者暗示着一个数，如给出光速为$(2.997\,902 \pm 0.000\,009) \times 10^{10}$cm/s时，其中的$0.000\,009 \times 10^{10}$属误差。误差所指的是一项试验估计值的不准确度，并且常用标准差或偏差系数来表达。

当同一人用同一个仪器、按照同样的操作方法、在相同条件下对某一对象作反复的观测或试验时，所得结果的数据一般地互有差异，不会恰好相等。个别数据不相符的原因必然也是它们不同于“真值”的原因。由于这些原因而产生的误差叫做试验误差，通常也叫做偶然误差或随机误差。它决定试验结果的精密度(简称精度)。

在一定的条件下进行一系列观测后，如果观测误差的数值和符号或者总保持为常数，或者按照一定的规律变化，这种带有系统性和方向性的误差叫系统误差。它引起平均值对“真值”的偏差，决定测定值结果的准确度。例如，所有的量度都用一把含有一处扭折的钢尺去做，虽然量得很细致，但结果会比不扭折的钢尺量得的结果显得偏大，大出的量等于因扭折而失去的长度。虽然此结果准确度不好，而精度却可能很高。

在多次试验中，偶然误差和系统误差两者都是存在的，有时两者可能出于同一来源。

在试验室中，对若干相同试件(如土试件、石灰稳定土试件、水泥稳定土试件等)做强度试验，虽然平行试验是在同一种情况下进行的，所得结果间的差异常在10%左右，在个别情况下，甚至可能高达25%~30%。在野外，一段面积不大的道路上，反复多次地测定土的含水量或路面的承载能力后，同样会发现，在所得的结果间存在着大小不一的差异。

如果说，在测量中观测某一对象所产生的误差，不是由于人的误差及外界的误差(如空气的湿度、温度、风等)所引起的，则在进行上述的试验或类似的平行试验时，偶然误差可能主要是由于试件间(包括颗粒组成、结合料用量和分布的均匀性、含水量、密实度等)、土或路面在面积内的不均匀性所引起的。这种不均匀性，实际上也是不可避免的。

引起系统误差的主要因素有：

(1)仪器校准误差。例如，测力环校核得不准确，换算系数偏大或偏小，结果就会有系统误差。

(2)实验条件误差。如在恒定的实验条件下使用一台仪器，而这些条件又不同于仪器校准时的条件，结果就会有系统误差。

(3)个人误差。这类误差是由个别观测人的习惯所致。例如一个观测人在测读具有视差的指针和标度时，一贯把他的头偏向同侧，也会引起系统误差。

偶然误差主要由下列因素引起：

(1)判别误差。多数仪器需要估计到它的最小分度的分数，而观测人的估计由于种种原因可以时时改变。

(2)环境条件的变化。如温度、压强、线路电压、野外条件下的风力、日照等。

(3)干扰。如机械振动，或者在电学仪器里，从附近转动的电机或其他器件所获取的乱真信号。

在实验过程中可能出现的另一种误差是过失误差，也就是显然与事实不符的误差。它主要是由于分析人员的粗心或疏忽而造成的，没有一定的规律可循。但只要试验人员加强工作责任心，这种误差是完全可以避免的。

偶然误差从表面上看似乎没有规律性，而实质上它是具有规律性的。重复试验的次数愈多，这种规律性也就表现得愈明显。

偶然误差具有下述几个特性：

(1)在一定的试验条件下，偶然误差的绝对值不会超过一定的限度。根据这一性质，可以确定在每一试验过程中所允许的误差范围。

(2)绝对值小的误差比绝对值大的误差出现得多。这一性质说明了误差的规律性。

(3)绝对值相等的正误差与负误差出现的概率几乎相等。

(4)同量的等精度观测或试验，其偶然误差的算术平均值随着观测次数的增加而无限地趋近于零。因此，可以通过增加试验次数使偶然误差在某种程度上减小。

对于系统误差，只能按照它的作用规律对它进行校正或设法消除它。增加试验数量不能使系统误差减小。

观测值与真值的接近程度称为精度，分别用精密度、准确度和精确度表示。精密度表示观测结果中偶然误差的大小程度，即在一定的条件下，进行多次观测时，所得观测结果彼此之间符合的程度。若一个实验的偶然误差小，则其精密度高。准确度表示观测结果中系统误差的大小程度，即在规定的条件下，在实验(测量)中，所有系统误差的综合。若一个实验的系统误差小，则其准确度高。精确度是观测结果中，系统误差与偶然误差的综合，即精密准确的程度。若一个实验的系统误差和偶然误差都很小，则其精确度高。

表征系统误差的准确度和表征偶然误差的精密度是性质迥然不同的两回事，决不可以混淆。事实上，在一组观测值中，精密度好并不意味着准确度好，但精密度不好，就不可能有良好的准确度。精密度是保证准确度的先决条件。对于一个理想的测定结果，既要求精密度好，又要求准确度好。精密度与准确度的关系如图1-3所示。

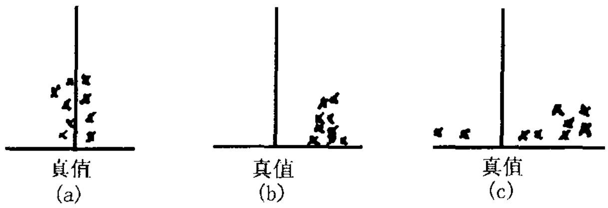

图 1-3 试验精度与准确度的相互关系

(a)精密度和准确度都好 (b)精密度好，准确度不好

(c)精密度和准确度都不好

二、偶然误差的分布规律

从测量实践可知，在排除了系统误差和过失误差的情况下，对某一物理量进行等精度的多次测量时，其测定值还会含有偶然误差。对于测量数据中的某一个测定值而言，这类误差的出现具有随机性，即误差的大小和符号是不能预先知道的；当测量次数增大时，这类误差具有统计的规律性，测量次数愈多，这种规律性表现得愈明显。偶然误差的这种统计规律常常称为误差分布律。在测量误差理论中，最重要的一种分布律是正态分布律，因为通常的测量误差是服从正态分布的。但是，在有些情况下，偶然误差还有其他形式的分布规律，如均匀分布、三角形分布、偏心分布和反正弦分布等。根据误差分析的规律，就可对测量数据进行适当的处理。

本节仅介绍正态分布率。

偶然误差的数字特征主要有两个，其一是算术平均值，其二是标准偏差。前者通常是偶然误差的分布中心，后者则是分散性指标。例如，当偶然误差服从正态分布时，在算术

平均值处偶然误差的概率密度最大，由多次测量所得的测定值是以算术平均值为中心而集中分布的；而标准偏差则可描绘偶然误差的散布范围，标准偏差愈大，测量数据的分散范围也愈大。显然，算术平均值可以作为等精度多次测量的结果，而标准偏差可以描述测量数据和测量结果的精度。

（一）正态分布曲线

为了研究偶然误差的分布特性，将一组等精度测量的测定值画成经验分布曲线，如图1-4所示。该曲线能形象地反映偶然误差的特性。

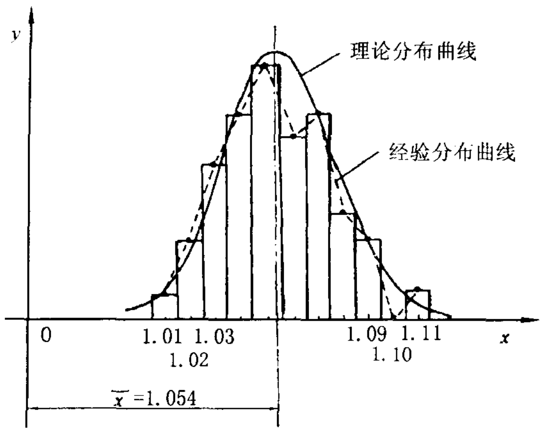

图1-4 经验分布曲线与理论分布曲线

在经验分布曲线图中，横坐标 x 代表各组的中值 x_i（即测定值），纵坐标 y 则代表各组的概率密度。概率密度的几何意义为：设各间距组的间距为 Δx，某组的出现概率为 m_i/n，则该间距组的概率密度 $y_i = \dfrac{1}{\Delta x} \cdot \dfrac{m_i}{n}$。显然，在经验分布曲线图上，各间距组所对应的矩形面积即代表该组出现的概率。

经验分布曲线的绘制方法是：在横坐标上标出以中值为代表的各个间距 x_i，再在各个等间距 Δx 上画上相应的矩形，各组矩形的面积应与该组内出现的概率相对应，因此，各组矩形面积的总和，相应地等于各组概率的总和，即为1。连接各矩形上边的中点，可得到经验分布曲线，如图1-4中虚折线所示。

当测定值总数 n 很大，间距 Δx 很小，且组数选择适当时，所得经验分布曲线就趋近于光滑曲线，即图中的理论分布曲线。

正态分布曲线也称高斯分布曲线。实践表明，在大多数情况下，测量过程中产生的误差是服从正态分布的。正态分布曲线的分布密度函数 $f(x)$ 可由偶然误差公式推导得出，即

$$y = f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-U)^2}{2\sigma^2}} \tag{1-14}$$

或

$$y = f(x) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\bar{X})^2}{2S^2}} \tag{1-15}$$

式中：y 表示测定值的概率密度；x 表示某测定值；σ 表示母体的标准偏差；S 表示子样的标准偏差；U 表示母体的算术平均值（理论均值）；$\bar{X}$ 表示测定值的算术平均值；e表示自然对数的底，e≈2.7183。

需要说明的是，当测量次数足够大时，$U \approx \bar{X}$，$\sigma \approx S$；测定值 x 的取值范围为 $-\infty \sim +\infty$；$U = 0$，$\sigma = 1$ 的正态分布称为标准正态分布，记作 $N(0,1)$。

(二)正态分布密度函数的概率积分

从正态分布曲线上可以看出,曲线呈钟形,在 $x = U$(或 $\bar{X}$) 处具有极大值,且对 $y = \bar{X}$ 直线是对称的。由此说明了测定值在 $x = U$(或 $\bar{X}$) 处的邻近区域内,具有最大的概率,同时也说明了以 $\bar{X}$ 作为一组随机变量的结果应该是最可信赖的。另外,对称轴两边出现的概率大致相同,分布曲线下的全部面积应等于总概率。

为了标准化,将正态分布曲线转化为 $N(0,1)$ 的标准正态分布,并将 y 轴移到图形最高点的位置,则左右两支曲线以 y 轴对称,如图 1-5 所示。

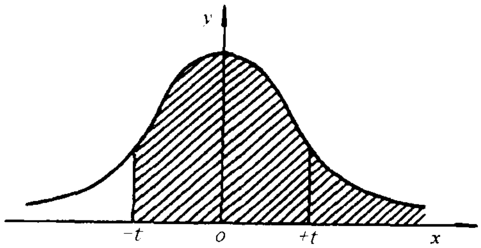

图 1-5 标准正态分布曲线

若以保证率系数(或称置信系数) $t = \frac{x - \bar{X}}{S}$ 代入式(1-15),则得

$$y = f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \qquad (1\text{-}16)$$

整个正态分布曲线与横坐标轴所包含的总面积(即概率)应为 1,可按式(1-17)计算:

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\mathrm{d}t = 1 \qquad (1\text{-}17)$$

标准正态分布曲线在区间 $(-t, +\infty)$ 的面积称为保证率,用 P' 表示,则

$$P' = \int_{0}^{+\infty} f(t)\mathrm{d}t + \int_{-t}^{0} f(t)\mathrm{d}t \qquad (1\text{-}18)$$

或

$$P' = 0.500 + \int_{-t}^{0} f(t)\mathrm{d}t \qquad (1\text{-}19)$$

保证率 P' 值可根据保证率系数 t 值查表 1-3 得到。

表 1-3　　保证率系数 t 与保证率 P' 的关系

$-t$	0.00	0.50	1.00	1.28	1.50	1.64	2.00	2.33	3.00
P'	50.00	69.15	84.13	89.97	93.32	94.95	97.72	99.01	99.87

若用 α 表示置信度(或称为显著系数),则

$$\alpha = 1 - P' \qquad (1\text{-}20)$$

由此可见,在讨论随机测量误差的误差限时,是与测量值的概率密度紧密相联系的,至于 P' 的选择,则完全是人为的,主要根据所研究的对象重要与否来决定。例如,在进行路面结构层厚度评定时,采用的保证率为:高速公路、一级公路基层、底基层取 99%,面层取 95%;其他等级公路基层、底基层取 95%,面层取 90%。

三、一般函数误差的表示方法

在公路工程中,观测值的误差,不仅有最简单的函数,即一次方程,而且常会遇到二次方程或一般的指数方程,对于这些情况用一般性的函数式来表示比较合适。

1.一个独立变量的情况

$$y = f(x) \tag{1-21}$$

如检测 x 的结果,产生一个很小的误差 $\pm dx$,则按公式(1-21)计算的 y 将带有误差 $\pm dy$ 。因此

$$y \pm dy = f(x \pm dx) \tag{1-22}$$

按泰勒公式展开,即

$$y \pm dy = f(x) \pm dx f'(x) \pm \frac{(dx)^2}{2} f''(x) \pm \frac{(dx)^3}{2 \times 3} f'''(x) \pm \cdots$$

根据一般的接近值原则,等式右部分中二次方以上的很小值可以忽略不计。因此

$$y \pm dy = f(x) \pm dx f'(x)$$

用 ε_y 和 ε_x 分别代表函数 y 和独立变量 x 的绝对误差,由此可得

$$\varepsilon_y = \pm \varepsilon_x f'(x) \tag{1-23}$$

由此得出:一个独立变量函数的绝对误差等于自变量的绝对误差与该函数的一次导数的积。

y 的相对误差可以用下列方法导得:

将公式(1-23)的两侧除以 y ,即

$$\frac{\varepsilon_y}{y} = \pm \frac{\varepsilon_x f'(x)}{y}$$

或

$$\frac{dy}{y} = \pm \frac{dx \dfrac{dy}{dx}}{f(x)} = \pm \frac{df(x)}{f(x)}$$

此式的左侧为相对误差,用 δ_y 表示,此式的右侧是 $f(x)$ 的自然对数(即以 e 为底的对数)的微分,可以改写成如下形式:

$$\delta_y = \pm d[\ln f(x)] \tag{1-24}$$

由此得出:一个独立变量的函数的相对误差等于该函数的自然对数的微分。

2.两个独立变量的情况

对于两个独立变量,有下列公式:

$$y = f(x_1, x_2) \tag{1-25}$$

$$y \pm dy = f(x_1 \pm dx_1, x_2 \pm dx_2) \tag{1-26}$$

式(1-26)右侧也可利用泰勒公式展开得

$$dy = \pm \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} dx_1 \pm \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} dx_2$$

该式左侧是函数 y 的绝对误差,而右侧是该函数的微分,而且该函数的微分每一部分都是函数 y 的误差的一部分。由于这两部分误差都有 +、- 两个符号,考虑最不利的情况,需要计算极限绝对误差,亦即需要两部分误差都用一个符号。用 $(\varepsilon_y)l$ 代表 y 的极限误差,可以写成

$$(\varepsilon_y)l = \pm \left[\left| \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} dx_2 \right| \right] \tag{1-27}$$

由此得出:两个独立变量函数的极限绝对误差等于该函数的偏微分绝对值的和。

为了求出 y 的相对误差，将公式(1-27)的左侧除以 y，而右侧除以 $f(x_1, x_2)$，结果是用 $(\delta_y)l$ 表示相对误差，则

$$(\delta_y)l = \pm d[\ln f(x_1, x_2)] \tag{1-28}$$

由此得出：两个独立变量函数的极限相对误差等于该函数的自然对数的微分，同时对该表达式的各项都应该取其绝对值的和。

例1.3 土基形变模量 E_0 与土的相对含水量 $\omega_0 (= \frac{\omega}{\omega_L})$ 之间的关系表示为 $E_0 = 14.45\omega_0{}^{-4.05}$。今测得土的相对含水量的算术平均值 $\bar{\omega}_0 = 0.70 \pm 0.03$，试求 E_0 的值及其绝对误差与相对误差。

解 相对含水量 ω_0 的绝对误差 $\varepsilon_{\omega_0} = \pm 0.03$，而其相对误差 $\delta_{\omega_0} = \pm \frac{0.03}{0.70} \approx \pm 0.04$。

求 E_0 的绝对误差时，利用公式(1-23)得

$$\varepsilon_{E_0} = \pm 0.03 \times (-4.05) \times 14.45\omega_0{}^{-5.05} = \pm 10.65 \approx 11(0.1\text{MPa})$$

土基形变模量 E_0 之值为

$$E_0 = 14.45 \times 0.70^{-4.05} = 14.45 \times 4.24 \approx 61(0.1\text{MPa})$$

因此，$E_0 = 61 \pm 11(0.1\text{MPa})$。

求 E_0 的相对误差时，利用公式(1-24)得

$$\delta_{E_0} = \pm d(\ln 14.45 - 4.05\ln\omega_0) = \pm 4.05d(\ln\delta_{\omega_0}) = \pm 4.05\frac{d\omega_0}{\omega_0} = 0.16$$

例1.4 利用双层弹性体系理论的诺模图或程序计算路面厚度 h 时，h 是模量比 E_0/E_1 和位移系数 α 的函数，即 $h/\delta = f(E_0/E_1, \alpha)$。现已确定土基回弹模量 E_0 和路面材料回弹模量 E_1 的相对误差均是 15%，试求该路面厚度 h 的相对误差 δ_h。

解 由于 h/δ 中的 δ 为双轮胎作用在路面上的两个当量圆之一的半径，因此它是个常数。现利用公式(1-28)计算 h 的相对误差：

$$(\delta_h)l = \pm d[\ln(E_0/E_1, \alpha)]$$

令 $X = E_0/E_1$，X 的相对误差 $(\delta_x)l$ 为

$$(\delta_x)l = \pm d(\ln E_0 - \ln E_1) = \frac{dE_0}{E_0} + \frac{dE_1}{E_1} = 15\% + 15\% = 30\%$$

第三节 统计资料的处理

为了表示一批检测数据整体的性质，可以采用以下几种方法。

一、排列图

通过对各种数据的处理，以便采取措施来改进质量的众多方法中，排列图法是其中的方法之一，又称巴累托(Pareto)图。它是一种简单可行、一目了然的质量管理的重要方法。

巴累托是意大利经济学家，他最早用排列图来分析社会财富占有情况。后来，美国质